Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

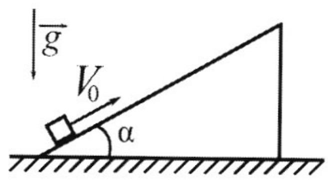
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

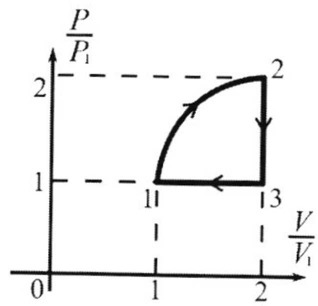
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

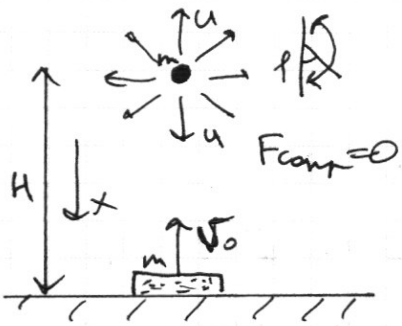
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1



1) Запишем ЗСЭ для фейерверка во время полёта:

$$(mgH)_к - \left(\frac{mv_0^2}{2}\right)_н = 0$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{2gH}}$$

$$v_0 = \sqrt{2\cdot 10\cdot 65} = \boxed{5\sqrt{26}\ м/с}$$

2) Фейерверк разрывается в высшей точке на множество осколков, вылетающих со скоростью u по всем направлениям. Известно время падения осколков, т.е. ~~время~~ разность времён падения самого последнего осколка и самого первого. Для всех осколков:

$$H = u\cos\varphi t + \frac{gt^2}{2},$$ где t – время полёта и

$u\cos\varphi$ – начальная скорость по оси (x).

$\varphi \in [0; 180]^\circ \Rightarrow t_{min}$ при $\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 1$ и

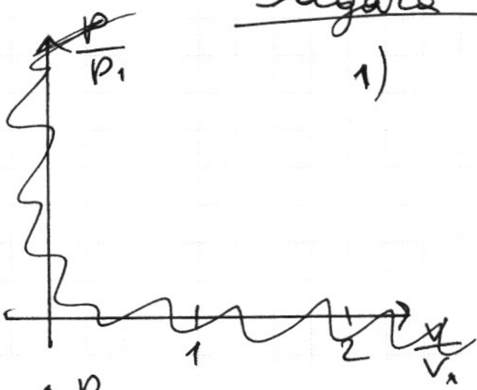
t_{max} при $\varphi = 180^\circ \Rightarrow \cos\varphi = -1$.

Тогда: $H = ut_{min} + \frac{gt_{min}^2}{2}$

$$t_{min}^2 + \frac{2u}{g}t_{min} - \frac{2H}{g} = 0$$

$$t_{min} = \frac{-\frac{2u}{g} \pm \sqrt{\frac{4u^2}{g^2} + 4\cdot\frac{2H}{g}}}{2}$$

Задача №4



1) У М-К для т. 1:

$p_1V_1 = \nu R T_1$

Газ расширялся в процессе 1-2.

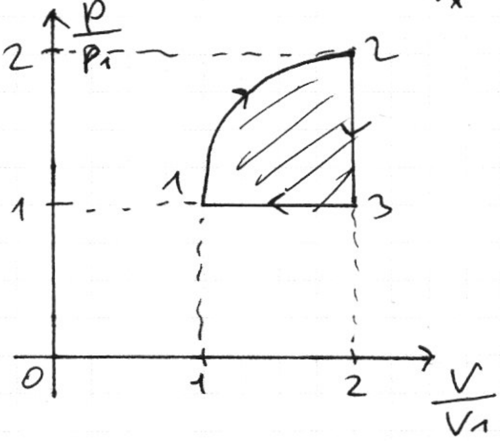
~~?~~ Для любой точки этого процесса:

$\delta Q = \delta A + dU$

$\cancel{\delta P}\ \delta p \geq 0$ и $\delta V \geq 0 \Rightarrow$

$\delta A \geq 0$ и $dU \geq 0 \Rightarrow \delta Q \geq 0.$

Тогда тепло поступало на всем процессе.



$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}.$

$A_{12} = p_1V_1 + \frac{\pi (p_1V_1)}{4}$ $\quad p_1V_1 = R^2$

$A_{12} = \cancel{p_1V_1 + }\ p_1V_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$

$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1)$

Газ одноатомный $\Rightarrow i = 3$ Из У М-К:

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) = \frac{9}{2}p_1V_1$

Тогда $Q_{12} = p_1V_1\left(1 + \frac{\pi}{4} + \frac{9}{2}\right) = \boxed{p_1V_1\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}$

Тогда $Q_{12} = \nu R T_1 \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \boxed{RT_1\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}$

2) Работа газа за цикл:

$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = S_{\square} = \frac{\pi}{4}p_1V_1 = \frac{\pi}{4}\cdot \nu R T_1 = \boxed{\frac{\pi}{4}RT_1}$

3) $\eta = \frac{A}{Q_н}$. В процессах 2-3 и 3-1 тепло не поступало $\Rightarrow Q_н = Q_{12}$ $\quad \eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\frac{\pi}{4}RT_1}{RT_1\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} = \boxed{\frac{\pi}{22+\pi}}$

Ответ: $Q_{12} = RT_1 \cdot \frac{22+\pi}{4}$; $A = \frac{\pi}{4}RT_1$ и $\eta = \frac{\pi}{22+\pi}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи N 1.

$t_{min} > 0 \Rightarrow \quad t_{min} = \dfrac{-\frac{2u}{g} + \sqrt{\frac{4u^2}{g} + \frac{8H}{g}}}{2}$

Аналогично: $H = -ut_{max} + \dfrac{gt_{max}^2}{2}$

$$t_{max}^2 - \frac{2u}{g} t_{max} - \frac{2H}{g} = 0$$

$$t_{max} = \frac{\frac{2u}{g} \pm \sqrt{\frac{4u^2}{g^2} + \frac{8H}{g}}}{2}$$

$t_{max} > 0 \Rightarrow \quad t_{max} = \dfrac{\frac{2u}{g} + \sqrt{\frac{4u^2}{g^2} + \frac{8H}{g}}}{2}$

Тогда: $\tau = t_{max} - t_{min} = \dfrac{\frac{2u}{g} + \sqrt{\frac{4u^2}{g^2} + \frac{8H}{g}}}{2} -$

$- \dfrac{-\frac{2u}{g} + \sqrt{\frac{4u^2}{g^2} + \frac{8H}{g}}}{2} = \dfrac{u}{g} + \dfrac{u}{g} = \dfrac{2u}{g}$

Значит $u = \dfrac{g\tau}{2} = \dfrac{10 \cdot 10}{2} = 50$ м/с

Скорости всех осколков равны $u \Rightarrow$

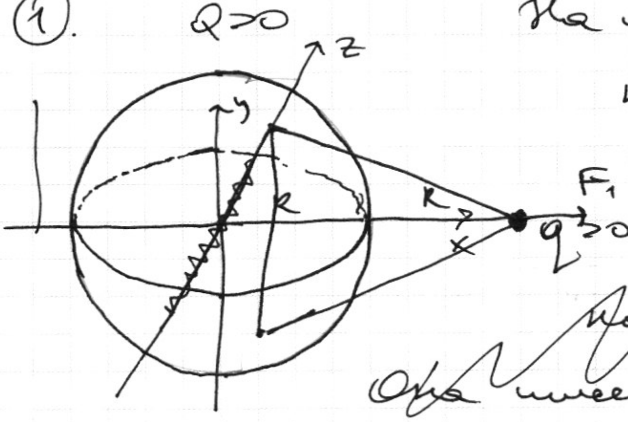
$K = \sum \dfrac{m_i u^2}{2} = \underbrace{\sum m_i}_{m} \cdot \dfrac{u^2}{2} = \boxed{\dfrac{mu^2}{2}}$

$K = \dfrac{2 \cdot 50^2}{2} = \boxed{2500 \text{ Дж}}$

Ответ: $v_0 = 5\sqrt{26}$ м/с и $K = 2500$ Дж.

Задача N5

(1).



На шарик действует сила F_1, направленная от сферы, т.к. q и $Q > 0$. ~~Рассмотрим любую точку на сфере, не лежащей на оси (x). Она имеет некоторый заряд $Q_т$.~~

Введем координатные оси из точки центра сферы: (x); (y) и (z). Рассмотрим любую точку на сфере с координатами (x_1, y_1, z_1), не лежащей на оси (x). Тогда найдется другая точка с координатами $(x_1, -y_1, и -z_1)$, лежащая на сфере. ~~Заметим, что проекции силы со стороны т.1 и т.2 на шарик~~

Заметим, что проекции на ось (y) и ось (z) сил со стороны т.1 и т.2 на шарик компенсируются. Таким образом, можно все точки (кроме двух, ~~к~~ у которых проекции сил на (y) и (z) равны 0). разбить на пары и получить, что ΣF_y и $\Sigma F_z = 0$. $\Rightarrow F_1 \uparrow\uparrow$ (x). Тогда нас интересуют только проекции сил на ось (x). Тогда ~~сферу можно~~ весь заряд сферы Q можно передать центру сферы и от этого сила F_1 не поменяется, т.к. $\Sigma F_y = 0$ и $\Sigma F_z = 0$, а ΣF_x – не поменяется; ~~т.к. не поменяется поле напряженность поля сферы.~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

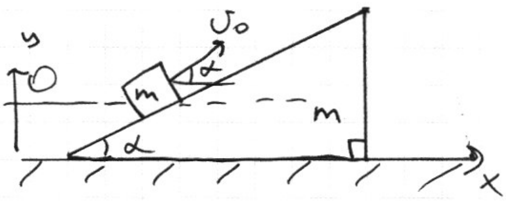
ШИФР

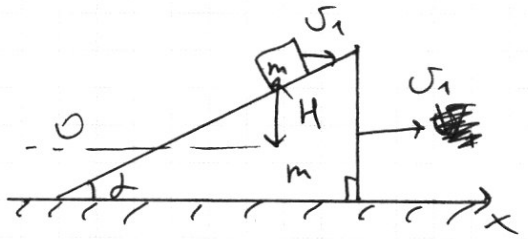
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2.

1)





Изначально шайба и клин покоились. После шайбе придали скорость v_0. Шайба скользила по клину, а клин по горизонтальной поверхности. Шайба поднимется на максимальную высоту H над точкой старта тогда, когда перестанет скользить по клину, иначе либо она еще поднимается вверх, либо уже спускается вниз. Тогда скорости шайбы и клина сравняются и станут v_1. Клин движется только по оси X, поэтому $\vec{v_1} \parallel (x)$. (а шайба и по (x) и по (y) — система движется только в плоскости рисунков). На систему в целом не действовали силы по оси x, поэтому ЗСИ по (x):

$$(mv_1 + mv_1)_x - (mv_0\cos\alpha)_x = 0$$

$$2mv_1 = mv_0\cos\alpha$$

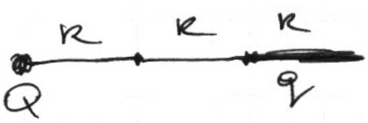
$$v_1 = \frac{v_0\cos\alpha}{2}$$

Также ЗСЭ для системы:

Продолжение задачи №5.

Тогда $F_1 = k \cdot \frac{qQ}{(2R)^2} = \boxed{\frac{kqQ}{4R^2}}$

②. Аналогично пункту ① для каждой точки стержня $\sum F_y = 0$ и $\sum F_z = 0$. Поэтому можно сферу заменить на точку в центре сферы с зарядом Q. Аналогично можно заменить стержень на точку в центре стержня и ничего не изменится.



Тогда $F_2 = k \cdot \frac{qQ}{(2,5R)^2} = \boxed{\frac{kqQ}{2,25R^2}}$

Ответ: $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$ и $F_2 = \frac{kqQ}{2,25R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи №2.

$$\left(\frac{mv_1^2}{2}+\frac{mv_1^2}{2}+mgH\right)_к-\left(\frac{mv_0^2}{2}\right)_н=0$$

$$2v_1^2+2gH=v_0^2$$

$$2\left(\frac{v_0\cos\alpha}{2}\right)^2+2gH=v_0^2$$

$$v_0^2\cos^2\alpha+4gH=2v_0^2$$

$$4gH=v_0^2(2-\cos^2\alpha)$$

$$\boxed{H=\frac{v_0^2(2-\cos^2\alpha)}{4g}}$$

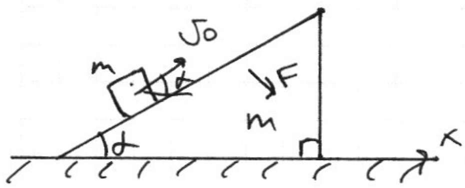
Подставляем численные значения:

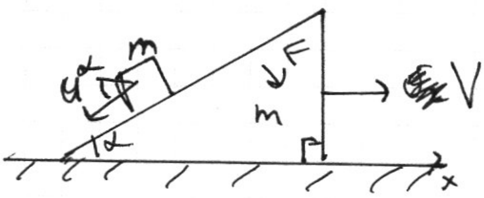
$$H=\frac{2^2\cdot\left(2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right)}{4\cdot 10}$$

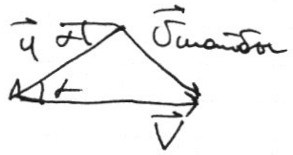
$$H=\frac{4\cdot\left(2-\frac{3}{4}\right)}{4\cdot 10}$$

$$H=\frac{5}{4\cdot 10}=\frac{1}{8}=\boxed{0{,}125\ м}$$

2)







Начало движения системы мы рассмотрели в 1). Пусть когда ~~она~~ шайба вернётся в точку старта на клине её скорость u относительно клина (т. е. по клину). Тогда её скорость относительно поверхности

$$\vec v_ш=\vec u+\vec V$$

~~Начало~~ Проекция $\vec v_ш$ по (x): $V-u\cdot\cos\alpha$

~~$V \geq u\cos\alpha$~~

$$v_ш=\sqrt{u^2+V^2-2uV\cos\alpha}$$

Запишем ЗСИ по (x) и ЗСЭ:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

продолжение задачи №2.

а) $\left(mV + m(V - u\cos\alpha)\right)_к - (m\upsilon_0\cos\alpha)_н = 0$

$2mV = m\upsilon_0\cos\alpha + mu\cos\alpha$

~~$V = \frac{(\upsilon_0+u)\cos\alpha}{2}$~~ $\quad \boxed{u = \frac{2V - \upsilon_0\cos\alpha}{\cos\alpha}}$

~~б) $\left(\frac{m\upsilon_u^2}{2} + \frac{mV^2}{2}\right)_к - \left(\frac{m\upsilon_0^2}{2}\right)_н = 0$~~

~~$u^2 + V^2 - 2uV\cos\alpha + V^2 = \upsilon_0^2$~~

~~$u^2 + 2u\cos\alpha \cdot \frac{(\upsilon_0+u)\cos\alpha}{2} + 2\,(\upsilon_0+u)$~~

б) $\left(\frac{m\upsilon_u^2}{2} + \frac{mV^2}{2}\right)_к - \left(\frac{m\upsilon_0^2}{2}\right)_н = 0$

$u^2 + V^2 - 2uV\cos\alpha + V^2 = \upsilon_0^2$

$\left(\frac{2V - \upsilon_0\cos\alpha}{\cos\alpha}\right)^2 + 2V^2 - 2V\cos\alpha \cdot \frac{2V - \upsilon_0\cos\alpha}{\cos\alpha} = \upsilon_0^2$

$4V^2 - 4V\upsilon_0\cos\alpha + \cancel{\upsilon_0^2\cos^2\alpha} + 2V^2\cos^2\alpha - 2V\cos^2\alpha(2V - \upsilon_0\cos\alpha) = \cancel{\upsilon_0^2\cos^2\alpha}$

$4V^2 + 2V^2\cos^2\alpha - 4V^2\cos^2\alpha - 4V\upsilon_0\cos\alpha + 2V\upsilon_0\cos^3\alpha = 0$

$V \neq 0$, т.к. со стороны шайбы всё время движения действует некоторая сила F на клин ($F_x > 0$). Тогда:

$2V - V\cos^2\alpha - 2\upsilon_0\cos\alpha + \upsilon_0\cos^3\alpha = 0$

$V(2 - \cos^2\alpha) = \upsilon_0\cos\alpha(2 - \cos^2\alpha)$

$2 - \cos^2\alpha \neq 0$, т.к. $\cos^2\alpha = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow$

$\boxed{V = \upsilon_0\cos\alpha}$ $\quad V = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\sqrt{3}\text{ м/с}}$

Ответ: 1) $H = 0{,}125$ м; 2) $V = \sqrt{3}$ м/с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

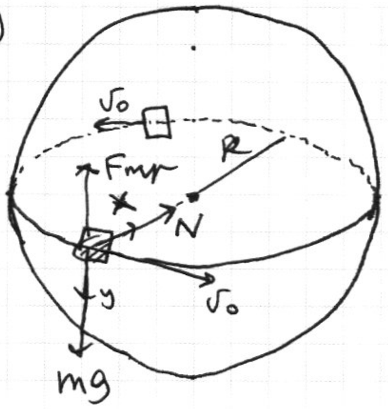
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N3

1)



На модель действует mg вертикально вниз и силы со стороны ~~сф~~ неподвижной сферы: $\vec{N} \perp$ плоскости, касающейся сферы в точке нахождения автомобиля и $\vec{F}_{тр} \parallel$ этой плоскости. Для каждого местоположения модели введем ось (x), направленную от модели к центру сферы и ось (y) вертикально вниз. Для модели:

(x): $ma = N$

(y): $mg - F_{тр} = 0$.

Модель движется по окружности $\Rightarrow a = \frac{v_0^2}{R}$.

Модель не ускоряется в касающейся плоскости $\Rightarrow$ ~~Fтр вдоль горизонтально возможна~~ $\Rightarrow$

$\vec{F}_{тр} \parallel$ (y).

Тогда $N = \frac{mv_0^2}{R}$ и $F_{тр} = mg$

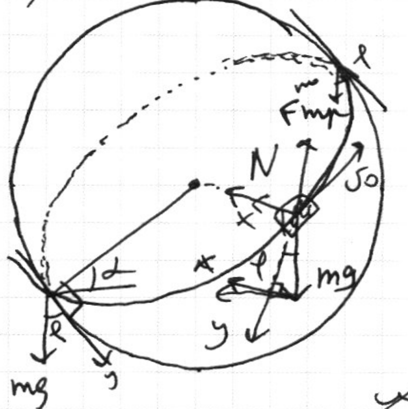
$\vec{P} = -\vec{N} - \vec{F}_{тр} \Rightarrow \vec{N} \perp \vec{F}_{тр} \Rightarrow$

$$P = \sqrt{\left(\frac{mv_0^2}{R}\right)^2 + (mg)^2} = \boxed{m\sqrt{\frac{v_0^4}{R^2} + g^2}}$$

$$P = 0{,}4 \cdot \sqrt{\frac{3{,}7^4}{1{,}2^2} + 10^2} \approx \boxed{6{,}1\ Н}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Продолжение задачи N 3.



Теперь модель движется по большому кругу, составляющем с горизонтом угол α. Действуют те же силы: $m\vec{g}$; $\vec{N}$ и $\vec{F}_{тр}$. ~~Введём для каждого местоположения модели ось x, направленную к центру сферы и ось y~~

Рассмотрим $m\vec{g}$. Её можно спроецировать на плоскость, касающуюся сферы в точке модели. ~~Пусть~~ Назовём ось, сонаправленную с данной проекцией, (y). ~~Fтр в этой плоскости нулевая~~ ⇒ Модель не ускоряется в плоскости касания ⇒ $\vec{F}_{тр} \parallel$ (y). ~~Отсюда~~

Также $m\vec{g}$ можно спроецировать перпендикулярно плоскости касания. Назовём ось, сонаправленную с ~~данной проє~~ $\vec{N}$, (x). Тогда данная проекция $\parallel$ (x).

Тогда: (x): $N + mg_x = ma$

(y): $mg_y - F_{тр} = 0$.

$mg_x = mg \cdot \sin\varphi$ и $mg_y = mg\cos\varphi$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи №3

Из рисунка видим, что $\varphi \in [-\alpha; \alpha]$

$-\alpha$ в нижней точке и α в высшей точке

Условие данного равномерного движения:

$F_{тр} \le \mu N$

$F_{тр} = mg\cos\varphi$ и $N = ma - mg\sin\varphi$

Тогда: $mg\cos\varphi \le \mu(ma - mg\sin\varphi)$

$$g(\cos\varphi + \mu\sin\varphi) \le \mu a$$

Метод вспомогательного угла:

$$\cos\varphi + \mu\sin\varphi = \sqrt{1+\mu^2}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\cos\varphi + \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\sin\varphi\right) \ominus$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} = \sin x \text{ и } \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} = \cos x \Rightarrow$$

$$\ominus \sqrt{1+\mu^2}(\sin x\cos\varphi + \cos x\sin\varphi) = \sqrt{1+\mu^2}\sin(x+\varphi)$$

Эта величина max, когда $x+\varphi$ − max $\Rightarrow \boxed{\varphi = \alpha}$.

Тогда: $g(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \le \mu\frac{v_{min}^2}{R}$

$$\boxed{v_{min} \geqslant \sqrt{\frac{gR}{\mu}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}}$$

$$v_{min} \geqslant \sqrt{\frac{10\cdot 1{,}2}{0{,}9}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}9\cdot\frac{1}{2}\right)} \approx 1{,}33 \text{ м/с}$$

Ответ: $\rho = 6{,}14$ и $v_{min} \approx 1{,}33$ м/с.

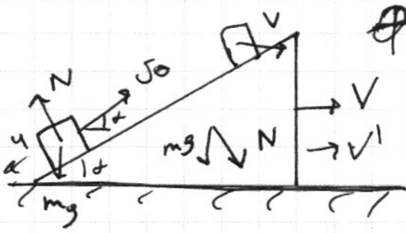
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



ЗСИ: $(mV+mV)_к-(m\upsilon_0\cos\alpha)_н=0$

ЗСЭ: $\left(\frac{mV^2}{2}+\frac{mV^2}{2}+mgH\right)_к-\left(\frac{m\upsilon_0^2}{2}\right)_н=0$

ЗСИ: $(mV'-mu\cos\alpha)_к-(m\upsilon_0\cos\alpha)_н=0$

ЗСЭ: $\left(\frac{mV'^2}{2}+\frac{mu^2}{2}\right)_к-\left(\frac{m\upsilon_0^2}{2}\right)_н=0$

$65=5\cdot13$

$2\cdot10\cdot65=2\cdot5^2\cdot13$

$\cos\varphi+\sin\varphi=$

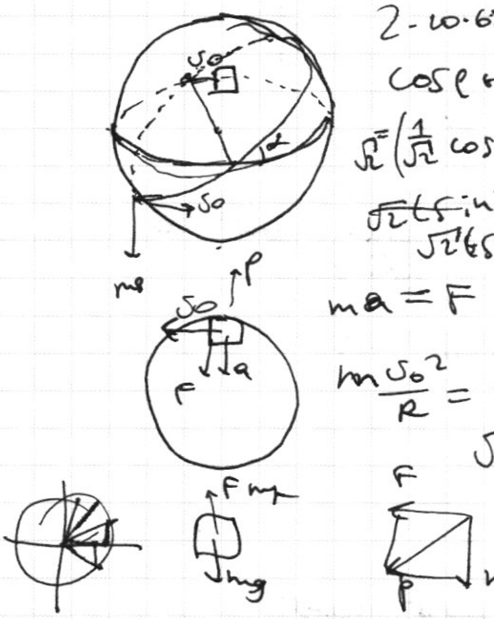
$\sqrt2\left(\frac{1}{\sqrt2}\cos\varphi+\frac{1}{\sqrt2}\sin\varphi\right)=$

$\sqrt2\sin(45+\varphi)$

$ma=F$

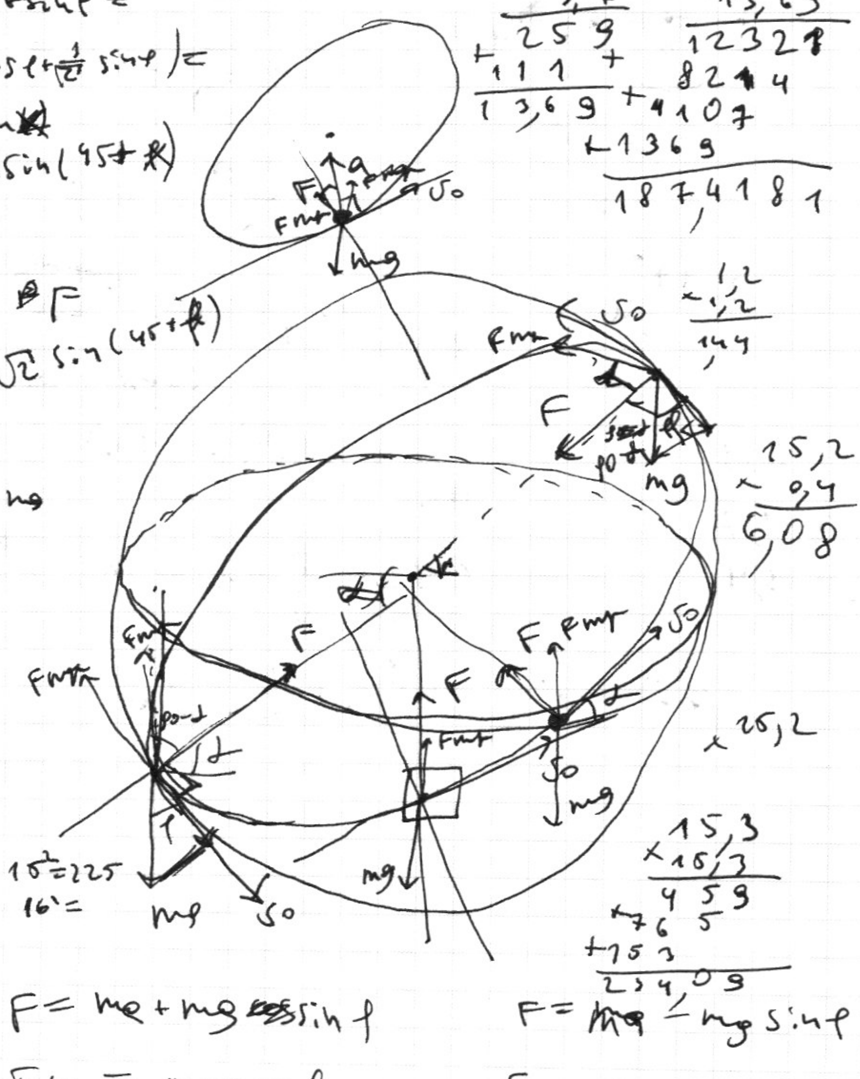
$\frac{m\upsilon_0^2}{R}=F$

$\sqrt2\sin(45+\varphi)$



$P=\sqrt{F^2+mg^2}$

$F_{тр}\le\mu F$



$3{,}7\times3{,}7=13{,}69$

$13{,}69\times13{,}69=187{,}4161$

$1{,}2\times1{,}2=1{,}44$

$15{,}2\times0{,}4=6{,}08$

$\times 15{,}2$

$15{,}3\times15{,}3=234{,}09$

$187{,}4181 : 1{,}44 = 130{,}1$

130,1

$15^2=225$

$16^2=$

$F=mg+mg\sin\varphi$ $\quad$ $F=mg-mg\sin\varphi$

$F_{тр}=mg\cos\varphi$ $\quad$ $F_{тр}=mg\cos\varphi$

$130{,}1+100=230{,}1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

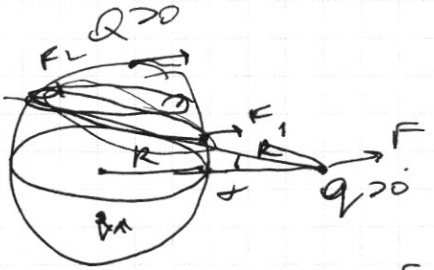
$12 \,|\, 0,9$ = $1,3333$

30 27 30 $13,3$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,45$

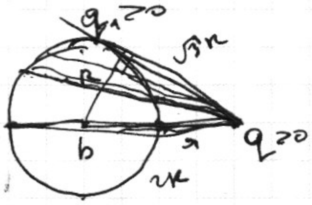
$1,6 \times 1,6 = 256$ $17 \times 17 = 289$ 4×18 $3,75 \times 3,75$

$0,88 + 0,45 = 1,33$



$$F_1 = k\frac{q(\delta Q)}{R^2} + k\frac{q(\delta Q)}{4R^2}$$

$\frac{5}{4}$



$$kq\frac{(\delta Q)}{(\sqrt{3}R)^2}\cdot 2 = \frac{2}{3}$$

$\sqrt{3}R \cdot 2\sqrt{3}$

3

$$k\frac{q(\delta Q)}{a^2} + \frac{kQq}{b^2} \qquad \frac{b^2+a^2}{a^2b^2} \qquad (a+b)^2 - 2ab$$

$2 \cdot 1,7$
$3,4$

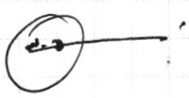
$$kq(\delta Q)\cdot\frac{(a+b)^2-2ab}{a^2b^2}$$

$$\int_{4R}^{2\sqrt{3}R} kq(\delta Q)\cdot\frac{(a+b)^2-4R^2}{4R^4} =$$

$2\sqrt{3}$

$2 \cdot 1,7$
$3,4$

$$\frac{kq\delta q}{4R^2}\int (a+b)^2 - 4R^2 \qquad \frac{(a+b)^3}{3} \quad \frac{(a+b)^3}{3}$$



$$\frac{1}{R^2} + \frac{1}{4R^2} = \frac{5}{4R^2}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи N3

Из рисунка видим, что $\varphi \in [-\alpha; \alpha]$.

$-\alpha$ в нижней точке и α в высшей точке.

Условие данного равномерного движения – это $F_{тр} \leq \mu N$. Тогда:

$F_{тр} = mg\cos\varphi$ и $N = ma - mg\sin\varphi$

$mg\cos\varphi \leq (ma - mg\sin\varphi)\mu$

$g(\cos\varphi + \sin\varphi) \leq a$

Метод вспомогательного угла

$\cos\varphi + \sin\varphi = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\varphi + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi\right) =$

$= \sqrt{2}\left(\sin(45)\cos\varphi + \cos(45)\sin\varphi\right) = \sqrt{2}\cdot\sin(45+\varphi)$

Тогда $g\cdot\sqrt{2}\sin(45+\varphi) \leq a$

Левая часть max, когда $\underline{\varphi = \alpha}$ $\Rightarrow$

$\sqrt{2}g\sin(45+\alpha) \leq a$

$\alpha = \frac{\pi}{6}$ (30°) и $a = \frac{v_0^2}{R}$ $\Rightarrow$ ~~$\sqrt{2}g(\sin 45\cos\frac{\pi}{6}+$~~

~~$\sqrt{2}g\sin(75) \leq \frac{v_0^2}{R}$~~

$\sqrt{2}g(\sin 45\cos 30 + \cos 45\sin 30) \leq \frac{v_0^2}{R}$

$\sqrt{2}g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}\right) \leq \frac{v_0^2}{R}$

$g\frac{\sqrt{3}+1}{2} \leq \frac{v_0^2}{R}$

$v_0 \geq \sqrt{gR\frac{\sqrt{3}+1}{2}} = \sqrt{10}.$