

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

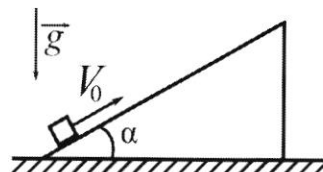
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

- 1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.
- 2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

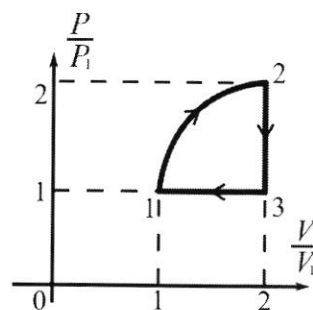
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?
- 2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

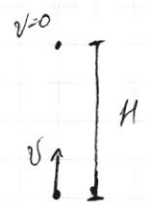
- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

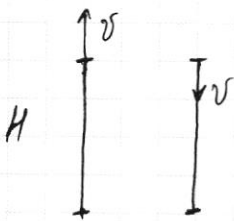
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.  1) в верхней точке траектории скорость ~~преобразуется~~ равна 0, со ускорением ~~на~~ во время всего полета равно g . Тогда:

$$\begin{cases} H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \\ v_0 - gt = 0 \end{cases} \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = 10\sqrt{13} \frac{м}{с}$$

(где t - время полёта
до верхней точки.)

- 2) Очевидно, что в.л. ~~спадает~~ скорость всех осколков по модулю одинакова, но самым первым упадет осколок, движущийся вертикально вниз, а последним - имеющий нач. скорость, напр. вертикально вверх. (2)



Пусть t_1 - время полёта 1-го осколка
 t_2 - время полёта 2-го осколка.
Тогда: $t_2 - t_1 = \tau$

Запишем для каждого из них ЗЭПМЭ:

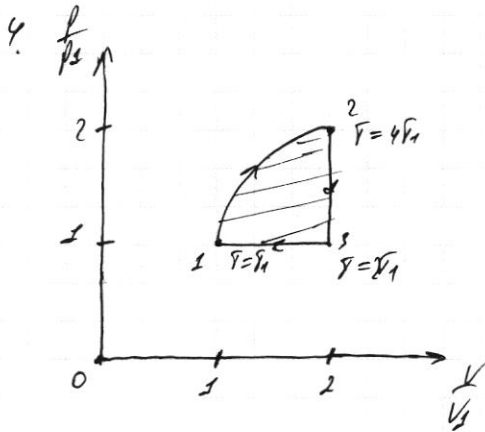
$$\Delta m v^2 + \Delta m g H = \frac{\Delta m v_{\text{ударн.}}^2} \Rightarrow \text{скорости, на которых они соприкоснутся с землей равны.} \Rightarrow gt_2 - v = v + gt_1 \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{2v}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{2v}{g} \Rightarrow v = \frac{g\tau}{2} = 50 \frac{м}{с}$$

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta m_i v^2}{2}, \text{ где } n - \text{сумм. кол-во осколков.}$$

$$L = \frac{v^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta m_i = \frac{v^2}{2} \cdot m = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ: ~~1)~~ 1) 10 В/з $\frac{m}{C}$ 2) 2500 Дж.



Из ур-я сос. уг. газа:

$$1 - p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$2 - 4p_1 V_1 = \nu R T_2 \Rightarrow T_2 = 4T_1$$

$$3 - 4p_1 V_1 = \nu R T_3$$

$$T_2 = 4T_1$$

$$T_3 = 2T_1$$

Работа газа за цикл равна площади, ~~о~~ огранич. участком (заштрихована.)

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot V_1 \cdot p_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$$

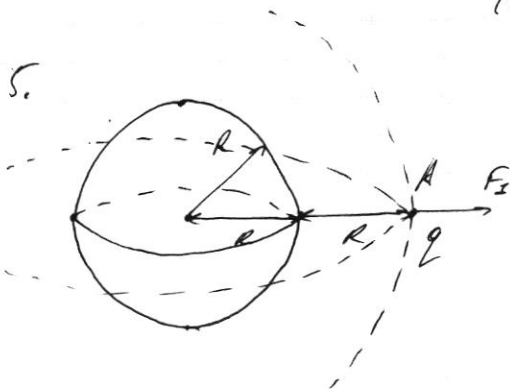
π -е начало термодинамики для участка 1-2:

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \nu R T_1 + \frac{3}{2} \cdot 3 \nu R T_1 =$$

$$= \frac{22 + \pi}{4} \nu R T_1 \approx 6,28 \nu R T_1$$

$$\eta = \frac{A_{\text{газа, цикл}}}{Q_{\text{поб.}}} = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{12}} = \frac{\pi}{22 + \pi} \cdot 100\% \approx 12\%$$

Ответ: 1) $6,28 \nu R T_1$ 2) $\frac{\pi}{4} \nu R T_1$ 3) 12%
($\approx 0,285 \nu R T_1$)



1) Примем ν Гаусса чтобы найти напр. поля сферы в точке А.

В качестве гausс. пов-ти выберем сферу, радиусом r , с центром в центре заряж. сферы.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

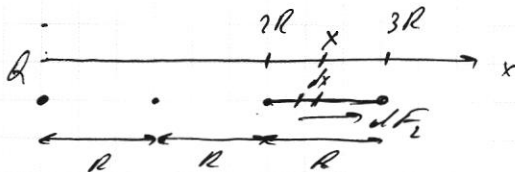
Из симметрии сферы следует, что её поле имеет сферич. симметрию отн. её центра \Rightarrow по Γ -ле Гаусса:

$$E_A \cdot S_{\text{сф}} = 4\pi R^2 = 4\pi k Q$$

$$E_A \cdot 4\pi \cdot (2R)^2 = 4\pi k Q$$

$$E_A = \frac{kQ}{4R^2} \Rightarrow F_1 = qE_A = \frac{kqQ}{4R^2}$$

2) Из п. 1. следует, что поле сферы ведёт себя как поле точечного заряда Q , расл. в центре сферы. (Верно для поля вне сферы. Внутри сферы поле = 0).



$\lambda = \frac{Q}{L}$ - линейная плотность заряда сфер. я.

Из закона Кулона:

$$dF_2 = kq \cdot \frac{\lambda dx}{x^2}$$

$$dF_2 = \frac{kqQ}{L} \cdot \frac{dx}{x^2}$$

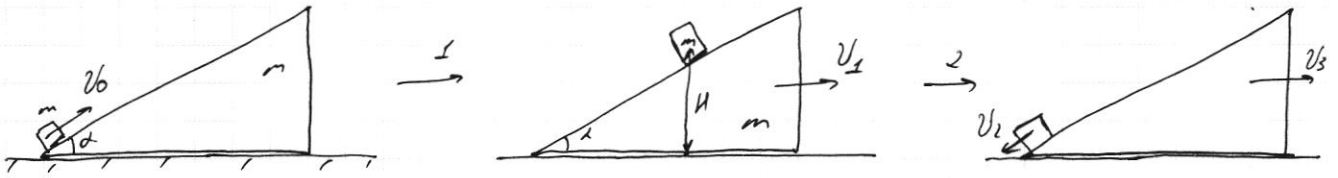
$$F_2 = \frac{kqQ}{L} \cdot \int_{2R}^{3R} \frac{1}{x^2} dx$$

$$F_2 = \frac{kqQ}{L} \cdot \left. -\frac{1}{x} \right|_{2R}^{3R}$$

$$F_2 = \frac{kqQ}{L} \cdot \left(-\frac{1}{3R} - \left(-\frac{1}{2R} \right) \right) = \frac{kqQ}{6R^2}$$

Ответ: 1) $\frac{kqQ}{4R^2}$ 2) $\frac{kqQ}{6R^2}$

2.



Плоская поверхность \Rightarrow энергия сохраняется.

На горизонт. ось не действ. внешних сил \Rightarrow импульс сохр. в проекции

$$1) \begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = mgh + 2 \cdot \frac{mv_1^2}{2} \\ mv_0 \cos \alpha = 2mv_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{v_0^2}{2} = gh + v_1^2 \\ v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} \Rightarrow H = \frac{1}{g} \left(\frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} \right) =$$

$$= \frac{1}{8} H ; \quad v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{H}{L}$$

$$2) \begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} + 2 \cdot \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} \\ 2mv_1 = mv_2 \cos \alpha + mv_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{v_0^2}{2} + v_1^2 = v_2^2 + v_3^2 \\ v_2 = \frac{1}{\cos \alpha} (2v_1 - v_3) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot (2v_1 - v_3)^2 + v_3^2$$

$$4 = \frac{4}{3} \cdot (\sqrt{3} - v_3)^2 + v_3^2$$

$$4 = \frac{4}{3} (3 - 2v_3\sqrt{3} + v_3^2) + v_3^2$$

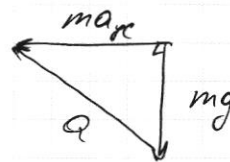
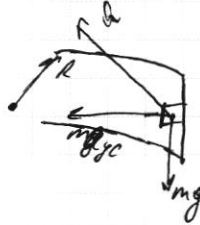
$$4 = 4 - v_3 \frac{4\sqrt{3}}{3} + 2v_3^2$$

$$v_3 \frac{4\sqrt{3}}{3} = 2v_3^2 \Rightarrow v_3 = \frac{4\sqrt{3}}{3} \frac{H}{L}$$

$$\text{Ответ: } H = \frac{1}{8} H ; \quad V = \frac{4\sqrt{3}}{3} \frac{H}{L}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. 1)



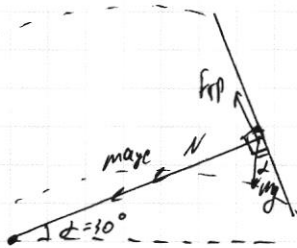
Q - полная реактивная опора.

$$\vec{Q} = -\vec{P} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = P$$

$$Q = m\sqrt{a_{yc}^2 + g^2} = m\sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + g^2} \approx 0,4 \cdot \sqrt{210} = 0,4 \cdot 15 = 6 \text{ Н}$$

2)



~~Если сила трения равна нулю то~~

Чтобы скорость машины, она не становилась нуль при минимальной

сила трения должна быть равна нулю.

из З.И:

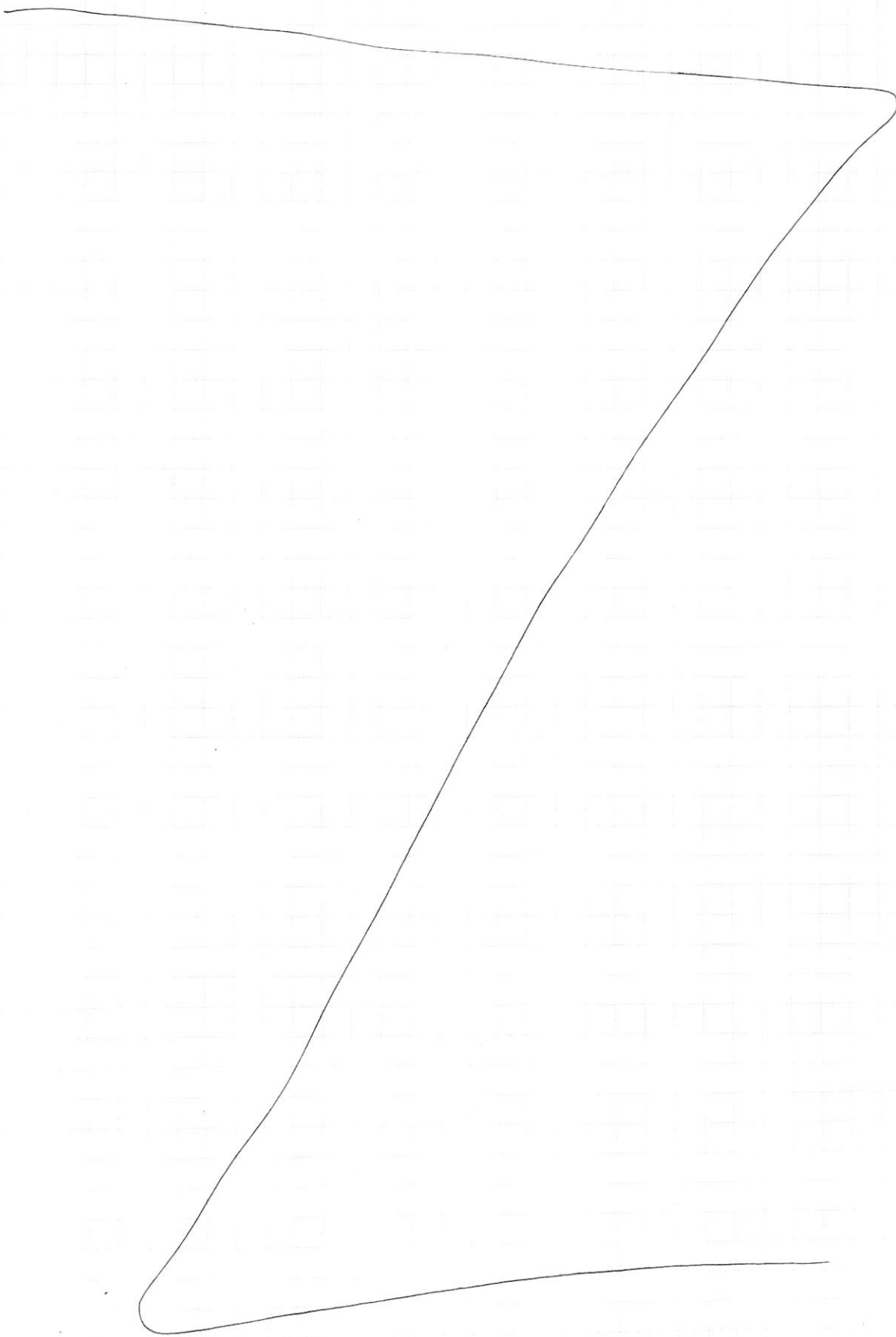
$$\begin{cases} mV = mg \cos \alpha \\ m \frac{v_{min}^2}{R} = N + mg \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{v_{min}^2}{R} = \frac{g}{\mu} \cos \alpha + g \sin \alpha$$

$$v_{min} = \sqrt{R \left(\frac{g}{\mu} \cos \alpha + g \sin \alpha \right)}$$

$$v_{min} \approx 15,36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

ответ: 1) 6 Н 2) 15,36 м/с



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

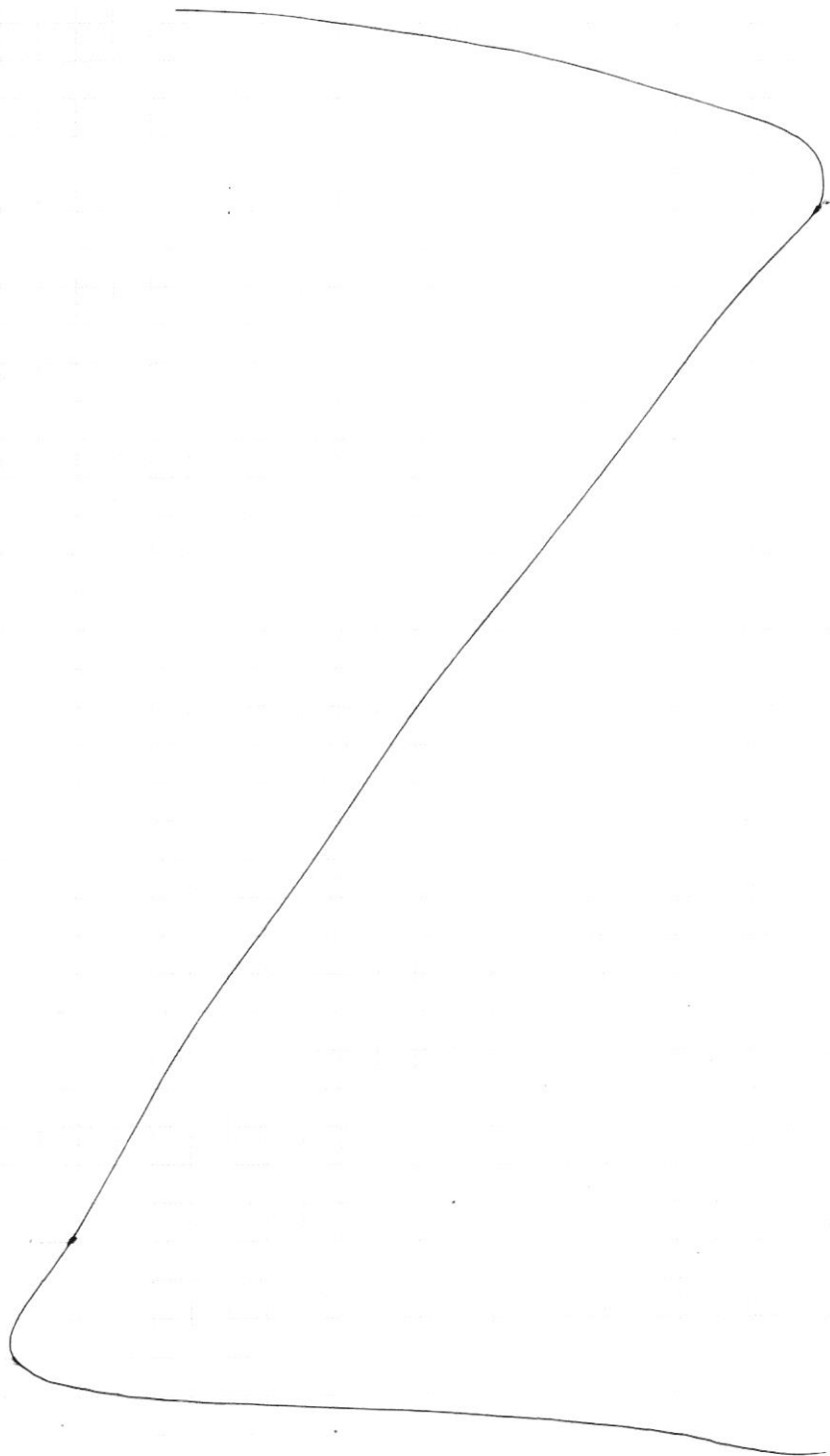
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

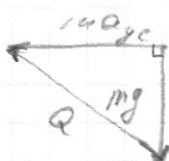
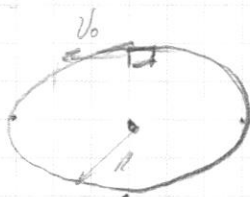
Страница № ___
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$mg + Q = m \omega^2 R$$

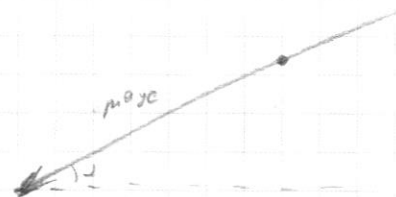
$$Q = m \sqrt{v_0^2 - g^2 R^2} = 0,4 \cdot \sqrt{230} \approx 0,4 \cdot 15 = 6 \text{ Н}$$

$g = 10 \text{ м/с}^2$

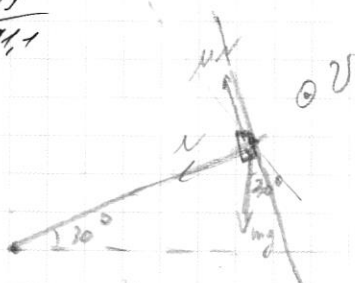
$$\begin{array}{r} 13,69 \\ - 11 \\ \hline 2,69 \\ - 11 \\ \hline 11,10 \\ - 13,69 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13,69 \\ - 11 \\ \hline 2,69 \\ - 11 \\ \hline 11,10 \\ - 13,69 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11,0 \\ - 11,0 \\ \hline 456 \\ - 1140 \\ \hline 11000 \\ - 125,96 \\ \hline \end{array}$$



$$100 \sqrt{1,1}$$



$$1,45/2 = 0,7$$

$$\frac{1}{10} \left(2 - \frac{4 \cdot 1}{4} \right) = \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{2} = 0,2$$

$$N \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha$$

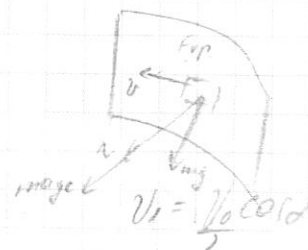
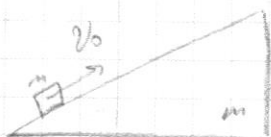
$$m \frac{v^2}{R} = N + mg \sin \alpha$$

$$11,07/11$$

$$\begin{array}{r} 11,07 \\ - 11 \\ \hline 1,07 \\ - 1,07 \\ \hline \end{array}$$

$$1,2 \left(\frac{10}{0,9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 10 \cdot \frac{1}{7} \right) =$$

$$= 1,2 \cdot (11,107 + 1) = 1,2 \cdot (12,107) = 1,2 \cdot 12,107 =$$

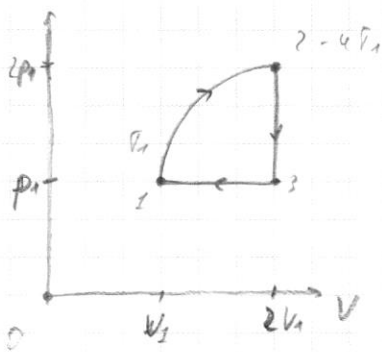


$$\frac{1}{10} \left(2 - \frac{4 \cdot 1}{4} \right) = \frac{1}{10} (2 - 1) = \frac{1}{10} \cdot 1 = 0,1$$

$$= \frac{1}{10} \cdot \frac{8}{4} = \frac{1}{10} \cdot 2 = 0,2$$

$$H = \frac{1}{g} \left(\frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} \right)$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gH = v_1^2 = gH \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}$$



$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = p_2 \cdot 4V_1$$

$$p_2 V_2 = p_2 V_3 \Rightarrow V_3 = 4V_1$$

$$2p_2 V_3 = p_3 V_3 \Rightarrow p_3 = 2p_2$$

$$22 + 3,14 = 25,14$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} p_2 V_3 = \frac{\pi}{4} p_2 \cdot 4V_1$$

$$Q = A_2 + \Delta U = p_1 V_1 + \frac{\pi}{4} p_2 V_3 + \frac{3}{2} \cdot 3 p_2 V_3 = (1 + \frac{\pi}{4} + \frac{9}{2}) p_2 V_3$$

$$= (\frac{22 + \pi}{4}) p_2 V_3$$

$$\eta = \frac{A_2}{Q}$$

$$\frac{3,14}{22} \cdot \frac{4}{10,28} = \frac{34}{20}$$

$$1 - 14 = 200$$

$$\frac{3100}{25,14} = 5,86$$

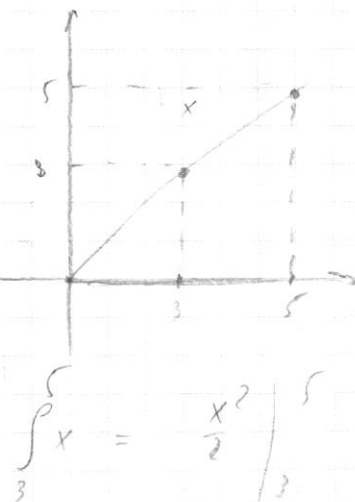
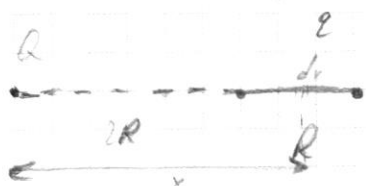


$$Q = E \cdot S$$

$$Q = 4\pi R^2$$

$$4\pi R^2 = E \cdot 4\pi R^2$$

$$E = \frac{16}{R^2}$$



$$\int_3^5 x = \frac{x^2}{2} \Big|_3^5$$

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$\int (x^{-2})' \rightarrow \int x^{-2}$$

$$(-x^{-1})' = -1 \cdot (-1) x^{-2} = x^{-2} = \frac{1}{x^2} \cdot dE = \frac{16}{R^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot dx$$

$$E = \frac{16}{R^2} \int \frac{1}{x^2} dx = \frac{16}{6R^2} \Big|_{2R}^{3R}$$