

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-04

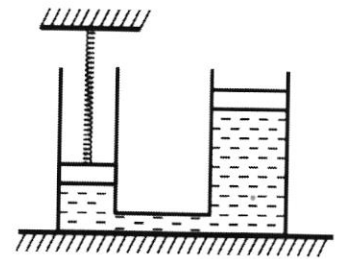
Шифр

(заполняется секретарём)

1. С высокой башни экспериментатор бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с. После достижения максимальной высоты камень пролетает рядом с экспериментатором и падает вниз на землю.

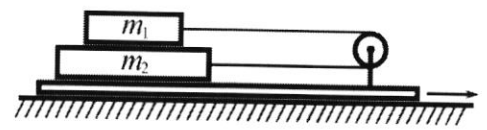
- 1) Через какое время t после броска величина скорости камня будет равна $3V_0$?
- 2) Найдите путь S , пройденный камнем от момента броска до момента достижения камнем скорости $3V_0$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которые налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $2S$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



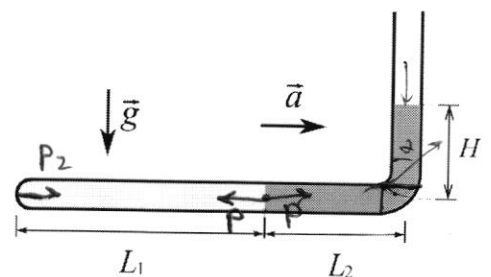
- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) На правый поршень положили груз массой m . Найдите массу M груза, который следует положить на левый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. У двух планет Альфа-1 и Альфа-2 одинаковые радиусы R , а плотности планет равны, соответственно, $\rho_1 = \rho$ и $\rho_2 = 3\rho$. Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $5R$ от центра планеты Альфа-1.
 - 2) Найдите отношение T_2/T_1 периодов обращения спутников, которые движутся по круговым орбитам вокруг данных планет. Высоты орбит спутников равны, соответственно $h_1 = R$ и $h_2 = 2R$.

4. На горизонтальном столе находится доска, на которой укреплен неподвижный блок, а также бруски, соединённые нитью. Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения верхнего бруска по нижнему равен μ , трение между доской и нижним бруском отсутствует. Доску приводят в движение с постоянным ускорением, направленным вправо. Массой нити и блока, а также трением в оси блока можно пренебречь.



- 1) Найдите максимальное ускорение a_0 доски, при котором бруски не будут проскальзывать относительно друг друга.
- 2) Найдите силу T натяжения нити, если доска движется с ускорением $a > a_0$.

5. Тонкая изогнутая трубка состоит из горизонтального участка, запаянного с одного конца, и вертикального участка, открытого в атмосферу. Трубка заполнена двумя несмешивающимися жидкостями: плотности ρ_1 в горизонтальном участке, и плотности ρ_2 в горизонтальном и вертикальном участках (см. рис.). Трубка движется с ускорением $a = g/6$, направленным горизонтально. Геометрические размеры указаны на рисунке, $H = L$, $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$. Атмосферное давление P_0 .



- 1) Найдите давление P_1 в жидкости в месте изгиба трубки.
- 2) Найдите давление P_2 в жидкости у запаянного конца трубки.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Дано:

$$V_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

1) t - ?

2) S - ?

Решение:



1) Введем координатную ось x .

Запишем на нее закон изменения проекции скорости:

$$V_x(t) = V_{0x} + a_x t \Rightarrow$$

$$V_x \Rightarrow V_x(t) = -V_0 + gt. \text{ Из этого урав-$$

нения видно, что модуль скорости камня уменьшается до момента остановки тела в воздухе. Соответственно скорость $3V_0$ будет достигнута, когда камень будет двигаться вдоль оси Ox . Тогда: $3V_0 = -V_0 + gt \Rightarrow t = \frac{4V_0}{g} =$
 $= \frac{4 \cdot 12 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 4,8 \text{ с}.$

2) Путь S складывается из путей S_1 - до момента остановки в воздухе и S_2 - после остановки камня

в воздухе. Вычислим пути S_1 и S_2 :

$$S_1 = \frac{V_0^2}{2g}; S_2 = \frac{(3V_0)^2}{2g} = \frac{9V_0^2}{2g} \Rightarrow S = S_1 + S_2 = \frac{V_0^2}{2g} + \frac{9V_0^2}{2g} = \frac{10V_0^2}{2g} = \frac{5V_0^2}{g} =$$

$$= \frac{5 \cdot 12 \text{ м/с} \cdot 12 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 72 \text{ м}.$$

Ответ: 1) $t = 4,8 \text{ с}$; 2) $S = 72 \text{ м}.$

Задача 2.

Дано:

$\rho, k, x,$

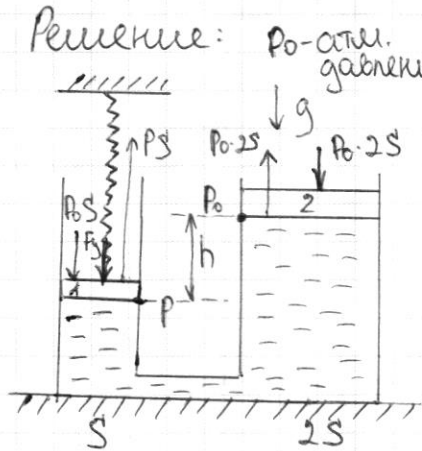
$2S, S,$

$g, m.$

1) $h - ?$

2) $M - ?$

Решение:



1) Расставим силы, действующие на поршни в первой ситуации.

Оба поршня находятся в равновесии \Rightarrow действие

сил на каждый поршень скомпенсировано. Запишем уравнения:

$$P_0 S + F_y - P S = 0$$

$P = P_0 + \rho g h$ - согласно правилу о распределении давления в сообщающихся сосудах. Тогда:

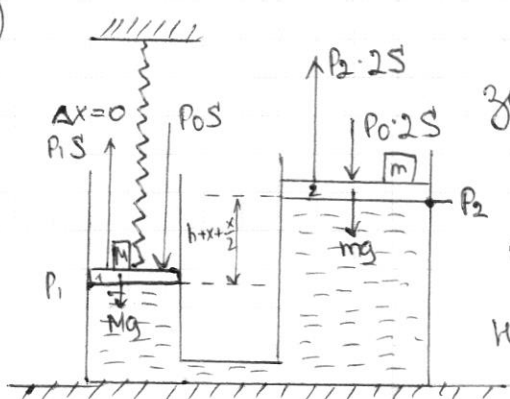
$$P_0 S + F_y - (P_0 + \rho g h) S = 0 \Rightarrow F_y - \rho g h S = 0 \Rightarrow F_y = \rho g h S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \Delta x = \rho g h S \Rightarrow \Delta x = \frac{\rho g h S}{k} = x. \Delta x > 0, \text{ а значит пружина}$$

в нашем случае сжата, и сила упругости направлена так, как показано на рисунке. Если бы мы получили $\Delta x < 0$, сила упругости была бы направлена вверх по отклонению к поршню 1, а пружина была бы растянута. Следовательно:

$$h = \frac{kx}{\rho g S}.$$

2)



Рассмотрим вторую ситуацию задачи. Расставим силы, действующие на поршни, учитывая, что давление под правым поршнем P_2 , а под левым P_1 . Действие сил на поршни по предположению

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2 (продолжение)

скомплексировано, а сила упругости равна 0, т.к. пружина ^{не} растянута и не сжата. Снова запишем уравнения:

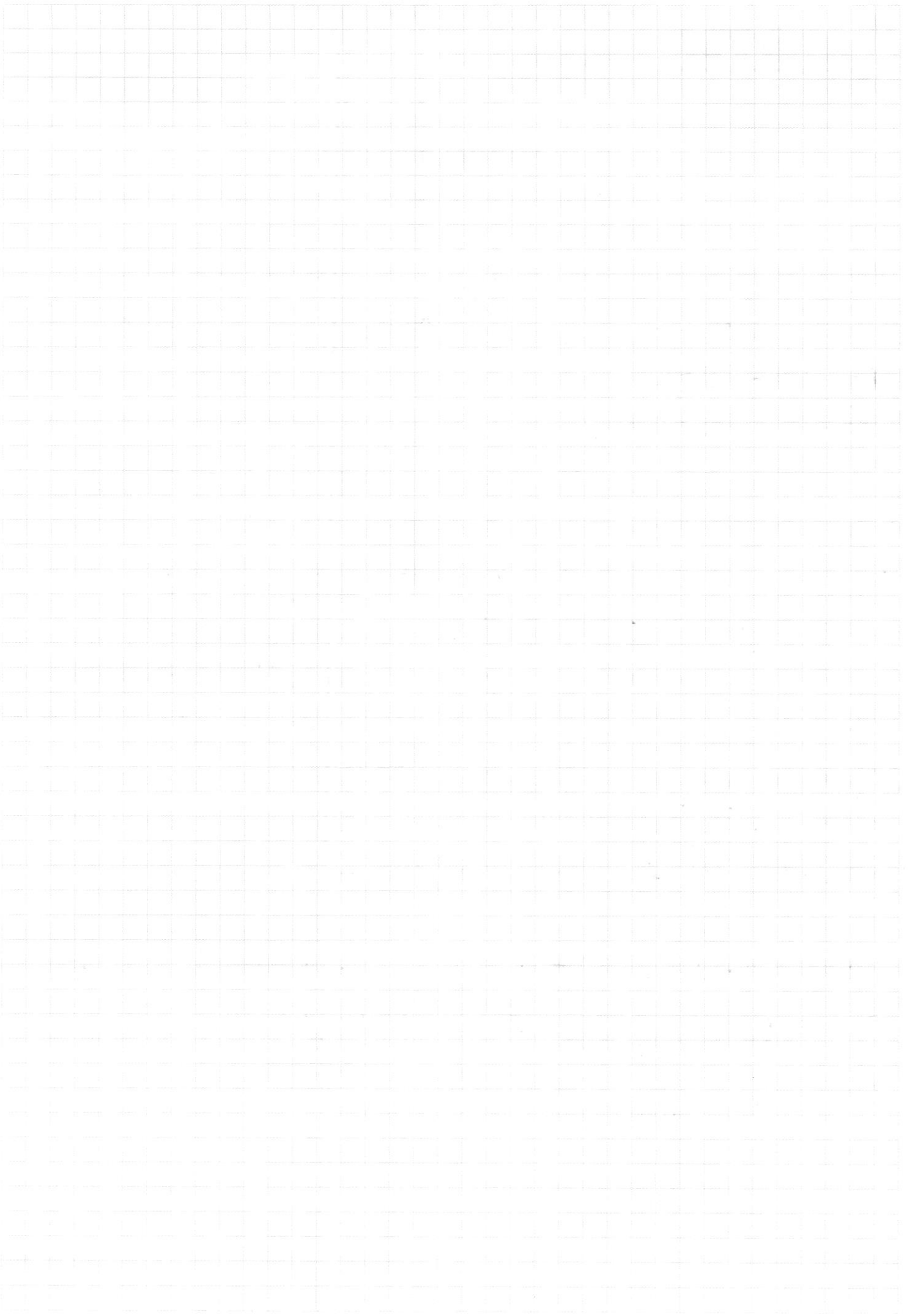
$$(1) Mg + P_0 S - P_1 S = 0$$

$$(2) mg + 2P_0 S - P_2 \cdot 2S = 0.$$

Вспомним, что изначально пружина была сжата на x , а значит во 2 случае уровень воды в первом сосуде должен уменьшиться на x , чтобы произошло растяжение пружины до $\Delta x = 0$. Тогда из сосуда 1 перетечет в правый одинаковая масса $m = \rho g x S$. Тогда уровень воды в правом сосуде поднимется на $l = \frac{\rho g x S}{\rho g 2S} = \frac{x}{2}$. В итоге разность уровней воды в обоих коленах составит $h + x + \frac{x}{2} = h + \frac{3x}{2}$. Значит $P_1 - P_2 = \rho g (h + \frac{3x}{2})$. Вернемся к уравнениям (1) и (2). Домножим первое на 2, вычтем из него второе:

$$2Mg - mg = 2S(P_1 - P_2) = 2S \cdot \rho g (h + \frac{3x}{2}) = 2S \rho g (\frac{kx}{\rho g S} + \frac{3x}{2}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow M = \frac{mg + 2\rho g S (\frac{kx}{\rho g S} + \frac{3x}{2})}{2g} = \frac{mg + 2kx + 3\rho g S x}{2g}$$

Ответ: 1) $h = \frac{kx}{\rho g S}$; 2) $M = \frac{mg + 2kx + 3\rho g S x}{2g}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

Дано:

$$R_1 = R_2 = R$$

$$g_1 = g$$

$$g_2 = 3g$$

G

1) g - ?, $5R$

2) $\frac{T_2}{T_1}$ - ?

Решение:

1) На тело, находящееся на расстоянии $5R$ от центра планеты Альфа-1, действует единственная сила — сила гравитации, которая и сообщает им ускорение свободного падения g . Соответственно по

II 3-ку Ньютона: $F_{гр} = mg$, где m — масса тела, а g — ускорение свободного падения.

$F_{гр} = G \frac{mM}{R_0^2} = mg \Rightarrow g = G \frac{M}{R_0^2}$, где R_0 — расстояние между центрами тела и планеты. Пусть масса Альфа-1 равна M_1 , а Альфа-2 равна M_2 . Найдем M_1 :

$$M_1 = g_1 V_1 = g \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4\pi R^3 g}{3}. \text{ Тогда выведем } g:$$

$$g = \frac{G \cdot M_1}{(5R)^2} = G \cdot \frac{4\pi R^3 g}{3} \cdot \frac{1}{25R^2} = \frac{4\pi R^3 g G}{75R^2}.$$

2) $T = \frac{2\pi R_0}{v}$, где v — линейная скорость тела.

$g_0 = \frac{v^2}{R_0} \Rightarrow v^2 = g_0 R_0 \Rightarrow v = \sqrt{g_0 R_0}$, где g_0 — ускорение свободного падения (центростремительное ускорение).

$$\text{Тогда } T = \frac{2\pi R_0}{\sqrt{g_0 R_0}} = \frac{2\pi \sqrt{R_0}}{\sqrt{g_0}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{R_1 + h_1}{g_1}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{R_2 + h_2}{g_2}}. \text{ Найдем } g_1 \text{ и } g_2:$$

$$g_1 = G \frac{M_1}{(R_1 + h_1)^2} = G \cdot \frac{4\pi R^3 g}{3} \cdot \frac{1}{4R^2} = G \frac{\pi R g}{3}$$

Задача 3 (продолжение)

$$g_2 = G \frac{M_2}{(R_2 + h_2)^2} = G \cdot \frac{4\pi R^3 \cdot 3\rho}{3} \cdot \frac{1}{9R^2} = G \frac{4\pi R \rho}{9}. \text{ Тогда:}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{R_2 + h_2}{g_2}}}{2\pi \sqrt{\frac{R_1 + h_1}{g_1}}} = \frac{\sqrt{R_2 + h_2} \cdot \sqrt{g_1}}{\sqrt{R_1 + h_1} \cdot \sqrt{g_2}} = \sqrt{\frac{3R \cdot \frac{G\pi R \rho}{3}}{2R \cdot \frac{G\pi R \rho \cdot 4}{9}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9}{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} = 0,75\sqrt{2} \approx 1,06$$

Ответ: 1) $g = \frac{4\pi R^3 \rho G}{75R^2}$; 2) $\frac{T_2}{T_1} \approx 1,06$ 2) $\frac{T_2}{T_1} = 1,06$.

Задача 4.

Дано:

$$m_1 = 2m$$

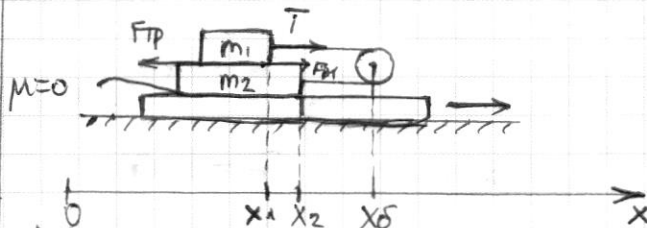
$$m_2 = 3m$$

μ

1) a_0 - ?

2) T - ?

Решение:



Введём координатную ось x , сонаправленную с движением доски. Обозначим на ней координаты правых краёв брусьев (x_1 и x_2), а также координату блока (x_5). Пусть в задаче не растяжимая, поэтому её длина $L = \text{const}$. Запишем длину L через координаты: 1) $L = (x_5 - x_1) + (x_5 - x_2) = 2x_5 - x_1 - x_2$. Рассмотрим малый промежуток времени Δt , за который скорость T ещё не успела сильно измениться. Тогда: 2) $L = 2x_5' - x_1' - x_2'$, где x_5' , x_1' , x_2' - новые координаты тел. Вычтем из (2) - (1). Получим, что $0 = 2(x_5' - x_5) - (x_1' - x_1) - (x_2' - x_2) = 2\Delta x_5 - \Delta x_1 - \Delta x_2$, где Δx_5 , Δx_1 и Δx_2 - изменение координат. Разделим полученное на Δt : $2v_{5x} - v_{1x} - v_{2x} = 0$. Данное равенство должно выполняться в любой момент времени, а значит

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание и (продолжение).

мы можем перейти к проекциям ускорений:

$$0 = 2a_0 - a_{1x} - a_{2x}$$

$0 = 2a_0 - a_{1x} - a_{2x} \Rightarrow a_0 = \frac{a_{1x} + a_{2x}}{2}$. Бруски не движутся относительно друг друга, а значит $a_{1x} = a_{2x} = a_x = a_0$

$a_0 = \frac{2a_x}{2} = a_x$. Теперь рассмотрим силы, действующие на бруски (см. рис.). Запишем II 3-и Ньютона для брусков в предположении, что сила трения между ними для первого бруска направлена влево, а для второго вправо. Получим:

$$\begin{cases} T - \mu m_1 g = a_0 m_1 \\ T + \mu m_2 g = a_0 m_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu m_2 g - \mu m_1 g \\ 2\mu m_1 g = a_0 (m_2 - m_1) \end{cases} \Rightarrow a_0 = \frac{2\mu m_1 g}{m_2 - m_1} = \frac{4\mu m g}{m}$$

$= 4\mu g$. (действительно сила трения была направлена прав-
льню).

2) Вспомним, что $2a_0 = a_{1x} + a_{2x}$, и снова запишем II 3-и Ньютона (силу трения направим как в пункте 1).

$$\begin{cases} T - \mu m_1 g = m_1 a_{1x} \\ T + \mu m_2 g = m_2 a_{2x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T - 2\mu m g = 2m a_{1x} \quad | \cdot 3 \\ T + 2\mu m g = 3m a_{2x} \quad | \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3T - 6\mu m g = 6m a_{1x} \\ 2T + 4\mu m g = 6m a_{2x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5T - 2\mu m g = 6m(a_{1x} + a_{2x}) = \\ = 6m \cdot 2a_0 = 12a_0 \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{5T - 2\mu m g}{12} > a_0, \text{ тогда } 5T > 12a_0 + 2\mu m g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T > \frac{12a_0 + 2\mu m g}{5} = \frac{12 \cdot 4\mu m g + 2\mu m g}{5} = 10\mu m g. \text{ Выходит,}$$

это $T > 10\mu m g$, при $a > a_0$.

Ответ: 1) $a_0 = 4\mu g$; 2) $T > 10\mu m g$.

Задача 5.

Дано:

$$\rho_1, \rho_2,$$

$$a = \frac{g}{6},$$

$$H = L, L_1 = 4L,$$

$$L_2 = 3L$$

$$P_0$$

1) P_1 - ?

2) P_2 - ?

Эта сила направлена под углом α к вертикали.

Запишем II 3-и Ньютона:

$$P_1 S \cos \alpha = P_0 S \quad (a_y = 0) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{P_0}{P_1}$$

$$P_1 S \sin \alpha = \rho_2 g \cdot S \cdot H \Rightarrow P_1 = \frac{\rho_2 g S H}{S \sin \alpha} = \frac{\rho_2 g H}{\sin \alpha}$$

По основному тригонометрич. тождеству:

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{P_0^2}{P_1^2}} \Rightarrow P_1 = \frac{\rho_2 g H}{\sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36 P_1^2 \cdot \left(1 - \frac{P_0^2}{P_1^2}\right) = \rho_2^2 g^2 H^2$$

$$36 P_1^2 - 36 P_0^2 = \rho_2^2 g^2 H^2 \Rightarrow P_1 = \sqrt{\frac{36 P_0^2 + \rho_2^2 g^2 H^2}{36}} =$$

$$= \sqrt{P_0^2 + \frac{\rho_2^2 g^2 H^2}{36}}$$

2) Рассмотрим горизонтальный столб воды длиной

L_1 . Запишем II 3-и Ньютона: $S(P_2 - P) = \rho_1 g \cdot S L_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_2 - P = \frac{\rho_1 g L_1}{6}. \text{ Также запишем II 3-и Ньютона для}$$

горизонтальной части трубы длиной $L_1 + L_2$:

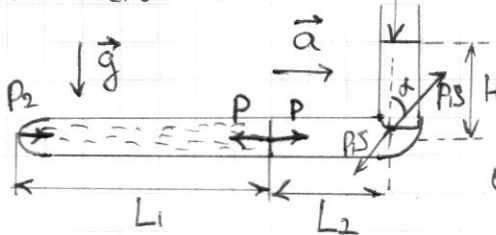
$$(P - P_1 S \cos \alpha) S = (\rho_1 S L_1 + \rho_2 S L_2) \cdot g \Rightarrow P - P_0 = \frac{(\rho_1 L_1 + \rho_2 L_2) g}{6}$$

Сложив оба уравнения, получим:

$$P_2 - P_0 = \frac{2 \rho_1 g L_1 + \rho_2 L_2 g}{6} \Rightarrow P_2 = P_0 + \frac{2 \rho_1 L_1 g + \rho_2 L_2 g}{6}$$

Ответ: 1) $P_1 = \sqrt{P_0^2 + \frac{\rho_2^2 g^2 H^2}{36}}$; 2) $P_2 = P_0 + \frac{2 \rho_1 L_1 g + \rho_2 L_2 g}{6}$.

Решение:



1) Рассмотрим данную установку. Расставим силы, действующие на

столб жидкости высотой H . Сверху на него давит атмосфера, а с нижней стороны воздействует сила $P_1 S$, которая сообщает ему ускорение $a = \frac{g}{6}$. Пусть

$$R_1 = R_2 = R$$

$$g_1 = g$$

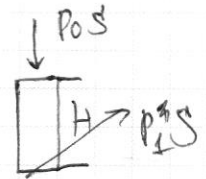
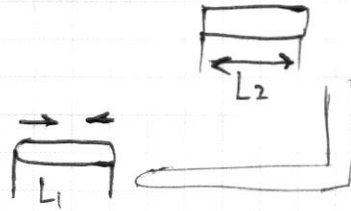
$$g_2 = 3g$$

$$G; V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$T_1 = \frac{2TR}{v}$$

$$F_T = G \frac{Mm}{R^2} = ma$$

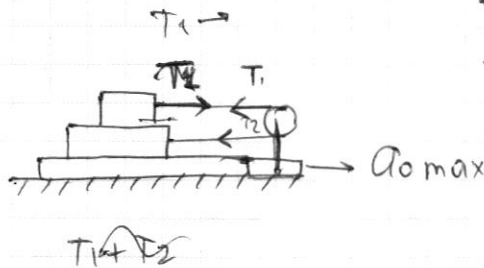
$$\frac{GM}{R^2} = a$$



$$(P_2 - P)S = \rho L_1 S \cdot a$$

$$T + F_{TP} = m_1 a_1$$

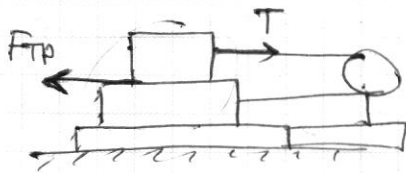
$$T - F_{TP} = m_2 a_2$$



$$2F_{TP} = m_1 a_1 - m_2 a_2 = \rho(P_2 - P)S = \rho L_1 a$$

$$= a(m_1 - m_2)$$

$$a = \frac{R}{m} (\rho x - P) S = \rho L_2 S a$$



Брусоч + брусоч

$$\rho P_1 x - P = \rho L_2 a$$

$$5ma = 20\mu mg$$

$$a = 4\mu g$$

$$\rho P_1 x - P_2 / \rho S$$

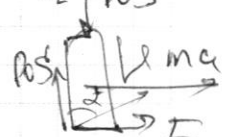
$$2T = 5ma$$

$$a = \frac{2T}{5m}$$

$$\frac{F}{S}$$

$$T - \mu m_1 g = a_1 m_1$$

$$T + \mu m_2 g = a_2 m_2$$



$$\rho \cos \alpha = \frac{P_0}{P}$$

$$2a' = a_{1x} + a_{2x} \cos \alpha = \frac{\rho_0}{\rho}$$

$$T - F_{TP} = 2ma_1$$

$$T - \mu \cdot 2mg = 2ma_1$$

$$a_1 = \frac{T - 2\mu mg}{2m}$$

$$T + F_{TP} = 3ma_2$$

$$a_2 = \frac{T + 2\mu mg}{3m}$$

$$T + \mu \cdot 3mg = 3ma_2$$

$$T + 2\mu mg = 3ma_2$$

$$\frac{T + 2\mu mg}{3m} = \frac{T - 2\mu mg}{2m} + \mu mg$$

$$\frac{T}{2m} - \frac{T}{3m} = \frac{2}{3}\mu g + \mu g$$

$$\frac{T}{6m} = \frac{5\mu g}{3}$$

$$T = \frac{30\mu mg}{3} = 10\mu mg$$

$$T - 2\mu mg = 2a_1 m / 3$$

$$T + 2\mu mg = 3ma_2 / 2$$

$$3T - 6\mu mg = 6a_1 m$$

$$2T + 4\mu mg = 6ma_2$$

$$(a_1 x + a_2 x) \cdot 6m =$$

$$= 5T + 2\mu mg$$

$$42a_1 m = 5T + 4\mu mg$$

$$(x_0 - x_1) + (x_0 - x_2) = L \quad [P_2 S = ma]$$

$$2x_0 - x_1 - x_2 = L$$

$$2ax_0 - a_1 x - a_2 x = 0$$

$$2ax_0 = a_1 x - a_2 x$$

$$2ax_0 = a_1 x + a_2 x$$

$$2ax_0 = a_1 x$$

$$2ax_0 = 2a_1 x$$

$$a_{x0} = a_1 =$$

$$\frac{5T + 2\mu mg}{12m} \approx a_0$$

$$T = \frac{42a_1 m - 2\mu mg}{5}$$

$$5T + 2\mu mg \approx 12ma_0$$

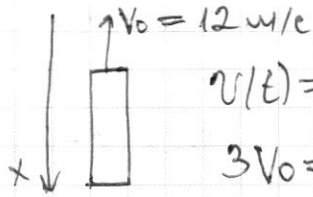
черновик чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v(t) = -v_0 + gt$$

$$3v_0 = -v_0 + gt$$

$$4v_0 = gt \Rightarrow t = \frac{4v_0}{g} = 4.8 \text{ c}$$

$$S_1 = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow$$

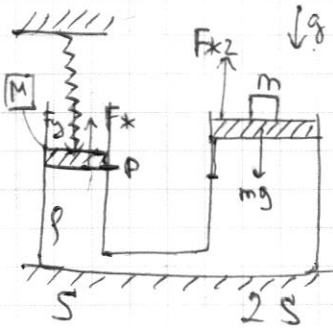
$$S_2 = \frac{(3v_0)^2}{2g} = \frac{9v_0^2}{2g} \Rightarrow$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{10v_0^2}{2g} = \frac{5v_0^2}{g} = 72 \text{ м}$$

$$S_{\text{пл}}^2 = P_1^2 \cdot g^2 \cdot (1 - \frac{P_0^2}{P_1^2})$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$2Mg = mg +$$



$$m\pi = 0 \quad P_1 S = k \Delta x$$

$$F_{\text{пр}} = 0$$

$$P = \frac{k \Delta x}{S}$$

$$\Delta h = \frac{P}{\rho g} = \frac{k \Delta x}{\rho g S}$$

$$mg = P \cdot 2S$$

$$mg = P_1 \cdot 2S$$

$$Mg = P_2 \cdot S$$

$$P \cos \alpha = P_0$$

$$\cos \alpha = \frac{P_0}{P}$$

$$S = \frac{\pi R^2}{4} \quad P_0 \cos(90 - \alpha) =$$

$$R = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$$

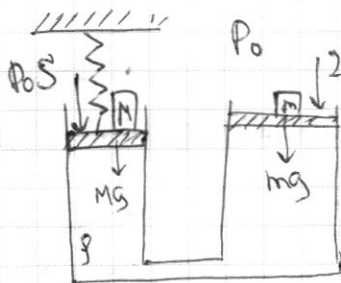
$$dz \sqrt{\frac{8S}{\pi}}$$

$$= P_0 \sin \alpha$$

$$\frac{G \pi R^2 \cdot g}{2 G \pi R^2 g}$$

$$=$$

$$\frac{2}{10}$$



$$P_0 S - P S + k \Delta x = 0$$

$$P_0 S - (P_0 + \rho g h) S + k \Delta x = 0$$

$$P_0 S - P_0 S + \rho g h S = -k \Delta x$$

$$\rho g h S = -k \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{\rho g h S}{-k}$$

$$x = \frac{\rho g h S}{k} \Rightarrow h = \frac{k x}{\rho g S}$$

$$\sin \alpha = P_0 \sqrt{1 - \frac{P_0^2}{P_1^2}}$$

$$P_1 \sqrt{1 - \frac{P_0^2}{P_1^2}} - P = ma$$

$$2P_0 S + mg = P_2 \cdot 2S$$

$$P_0 S + Mg = P_2 \cdot S$$

$$2P_0 S + mg = 2P S$$

$$2P_0 S + 2Mg = 2P_2 (h + x + \frac{x}{2}) = \Delta$$

$$\rho g (h + \frac{3x}{2}) \cdot 2S = \cdot$$

$$V = x S = l \cdot 2S \Rightarrow l = \frac{x}{2}$$

$$\rho g x S = \rho g l \cdot 2S$$

$$l =$$