

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

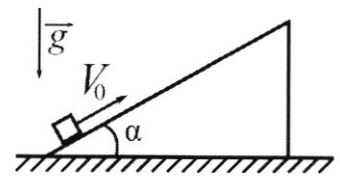
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

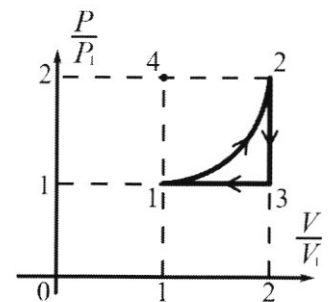
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

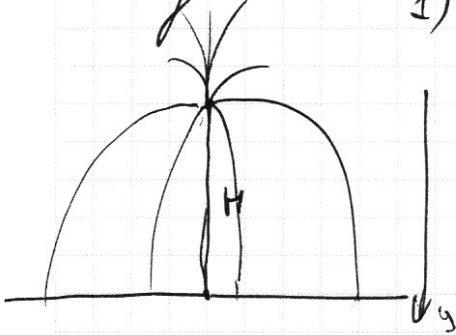
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.



- 1) В верхней точке тр-рии скорость каждой частицы 0 м/с

$$H = v_0 t - \frac{g t^2}{2}; \quad t = 3 \text{ с}$$

$$v_0 = g \cdot t \quad (\text{за время полета скорость обратилась в } 0)$$

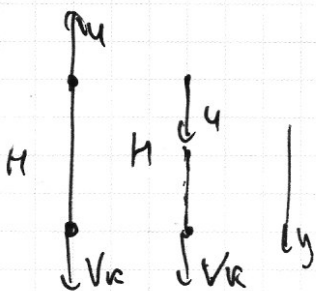
$$H = g t^2 - \frac{g t^2}{2} = \frac{g t^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} \text{ м} = 45 \text{ м}$$

- 2) Вопрос: Через какое время после взрыва первый осколок упадет на землю???
- Лист скорости частиц сразу после взрыва u .

Осколок, который приметел первый имеет максимальную вертикальную проекцию скорости на верт. ось. напр вниз.

$|v_y|$ макс у оскоков которые не имеют хор скорости

Это осколок, который полетел вверх и осколок, который полетел вниз.



$$t = t_2 - t_1$$

$$\frac{\Delta m \cdot u^2}{2} + \Delta m g H = \frac{\Delta m v_k^2}{2}$$

$$u^2 + 2gH = v_k^2$$

по у:

$$\frac{u + v_k}{2} \cdot t_1 = \frac{-u + v_k}{2} \cdot t_2$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{t_2}{t_1} &= \frac{v_{kr} + u}{v_{kr} - u} \\ v_{kr}^2 &= 2gH + u^2 \\ t_2 - t_1 &= \tau \end{aligned} \right.$$

$$v_{kr} = \sqrt{2gH + u^2}$$

$$u t_1 + \frac{g t_1^2}{2} = H$$

$$u = \frac{H - \frac{g t_1^2}{2}}{t_1}$$

$$u^2 = \left(\frac{H}{t_1} - \frac{g t_1}{2} \right)^2$$

$$u^2 = \frac{H^2}{t_1^2} - gH + \frac{g^2 t_1^2}{4}$$

$$\frac{\tau}{t_1} = \frac{v_{kr} + u - v_{kr} + u}{v_{kr} - u}$$

Но знаем это все, если

имеется $E_k = 1800 \text{ Дж}$

$$\frac{\tau}{t_1} = \frac{2u}{v_{kr} - u}$$

$$E_k = \sum \frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$t_1 = \tau \cdot \left(\frac{v_{kr}}{2u} - \frac{1}{2} \right)$$

$$u^2 = \frac{2E_k}{m}$$

$$\left(\frac{t_1}{\tau} + \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{v_{kr}^2}{4u^2}$$

$$\sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \frac{H}{t_1} - \frac{g t_1}{2} \quad (\cdot t_1)$$

$$\left(\frac{2t_1 + \tau}{2\tau} \right)^2 = \frac{2gH}{4u^2} + \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\frac{2E_k}{m}} t_1 + \frac{g t_1^2}{2} - \frac{H}{t_1} = 0$$

$$\frac{t_1^2}{\tau^2} - \frac{t_1}{\tau} = \frac{2gH}{4u^2}$$

$$t_1 = \frac{-\sqrt{\frac{2E_k}{m}} + \sqrt{\frac{2E_k}{m} + 2gH}}{g}$$

$$\frac{t_1^2}{\tau^2} - \frac{t_1}{\tau} = \frac{4gH}{\frac{4H^2}{t_1^2} - 4gH + g^2 t_1^2}$$

$$t_1 = \frac{-60 + \sqrt{4500}}{10} \text{ с} = \frac{-60 + 30\sqrt{5}}{10} \text{ с}$$

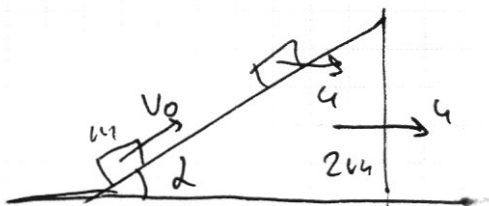
$$t_1 = (-6 + 3\sqrt{5}) \text{ с} = 3(-2 + \sqrt{5}) \text{ с}$$

Ответ: $v_0 = \frac{5\sqrt{22}}{11} \frac{m}{c}$ $t_1 = 3(\sqrt{5}-2) \approx 0.69 \text{ с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

1)



$$\cos \alpha = 0.6$$

Когда майба поднимется на макс. высоту скорость отн. к земле будет \neq равна нулю.

Поэтому в таб. СО это скорость майбы u (гор.)

Из ЗСЭ на ок следует:

$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha = 3u \\ v_0^2 = 2gH + 3u^2 \end{cases}$$

$$m \cdot v_0 \cos \alpha = m \cdot u + 2m \cdot u$$

Из ЗСЭ следует:

$$\begin{cases} v_0^2 \cos^2 \alpha = 9u^2 \\ v_0^2 = 2gH = 3u^2 \end{cases}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{mu^2}{2} + \frac{2mu^2}{2}$$

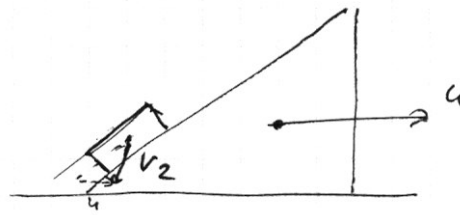
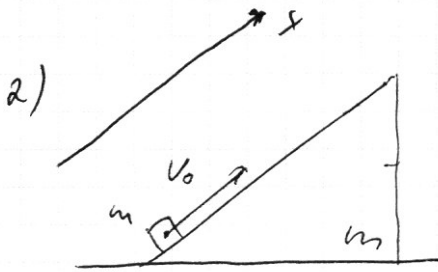
$$\frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{2gH}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{3}$$

$$v_0^2 = \frac{50}{11} \frac{m^2}{c^2}; \quad v_0 = \frac{5\sqrt{22}}{11} \frac{m}{c}$$

$$v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{3} \right) = 2gH$$

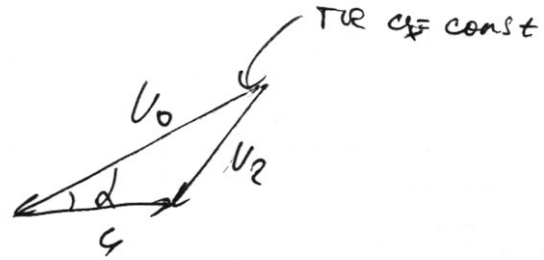
$$v_0^2 = \frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}} = \frac{6gH}{3 - \cos^2 \alpha} = \frac{12 \frac{m^2}{c^2}}{3 - 0.36} = \frac{1200}{2.64} \frac{m^2}{c^2}$$



$u = ?$

В нр. на OX найба гвине. с $a_x = -g \sin \alpha$
~~крас~~

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2}$$

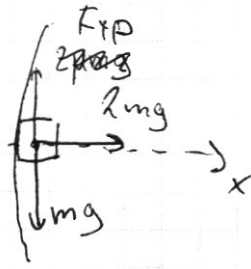
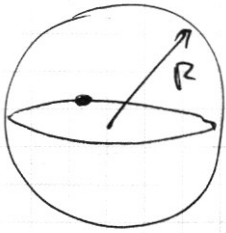


$$\left. \begin{aligned} v_0^2 + u^2 - 2 v_0 u \cos \alpha &= v_2^2 \quad \text{по теор. кос.} \\ v_0^2 - u^2 &= v_2^2 \end{aligned} \right\}$$

$$2u^2 - 2v_0 u \cos \alpha = 0$$

$$u = v_0 \cos \alpha = \frac{5 \sqrt{22} \cdot 6}{10 \cdot 11} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{3 \sqrt{22}}{11} \text{ м/с}$$

Задача 3.

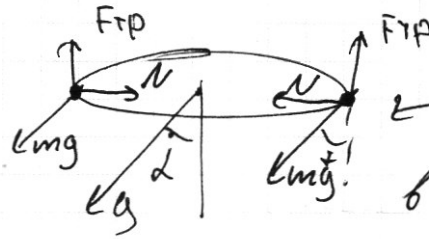
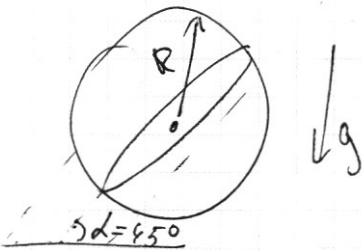


По ох:

$$2mg = m \cdot a_{y.c}$$

$$\underline{\underline{a_{y.c} = 2g}}$$

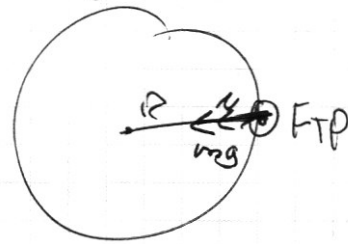
2)



← крайний случай

в этой точке проекция на радиусе максимальна

Для миним, то $F_{TP} = \mu N$



$$\begin{cases} N + mg \sin \alpha = m a_{y.c} \\ \mu N = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$\frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha = m a_{y.c}$$

$$g \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right) = \frac{v_{мин}^2}{R}$$

$$v_{мин}^2 = g R \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)$$

$$v_{мин}^2 = \left(\frac{5 \cdot \sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) g R$$

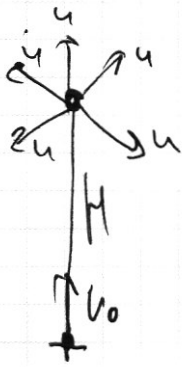
$$v_{мин} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{5\sqrt{2}} \text{ м/с}$$

$$v_{мин}^2 = \frac{g}{8} \sqrt{2} \cdot g R$$

$$v_{мин} = \frac{3}{\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{10} = 3 \cdot \sqrt{\frac{10\sqrt{2}}{8}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2



$$\frac{mv^2}{2} = F_{\text{тр}}$$

$$3600 \quad v_0 = gT \quad \frac{1200}{264} = \frac{600}{132} = \frac{300}{66} = \frac{150}{33} = \frac{50}{11}$$

$$v_0 \cos \alpha = u = 60 \text{ м/с}$$

$$\frac{v_0^2}{2g} = H$$

Через какое время после взрыва первый осколок упадет на землю

$$\frac{1200}{264} = \frac{300}{66} = \frac{100}{22} = \frac{50}{11}$$

$$\frac{gT^2}{2} = H$$

$$H = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 9 \text{ с}^2}{2} = 45 \text{ м}$$

$$\frac{u^2 + (u^2 + gt^2)^2}{2g}$$

$$\frac{1200}{264} = \frac{24}{24}$$

$$\frac{264}{264} = \frac{9}{9}$$

$$\frac{600}{132} = \frac{48}{48}$$

$$\frac{132}{132} = \frac{22}{22}$$

$$\frac{500}{86} = \frac{44}{44}$$

$$\frac{150}{38} = \frac{44}{44}$$

$$\frac{150}{38} = 5.53$$

$$\frac{75}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{5\sqrt{57}}{19}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{3mu^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{3}$$

$$mv_0 \cos \alpha = 3m \cdot u$$

$$v_0^2 = \frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}} = \frac{6gH}{3 - \cos^2 \alpha}$$

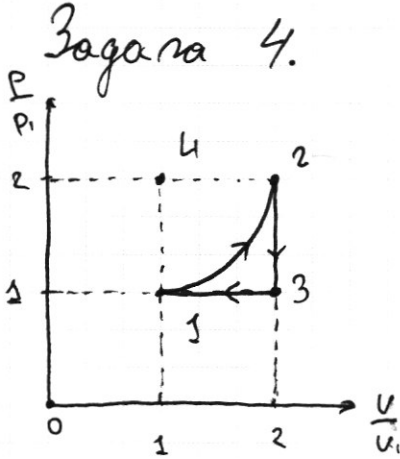
$$u = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$$

$$v_0^2 = \frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}} = \frac{6gH}{3 - \cos^2 \alpha}$$

$$v_0^2 = \frac{12}{2.64} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$$

$$3 - 0.36 = 2.64$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



A_{12} - это площадь под кривой 1-2

на p - V диаграмме

Если перевернуть график в $\text{rot } U$, то четверть окружности превратится в четверть эллипса $S_{эл} = \pi \cdot R_1 \cdot R_2$

$$A_{12} = p_1 \cdot V_1 + (p_1 \cdot V_1 - \pi \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{4}) = p_1 \cdot V_1 \cdot (2 - \frac{\pi}{4})$$

$$Q_{12} = 4.5 p_1 \cdot V_1 + (2 - \frac{\pi}{4}) p_1 \cdot V_1 \approx p_1 \cdot V_1 \cdot 5.75$$

работы

(Точнее можно было считать через безразмерную площадь и потом умножить ее на $p_1 \cdot V_1$)

2) $A_{12} = A_{12} + A_{23} + A_{31}$ $A_{23} = Q_{изохорный процесс}$ $A_{31} = -p_1 \cdot V_1$ (так же считали)

Работа газа за цикл 12-3-1

$$A_{12} = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) p_1 V_1 \approx 0.25 p_1 V_1$$

3) По орг. КПД цикла $\eta = \frac{A_2}{Q_+} = \frac{A_2}{Q_{12}}$

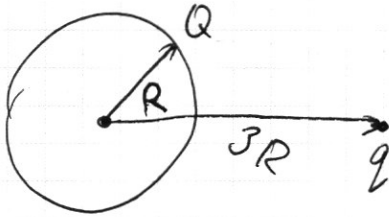
$$\eta = 0.2 \frac{\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) p_1 V_1}{\left(6.5 - \frac{T_1}{T_2}\right) p_1 V_1} \approx \frac{0.25}{5.75} = \frac{1}{23}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \cdot \frac{1}{23} \\ - 92 \overline{) 434} \\ \underline{80} \\ - 69 \\ \underline{110} \\ - 92 \\ \underline{18} \end{array}$$

$$\eta = 4.3\%$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.



Сила, действующая на заряд q по определению равна напряженности поля ~~в~~ в точке пространства другой объектом

• на заряд ~~и~~ $F_1 = E_{ш} \cdot q$

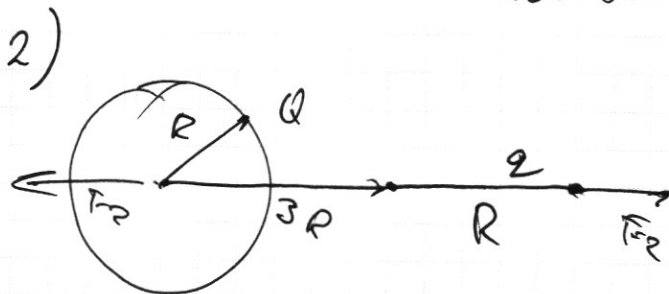
$E_{ш}$ найду через теорему Гаусса

Определим сферу Q другой сферой с рад. $3R$. Очевидно, что напряженность в каждой ~~той~~ точке сферы одинакова (из соод симметрии)

$$\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0} = 4\pi(3R)^2 \cdot E_{ш} \Rightarrow E_{ш} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 9R^2}$$

$$E_{ш} = \frac{kQ}{9R^2}$$

$$F_1 = \frac{kQ \cdot q}{9R^2}$$



Напряженность в каждой точке

на расст. $x > R$ равна $E(x) = \frac{kQ}{x^2}$

(по III з. М. электростатические силы в данной задаче равны)

$$dF = \frac{dx}{R} \cdot q \cdot \frac{kQ}{x^2}$$

Это табличный интеграл.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$dF = \frac{kQq}{R} \cdot \frac{dx}{x^2}$$

$$\int x^{-2} dx = \frac{-1}{x}$$

$$\int_0^{F_2} F = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} \Rightarrow F_2 = \frac{kQq}{R} \left(-\frac{1}{4R} - \left(-\frac{1}{3R} \right) \right)$$

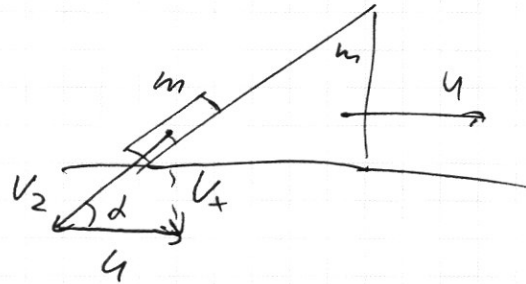
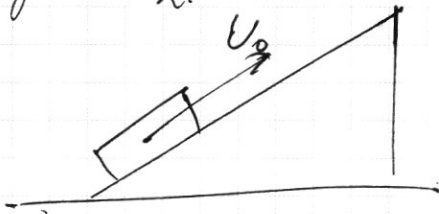
$$F_2 = \frac{kQq}{R^2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{kQq}{R^2} \cdot \frac{1}{12} = \underline{\underline{\frac{kQq}{12R^2}}}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

2)



По ЗСЭ:

$$mu + mu - mV_2 \cos \alpha = mV_0 \cos \alpha$$

По ЗСЭ:

$$\frac{mV_x^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} \quad \leftarrow E_{тр} = 0 \text{ так как } V_x \text{ по теор. колес.}$$

$$\left. \begin{aligned} V_x^2 &= V_0^2 - u^2 \\ 2u - V_2 \cos \alpha &= V_0 \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad V_x^2 = V_2^2 + u^2 - 2V_2 u \cos \alpha$$

$$\left. \begin{aligned} V_2^2 + u^2 + 2V_2 u \cos \alpha &= V_0^2 - u^2 \\ 2u - V_2 \cos \alpha &= V_0 \cos \alpha \end{aligned} \right\}$$

~~$u=0$ тоже является решением этой системы.~~

~~$$V_0^2 + u^2 + 2V_0 u \cos \alpha = V_0^2 - u^2$$~~

~~$$u = -V_0$$~~

$$V_2 = \frac{2u - V_0}{\cos \alpha} \quad \left(\frac{2u}{\cos \alpha} - V_0 \right)^2 + u^2 = V_0^2 - u^2 + 2 \left(\frac{2u}{\cos \alpha} - V_0 \right) u \cos \alpha$$

$$u^2 + \frac{4u^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{4uV_0}{\cos \alpha} + V_0^2 = V_0^2 - u^2 + \frac{4u^2}{\cos^2 \alpha} - 2V_0 u \cos \alpha$$

$$\frac{4u^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{4uV_0}{\cos \alpha} = 2u^2 - 2V_0 u \cos \alpha$$

$$\frac{2u}{\cos^2 \alpha} - \frac{2V_0}{\cos \alpha} = u - V_0 \cos \alpha$$

$$V_0 \cos \alpha - \frac{2V_0}{\cos \alpha} = u \left(1 - \frac{2}{\cos^2 \alpha} \right)$$

$$u = \frac{V_0 \left(\cos \alpha - \frac{2}{\cos \alpha} \right)}{1 - \frac{2}{\cos^2 \alpha}} = \frac{V_0 \left(0.6 - \frac{10}{3} \right)}{1 - \frac{200}{36}} = \frac{\frac{10}{3} - \frac{18}{30}}{\frac{164}{36}} V_0 =$$

$$= \frac{82 \cdot 36}{164 \cdot 30} V_0 = \frac{82 \cdot 6}{164 \cdot 5} V_0 = \frac{3 \cdot 41}{41 \cdot 5} V_0 = \frac{3V_0}{5} = \underline{\underline{\frac{3\sqrt{22}}{11}}}$$

1) на стр 3-4