Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

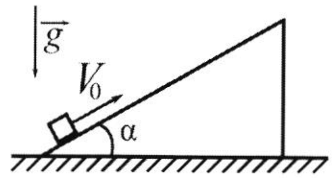
√ **1.** Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



√ 1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

√ 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

√ 2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

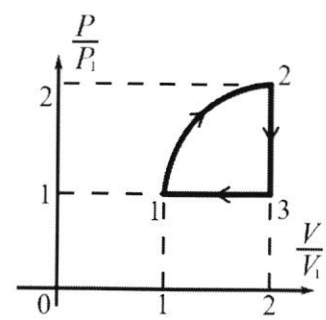
√ **4.** Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.



√ **5.** Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

N 1.

ЗСЭ:

1) $\frac{mV_0^2}{2} = mgH$.

$V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{10 \cdot \cancel{2}\, 130} = 10\sqrt{13}$ м/с.

2) V_1 – скорость осколка после взрыва.
~~Пусть осколок направлен под углом α к горизонту~~

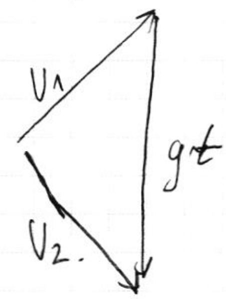
Тогда ~~время движение~~.

~~$gt = V_1$~~

m' – масса осколка

V_2 – скорость оск. у поверхности.

$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 + g\bar{t}$



Из ЗСЭ:

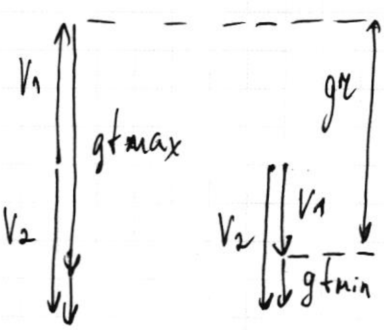
$\frac{m'V_2^2}{2} = \frac{m'V_1^2}{2} + m'gH$

$V_2^2 = V_1^2 + 2gH$.

Из треугольника gt_{max} max, когда V_1 и V_2 направлена вдоль одной прямой в противоп стороны => ~~при~~ когда V_1 вертикально вверх.

gt_{min} – мин, когда V_1 и V_2 направлены вдоль одной прямой в ~~разн~~ одну сторону => V_1 вертикально вниз.

$t_{max} - t_{min} = \tau$.



т.к. $gt_{max} - gt_{min} = g\tau$.

$g\tau = 2V_1$

$V_1 = \frac{g\tau}{2}$

n – кол-во осколков.

$E_k = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \frac{V_1^2}{2} = m\frac{V_1^2}{2} = m\frac{g^2\tau^2}{8} = \frac{2\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10}{8} =$

$= 2500$ Дж.

Ответ: 1) $10\sqrt{13}$ м/с 2) 2500 Дж

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

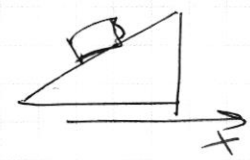
№ 2.

1) Шайба поднимется на максимальную высоту, когда скорость шайбы относительно клина будет равно нулю ⇒ скорость клина и шайбы в СО земли одинаковы и равны V_1.

На систему шайба+клин на ось x внешних сил не действует ⇒ выполняется ЗСИ на ox.

$mV_0\cos\alpha = 2mV_1$

$V_1 = \frac{V_0\cos\alpha}{2}$

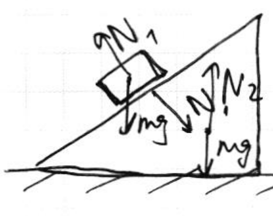


ЗСЭ:

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgh + \frac{2mV_1^2}{2} = mgh + \frac{mV_0^2\cos^2\alpha}{4}$$

$$h = \frac{2V_0^2 - V_0^2\cos^2\alpha}{4\cdot g} = \frac{2\cdot4 - 4\cdot\frac{3}{4}}{40} = \frac{1}{8}\ м.$$

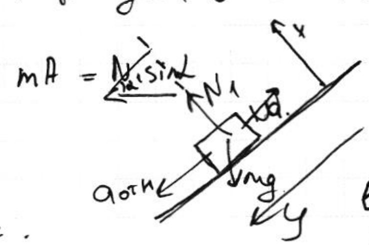
2)



A – ускорение клина.

$MA = N_1\sin\alpha \Rightarrow A = \frac{N_1\sin\alpha}{m}$

Перейдём в СО клина.



$O_x: N_1\sin^2\alpha + N_1 = mg\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow N_1 = const$

$O_y: N_1\sin\alpha\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma_{отн}$

$a_{отн} = const$

$l = \frac{V_0^2}{2a_{отн}} \Rightarrow$ конечн. скорость в со клина V_0.

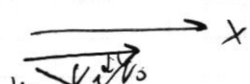
$l = \frac{H}{\sin\alpha}$.

a относит. направлено вдоль поверхн. клина.

Таким образом в СО клина шайба движется равноускоренно ⇒ в нижней точке её скорость будет V_0 в СО клина V ⇒ её скорость в СО Земли V_2:

~~Запишем~~

$V_{2x} = V - V_0\cos\alpha$.



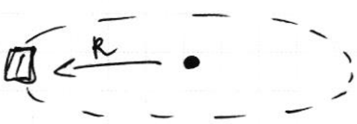
ЗСИ на ось x: $mV_0\cos\alpha = mV + mV - mV_0\cos\alpha$ $\quad V = V_0\cos\alpha = \sqrt{3}$ м/с

Ответ: 1) $\frac{1}{8}$ м 2) $\sqrt{3}$ м/с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

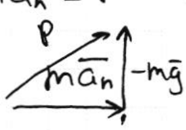
N 3.

1)



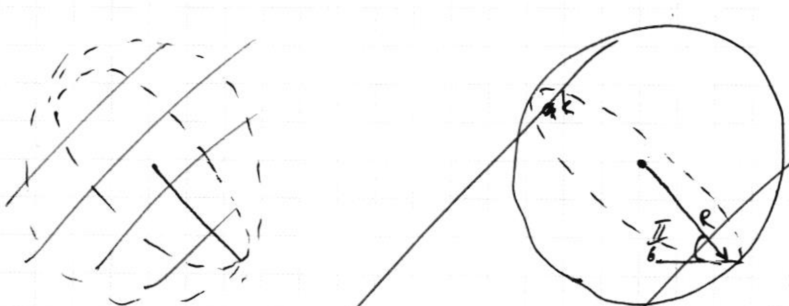
Т.к автомобиль совершает вращательное движение $a_n = \frac{V_0^2}{R}$ и направлено к центру сферы.

$m\bar{a}_n = \bar{P} + m\bar{g}$.



Ответ: $P = \sqrt{(mg)^2 + (ma_n)^2} = m\sqrt{g^2 + \frac{V_0^4}{R^2}} = 0{,}4 \cdot \sqrt{100 + \frac{3{,}7^4}{1{,}2^2}} =$

2)



$\downarrow g$

$F_{тр} \leq \mu N$

Проекция силы тяжести на эту плоскость: $mg\sin\alpha$.

N направлено перпендик поверхности сферы, т.е по радиусу.

Ось x – ось от центра сферы к машинке.

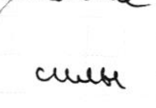
$N = \frac{mU^2}{R} + mg_x$

плоскость в – плоскость, касательная к сфере в точке машины.

$F_{тр} = mg_в$ ← проекция силы тяжести на эту ось

$F_{тр max} = \mu N_{max}$

Рассмотрим пл-сть к:



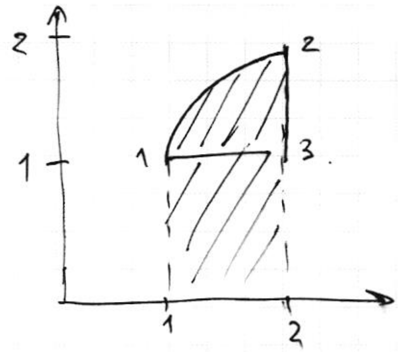
Угол β меняется.

N_{max}:

$N_{max} = mg\sin\alpha + \frac{mU^2}{R}$

№ 4.

1) $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = Q_н.$



A_{12} – площадь четверти круга и площ квадрата под ~~...~~ этой четвертью. (заштриховано).

$$A_{12} = P_1 \cdot V_1 + \frac{\pi \cdot P_1 V_1}{4} = \frac{(4+\pi)}{4} R T_1.$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot \cancel{3P_1V_1} R (4T_1 - T_1) = \frac{9}{2} T_1.$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2 = 4 P_1 V_1 = 4 \nu R T_1 \Rightarrow T_2 = 4 T_1.$$

$$Q_{12} = \frac{9}{2} R T_1 + \frac{(4+\pi)}{4} R T_1 = R T_1 \cdot \left(\cancel{18} \; \frac{22+\pi}{4} \right)$$

2) $A_{\cancel{газа}} = A_{123}$ = площадь четверти окружности:

$$A = \frac{\pi P_1 V_1}{4} = \frac{\pi R T_1}{4}.$$

3) $|Q_x| = |Q_{231}| = |A_{31}| + \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_1) = P_1 V_1 + \frac{9}{2} T_1 R =$

$= \frac{11}{2} R T_1.$

$$\eta = \frac{Q_н - Q_x}{Q_x} = \frac{\frac{22+\pi}{4} - \frac{11}{2}}{\frac{22+\pi}{4}} = \frac{\pi}{22+\pi}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

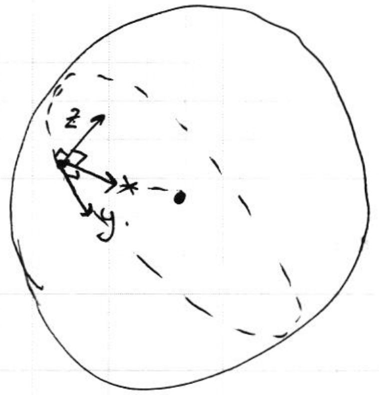
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 2) ~~оси~~ начертим 3 оси

ось x – из машины в центр

ось y – перпендикулярно x в пл-сти больш. круга.

ось z – перп пл-ти больш круга в т. машины. (наложение).

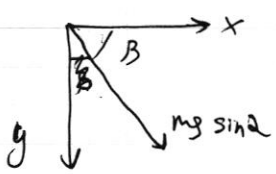


проекция mg на ось z:

$mg\cos\alpha$.

на плоскость большого круга:

$mg\sin\alpha$.



На ось y: $mg\sin\alpha\sin\beta$

На ось x: $mg\sin\alpha\cos\beta$,

$F_{тр} \le \mu N$

$$F_{тр}^2 = (mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha\sin\beta)^2$$

$$N = \frac{mV^2}{R} - mg\sin\alpha\cos\beta.$$

$$\sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha\sin\beta)^2} \le \mu\left(\frac{mV^2}{R} - mg\sin\alpha\cos\beta\right)$$

$$\sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha\sin\beta)^2} + \mu mg\sin\alpha\cos\beta \le \mu\frac{mV^2}{R}.$$

μ – мин, когда производная от β равна нулю.

$$m^2g^2\sin^2\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta \mp \mu mg\sin\alpha\sin\beta\sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha\sin\beta)^2} = 0$$

$\sin\beta = 0$ Из той производной при этом значении минимум.

т.е в верхней точке. Или нижней. $mg\cos\alpha \le \mu\left(\frac{mV^2}{R} \pm mg\sin\alpha\right)$ ⇒

$F_{тр} = mg\cos\alpha$

$N = \frac{mV^2}{R} - mg\sin\alpha$.

~~сразу~~ нужно рассматривать с ~~плюсом~~ минусом, ~~а это в нижней точке~~ в верхней точке.

$$\cancel{mg\cos\alpha = \mu \frac{m v_{min}^2}{R} - \mu mg\sin\alpha}$$

$$\cancel{\sqrt{\frac{(mg\cos\alpha + \mu mg\sin\alpha)R}{\mu m}} = V_{min}}$$

$$\cancel{V_{min} = \sqrt{5\cdot 1{,}2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{0{,}9}+1\right)} = \sqrt{6\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{0{,}9}+1\right)}\ \text{м/с.}}$$

Т.е. Если в нижней, то

$$mg\cos\alpha = \mu\left(\frac{mv^2}{R} + mg\sin\alpha\right)$$

Но также

$$mg\cos\alpha \le \mu\left(\frac{mv^2}{R} - mg\sin\alpha\right)$$

$$mg\sin\alpha \le -mg\sin\alpha$$

$\Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$

в верхней точке.

$$mg\cos\alpha = \mu\left(\frac{mv^2}{R} - mg\sin\alpha\right)$$

$$V_{min}^2 = \frac{(\cancel{m}g\cos\alpha + g\sin\alpha\cdot\mu)R}{\mu}.$$

$$V_{min} = \sqrt{\left(\frac{g\cos\alpha}{\mu} + g\sin\alpha\right)R} = \sqrt{5\cdot 1{,}2\left(\frac{\sqrt{3}}{0{,}9}+1\right)} =$$

$$= \sqrt{6\cdot\left(\frac{10}{3\sqrt{3}}+1\right)}\ \text{м/с.}$$

Ответ: 2) $\sqrt{\frac{gR}{\mu}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)} = \sqrt{6\left(\frac{10}{3\sqrt{3}}+1\right)}$ м/с.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

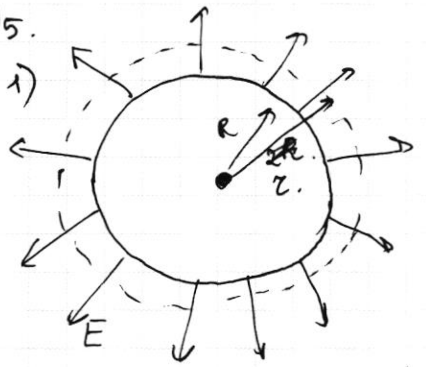
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5.

1)



Выберем гаус. поверхность - сферу с радиусом $r > R$ и с тем же центром, что у сферы с R.

~~Поле от сферы~~

По теор. Гаусса: $\frac{Q}{\varepsilon_0} = \Phi$ Φ - поток.

$\Phi = E \cdot S$, где S — площ сферы радиусом r.

$S = 4\pi r^2$

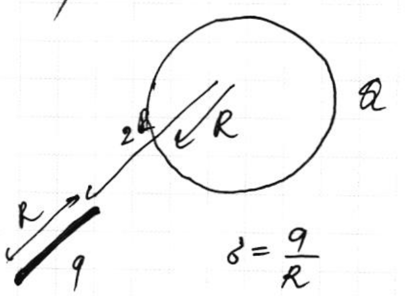
$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = E \cdot 4\pi r^2$$

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{kQ}{r^2}.$$

Тогда $F_1 = E_1 \cdot q$ $\qquad E_1 = \frac{kQ}{4R^2}$

$$F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$$

2)



$\delta = \frac{q}{R}$

Рассмотрим кусочек стержня длины dr на расстоянии r от центра сферы

$$E = \frac{kQ}{r^2} \Rightarrow \Delta F = \frac{kQ\delta dr}{r^2}$$

$$F = \int_{r=2R}^{r=3R} \Delta F = \int_{r=2R}^{r=3R} \frac{kQ\delta dr}{r^2} = \frac{kQ\delta}{2R} - \frac{kQ\delta}{3R} =$$

$$= \frac{kQ\delta \cdot 3 - kQ\delta \cdot 2}{6R} = \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ: 1) $\frac{kQq}{4R^2}$ 2) $\frac{kQq}{6R^2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2 m^2 g^2 \sin^2\alpha \sin\beta \cdot \cos\beta \qquad - \mu m g \sin\alpha \cos\beta$

$\boxed{\cos\beta = 0}$ $\sin\beta$

$\cos\beta = 0 \Rightarrow \beta = 90°$.

$F_{тр} =$

$\frac{4 \cdot 2 - 3}{4} = \frac{5}{84}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

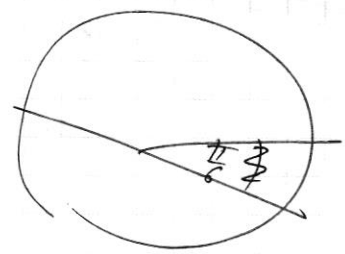
v_0, α

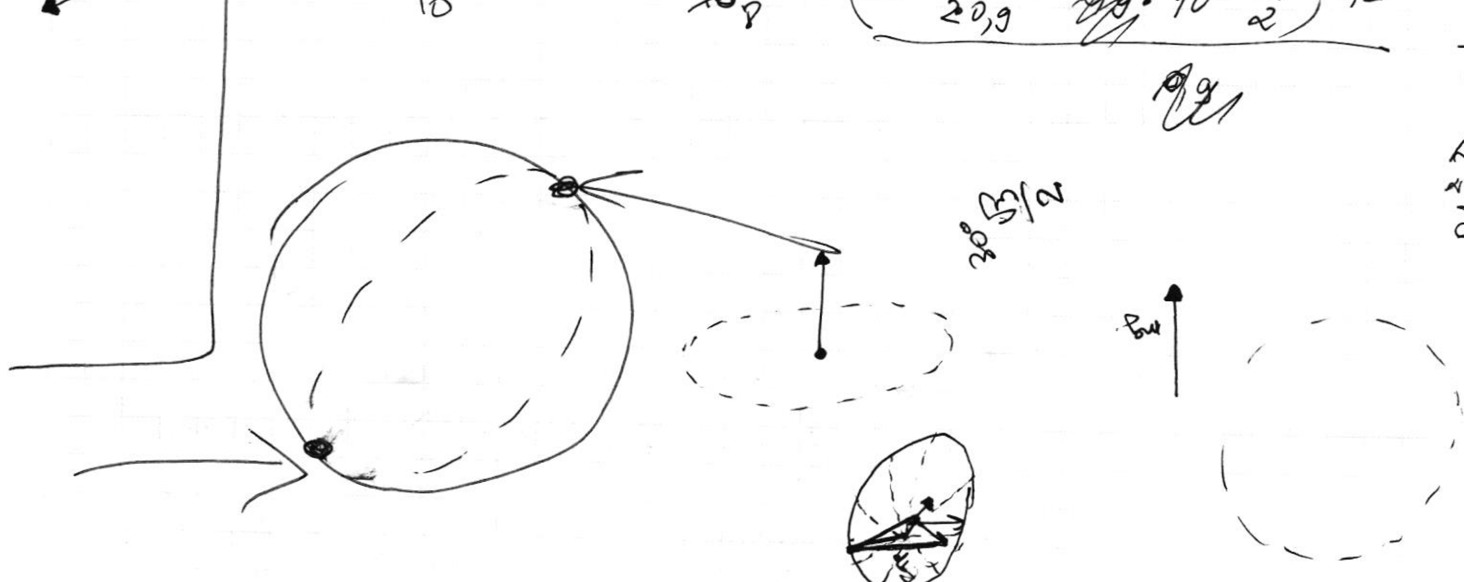
$\frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \quad \frac{3}{4}$

$\frac{2 - \frac{3}{4}}{10}$

$\frac{5}{40}$

$\left(10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{20{,}9} + 10 \cdot \frac{1}{2}\right) 1{,}2$





$\mu m g \sin\alpha \cos\beta = \sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha\sin\beta)^2}$

$\cos^2\beta = \ldots$

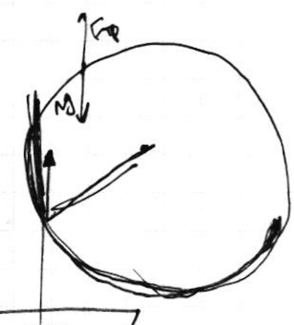
$(1 - 0{,}5^2)\cos^2\beta = \ldots$

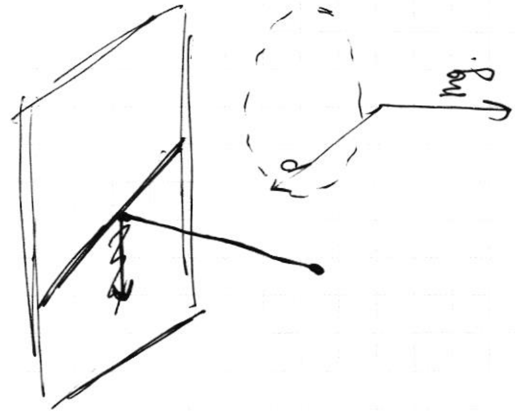
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



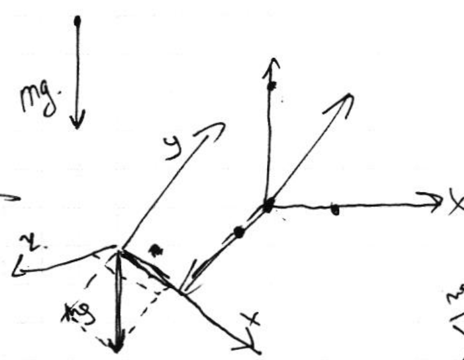


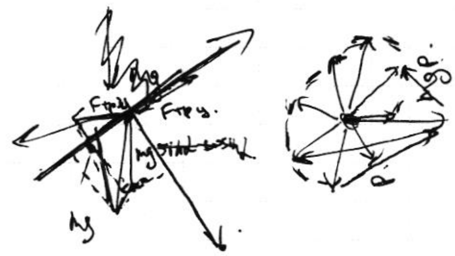
$\sqrt{16}$ $\frac{0{,}14}{3}$

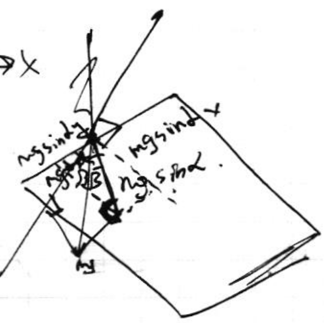
$\frac{0{,}14}{1{,}2}$

$\frac{(3{,}7)^4}{3^2}$

mg





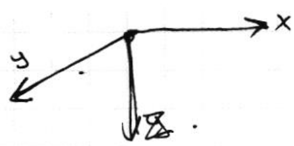


$\times\frac{12}{16}$ 22

142

6 2 50

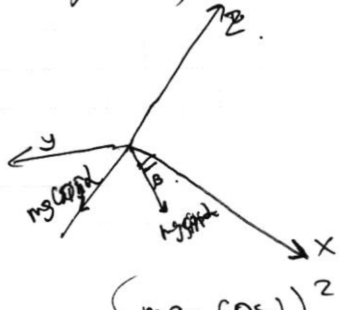
2gH



$$F_{тр} = \sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha\cos\beta)^2}$$

$$N = \sqrt{\left(\frac{mv^2}{r}\right)^2 + mg\sin\alpha\sin\beta}$$

$$(mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha\cdot\cos\beta)^2 \le \left(\frac{mv^2}{r}\right)^2 + (mg\sin\alpha\sin\beta)^2$$



$$(mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha\,\cancel{\cos\beta}^{\sin\beta})^2 \le \mu^2\left(\left(\frac{mv^2}{r}\right)^2 + (mg\sin\alpha\,\sin\beta\cos\beta)^2\right)$$

$$(mg\cos\alpha)^2 + (mg\sin\alpha)^2\cdot(\sin^2\beta - \mu^2\cos^2\beta) \le \mu^2\left(\frac{mv^2}{r}\right)^2$$

$2\sin\beta\cos\beta + \mu^2\,2\cos\beta\sin\beta = 0$

$\cos\beta = 0$

$\sin\beta = 0$

$(\sin^2\beta - \mu^2\cos^2\beta)$ max когда

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2gH} = V_0$.

$V_1 = \sqrt{2gh}$.

Самый долгий – летит вверх

самый быстрый – летит вниз.

2.2.2

5.5.10.10

$\frac{V_k^2}{2} + \frac{V_1^2}{2} = gH$. $V_k = V_1 + gt_1$. $t_2 - t_1 = \tau$.

$V_k = \sqrt{2gH - V_1^2}$ $V_k = 2gt_2 - V_1$.

$m\frac{V_1^2}{2} = E_{k\ общ}$.

$F_{тр} \le \mu N$.

$t = 10$ сек.

V_1, V_2, gt_{max}, gt_{min}, $g\tau$.

ЗСЭ Ox ; $mV_0 \cos\alpha = 2mV_1$

Когда на max высоте. скорость относ клина равна нулю.

$$V_1 = \frac{V_0 \cos\alpha}{2}$$

ЗСЭ:

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgh + \frac{2mV_1^2}{2} = mgh + m\frac{V_0^2 \cos^2\alpha}{4}$$

$$\frac{2V_0^2 - V_0^2\cos^2\alpha}{4g} = h$$

Перейдём в СО клина.

ЗСЭ:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_3^2}{2} + \frac{mU_2^2}{2}$$

$100 + 27$

130

ЗСИ: $mV_0 = m$

$V_2 = V - V_1 \cdot \cos\alpha$

$V_1 \cos\alpha = V - V_1\cos\alpha + V$

$F_{тр} \le \mu (mg \cos\alpha + \frac{mV^2}{R})$

$P_1V_1 = \nu R T_1$

$P_2V_1 = \nu R T_2$

$F_{тр}\max = \mu N_{\min}$

$S_{кр} = \frac{\pi R^2}{4}$

$F_{тр} = mg \sin\alpha$

$F_{тр} - \min \Rightarrow F_{тр} = mg$

$\frac{V^2}{R} + g\sin\alpha$

черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)