

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарем)

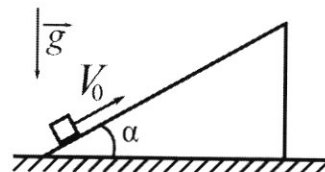
1. Фейерверк массой  $m = 2$  кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва  $H = 65$  м. На землю осколки падают в течение  $\tau = 10$  с.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию  $K$  осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость  $V_0 = 2$  м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1) На какую максимальную высоту  $H$  над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса  $R = 1,2$  м равномерно со скоростью  $V_0 = 3,7$  м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели  $m = 0,4$  кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой  $P$  модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ . Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,9$ .

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

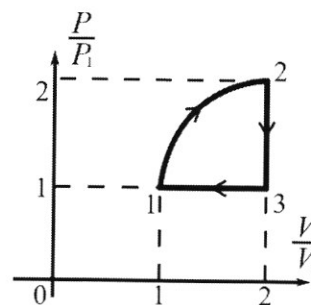
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

Универсальная газовая постоянная  $R$ .



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $2R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

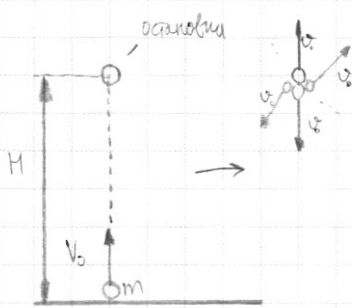
1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $2R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) ЗСЭ:  $\frac{mv_0^2}{2} = mgH$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1200} = 10\sqrt{3} \approx 37 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Осколок, который первый примет на землю, изначально летел вертикально вниз, а последний тот, кто летел вертикально вверх, разница в времени их полётов и есть  $T=10\text{с}$ .

а) Первый осколок:  $v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 = H$

$$t_1^2 + \frac{2v_0}{g} t_1 - \frac{2H}{g} = 0$$

$$D = \frac{4v_0^2}{g^2} + \frac{8H}{g} = 4 \frac{v_0^2 + 2gH}{g^2}$$

$$t = \frac{-\frac{2v_0}{g} + \sqrt{4 \frac{v_0^2 + 2gH}{g^2}}}{2} = 2$$

б) Второй осколок:  $-v_0 t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2 = H$

Заметим, что осколок, летящий вертикально вверх, принимает составные противоположные, когда возвращается на высоту  $H$ :  
(летящая вертикально вниз)

$$v_0 - gT = -v_0$$

$$gT = 2v_0$$

$$v_0 = \frac{gT}{2}$$

3) Рассмотрим летящий вниз осколок:

$$v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = H$$

$$\frac{gT}{2} t + \frac{g}{2} t^2 = H$$

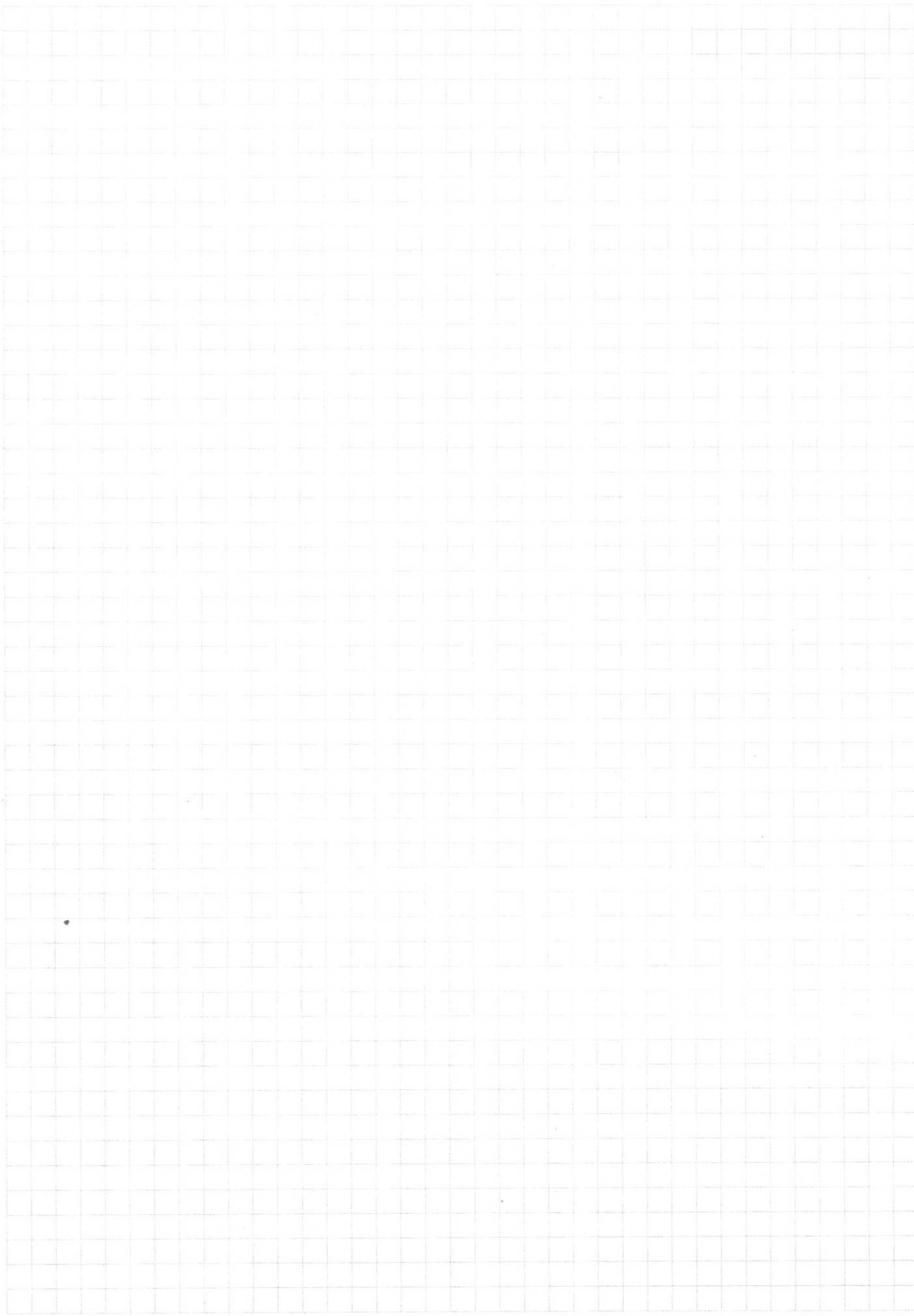
$$\frac{g}{2} t^2 + \frac{gT}{2} t - H = 0 \quad | \cdot \frac{2}{g}$$

$$t^2 + Tt - \frac{2H}{g} = 0$$

$$D = T^2 + \frac{8H}{g}$$

$$t = \frac{-T + \sqrt{T^2 + \frac{8H}{g}}}{2} = \frac{-10 + \sqrt{100 + \frac{8 \cdot 65}{10}}}{2} = -5 + \sqrt{25 + 13} = \sqrt{38} - 5 \approx 1 \text{сек}$$

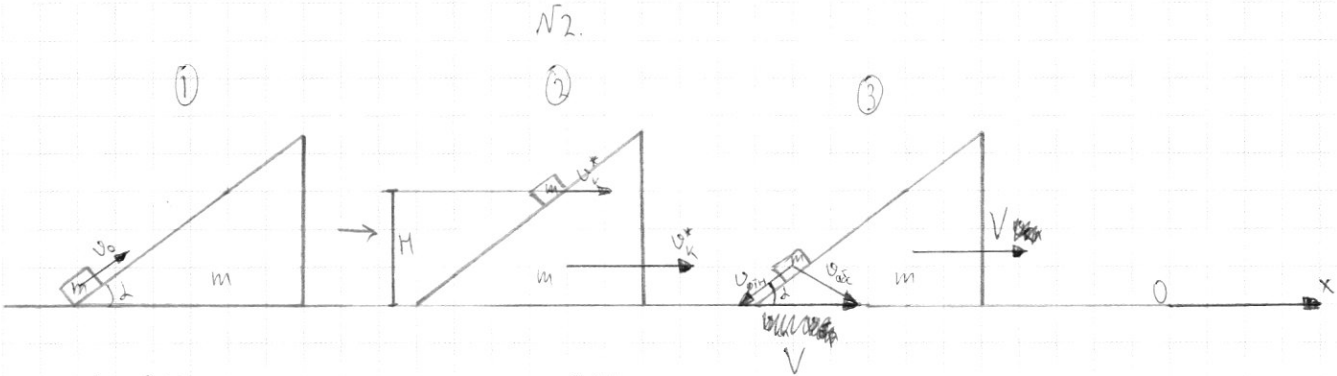
Ответ: 1)  $37 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ; 2) 1сек.



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) ЗСЭ между ① и ②:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{2mv_{kn}^2}{2} + mgh$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_{kn}^2}{g} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4g}$$

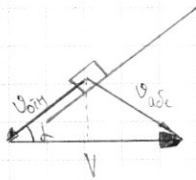
$$H = \frac{v_0^2}{2g} \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}\right) = \frac{4}{20} \left(1 - \frac{3}{8}\right) = \frac{5}{28} \cdot \frac{4}{20} = \frac{1}{8} \text{ м}$$

ЗСМ между ① и ② по ОХ:

$$mv_0 \cos \alpha = 2mv_{kn}^*$$

$$v_{kn}^* = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

2) Параллель треугольнику скорости бруса в состоянии 3:



$$v_{0y} = V - v_{0x} \cos \alpha$$

~~$$v_{0y} = V - v_{0x} \cos \alpha$$~~

~~$$v_{0y}^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 = v_{0x}^2 + (V - v_{0x} \cos \alpha)^2$$~~

По Т. кос:

$$v_{0y}^2 = v_{0x}^2 + V^2 - 2v_{0x}V \cos \alpha$$

ЗСМ по ОХ между ① и ③:

$$mv_0 \cos \alpha = mv_{0x} + mV$$

$$v_0 \cos \alpha = V - v_{0x} \cos \alpha + V$$

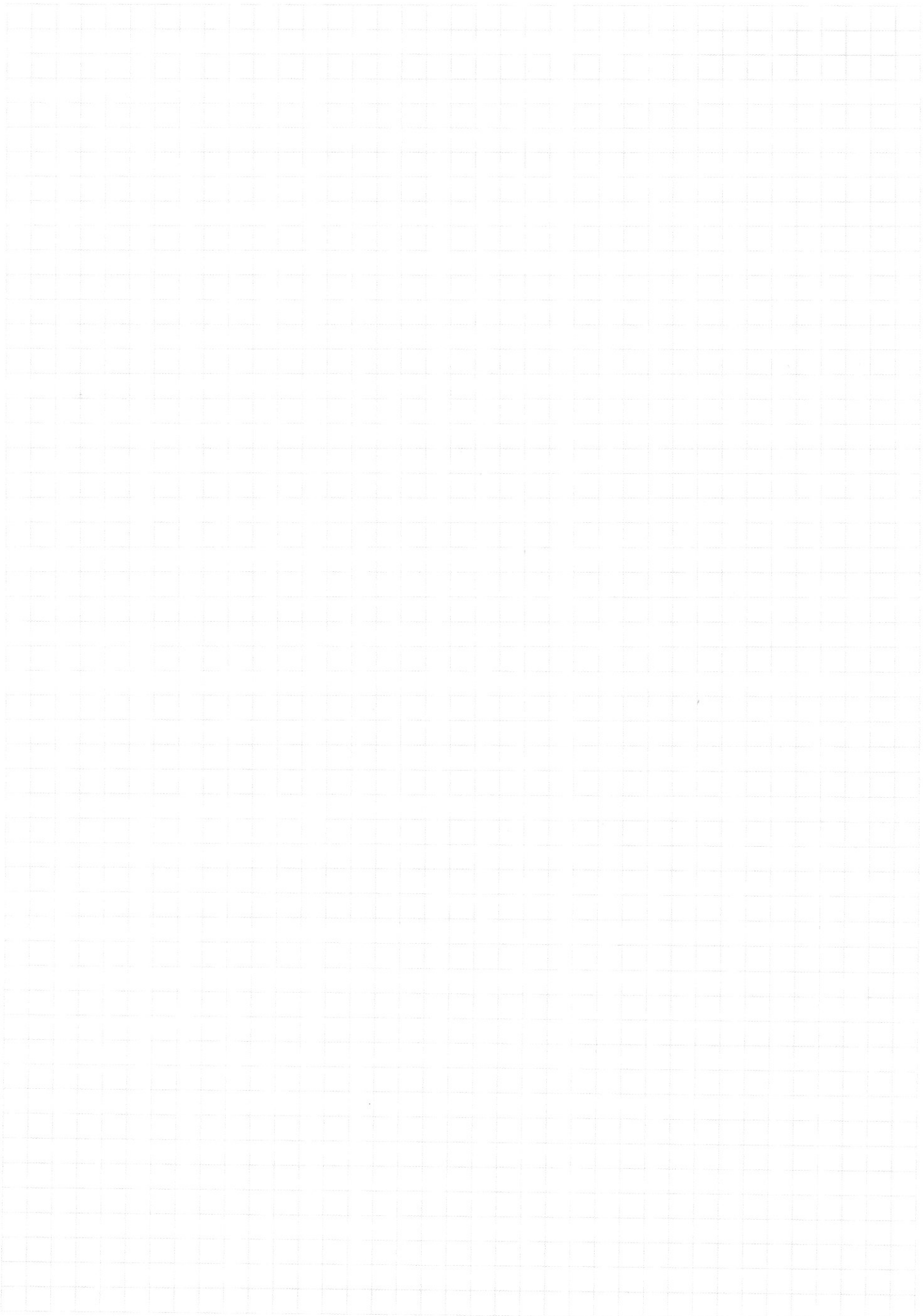
$$(v_0 + v_{0x}) \cos \alpha = 2V \rightarrow v_{0x} = \frac{2V - v_0 \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

ЗСЭ между ① и ③

~~$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_{0x}^2 + \frac{1}{2}mV^2$$~~

~~$$v_0^2 = v_{0x}^2 + V^2 - 2v_{0x}V \cos \alpha + V^2$$~~

~~$$v_0^2 = 2V^2 + v_{0x}^2 - 2v_{0x}V \cos \alpha$$~~



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$U_0^2 = 2V^2 + \left(\frac{2V - U_0 \cos \alpha}{\cos \alpha}\right)^2 - 2 \cdot \frac{2V - U_0 \cos \alpha}{\cos \alpha} V \cos \alpha$$

$$U_0^2 = 2V^2 + \frac{4V^2 - 4V U_0 \cos \alpha + U_0^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 4V^2 + 2U_0 \cos \alpha V$$

$$\frac{U_0^2}{V^2} = -2 + \frac{4 - 4U_0 \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{U_0^2}{V^2} + 2U_0 \cos \alpha \quad | : V$$

$$2V = \frac{4V - 4U_0 \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} + 2U_0 \cos \alpha$$

$$2V = \frac{4V - \frac{2U_0 \cdot \sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{4}} + 2U_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2V = \frac{16}{3}V - \frac{8}{3}U_0 \sqrt{3} + U_0 \sqrt{3}$$

$$\frac{5}{3}U_0 \sqrt{3} = \frac{10}{3}V$$

$$5\sqrt{3}U_0 = 10V$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2}U_0 = \sqrt{3} \approx 1,7U_0 \quad \text{Ответ: 1) } \frac{1}{8} \text{ м; 2) } 1,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

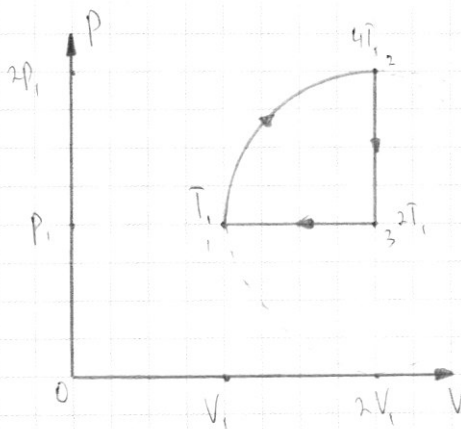
№ 4.

3)  $T, R$

1)  $Q$ -?

2)  $A$ -?

3)  $\eta$ -?



$$1) P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$2P_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2 \rightarrow T_2 = 4T_1$$

$$P_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_3 \rightarrow T_3 = 2T_1$$

2) Рассмотрим процесс 1-2:

$$\text{Площадь эллипса} = \frac{1}{2} P_1 V_1$$

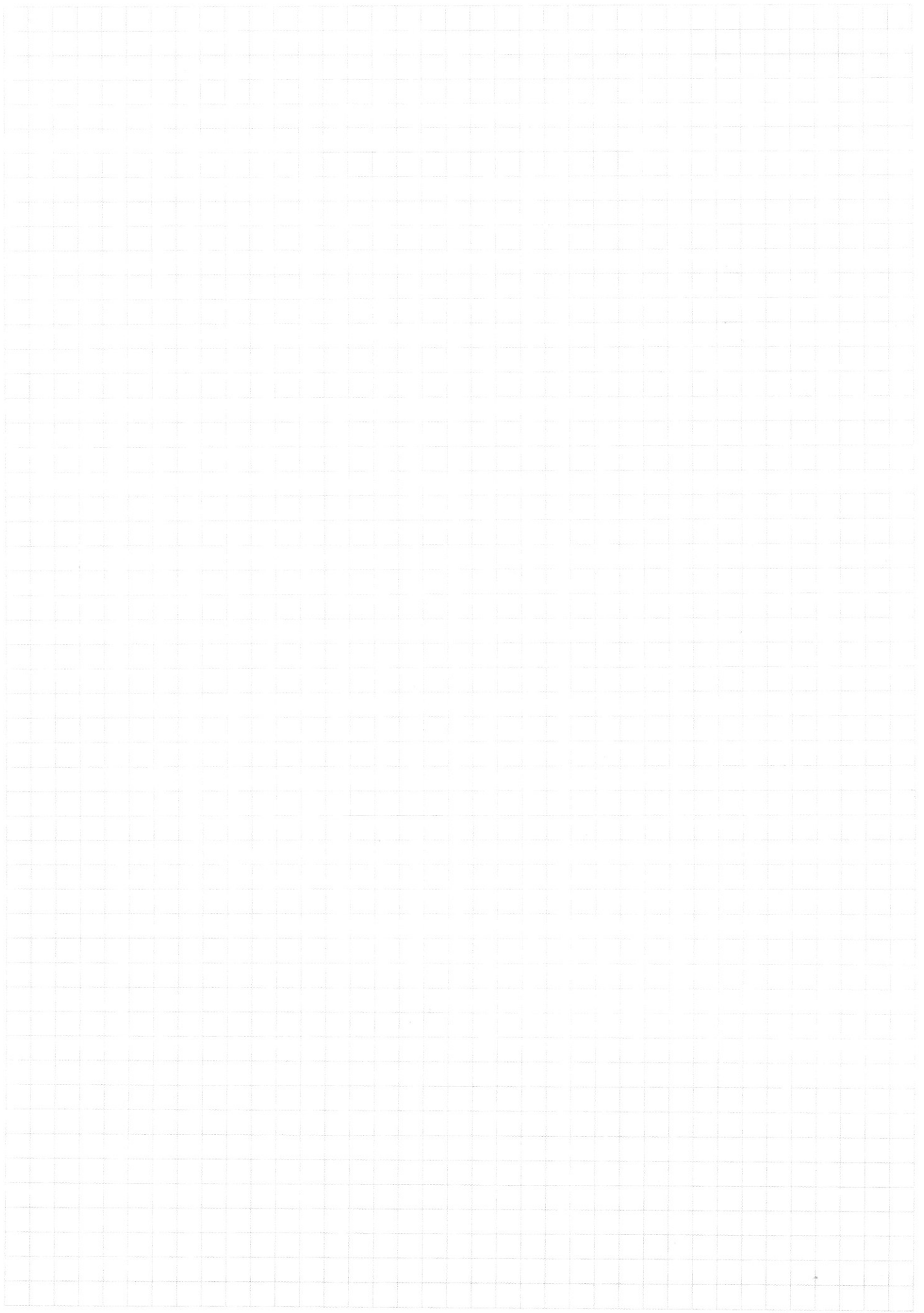
$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}, \text{ где:}$$

$$\cdot \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (4T_1 - T_1) = \frac{9}{2} \nu R T_1 = \frac{9}{2} P_1 V_1$$

$$\cdot A_{12} = \int_{V_1}^{2V_1} P dp = -\int_{P_1}^{2P_1} \frac{1}{2} dp + \int_{P_1}^{2P_1} \frac{1}{2} dp = \frac{1}{4} \pi \cdot 2V_1 \cdot 2P_1 + P_1 V_1 = (\frac{1}{4} \pi + 1) P_1 V_1 = (\frac{1}{4} \pi + 1) \nu R T_1$$

$$Q_{12} = (\frac{1}{4} \pi + \frac{11}{2}) P_1 V_1 = (\frac{1}{4} \pi + \frac{11}{2}) \nu R T_1$$





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) A = A_{\Sigma} = S_{об} = \frac{1}{4} \pi p_1 V_1 = \frac{1}{4} \pi \nu R T,$$

$$4) \eta = \frac{A_{\Sigma}}{A_{12}} = \frac{\frac{1}{4} \pi \nu R T}{\frac{1}{4} \pi + \nu R T} = \frac{\pi}{\pi + 4} \approx \frac{3}{7}$$

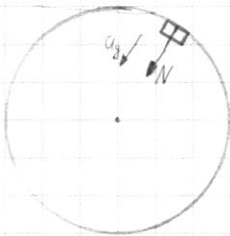
Ответ: 1)  $(\frac{1}{4} \pi + \frac{11}{2}) \nu R T$ ; 2)  $\frac{1}{4} \pi \nu R T$ ; 3)  $\frac{\pi}{\pi + 4} \approx \frac{3}{7}$

№3.

$$v_0 = 3,7 \frac{м}{с}$$

$$R = 1,2 м$$

$$m = 0,4 кг$$



1) 2ЗМ:  $N = ma_y = m \frac{v_0^2}{R}$  но по 3ЗМ  $N = P = \frac{m v_0^2}{R} = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2}$

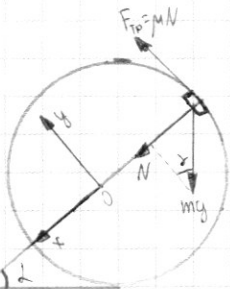
2)  $a_y = \omega^2 R = \frac{v_0^2}{R}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v_0}{R}$$

$$T = \frac{S}{v_0} = \frac{2\pi R}{v_0}$$

$$P = \frac{m v_0^2}{R} \approx \frac{0,4 \cdot 13,7}{1,2} \approx 4,57 \frac{Дж}{с} \approx 4,57 \text{ Вт}$$

3)



2ЗМ:  $x: N + mg \sin \alpha = ma_y = m \frac{v_{min}^2}{R}$

$y: mg \cos \alpha = \mu N = \mu m (\frac{v_{min}^2}{R} g \sin \alpha)$

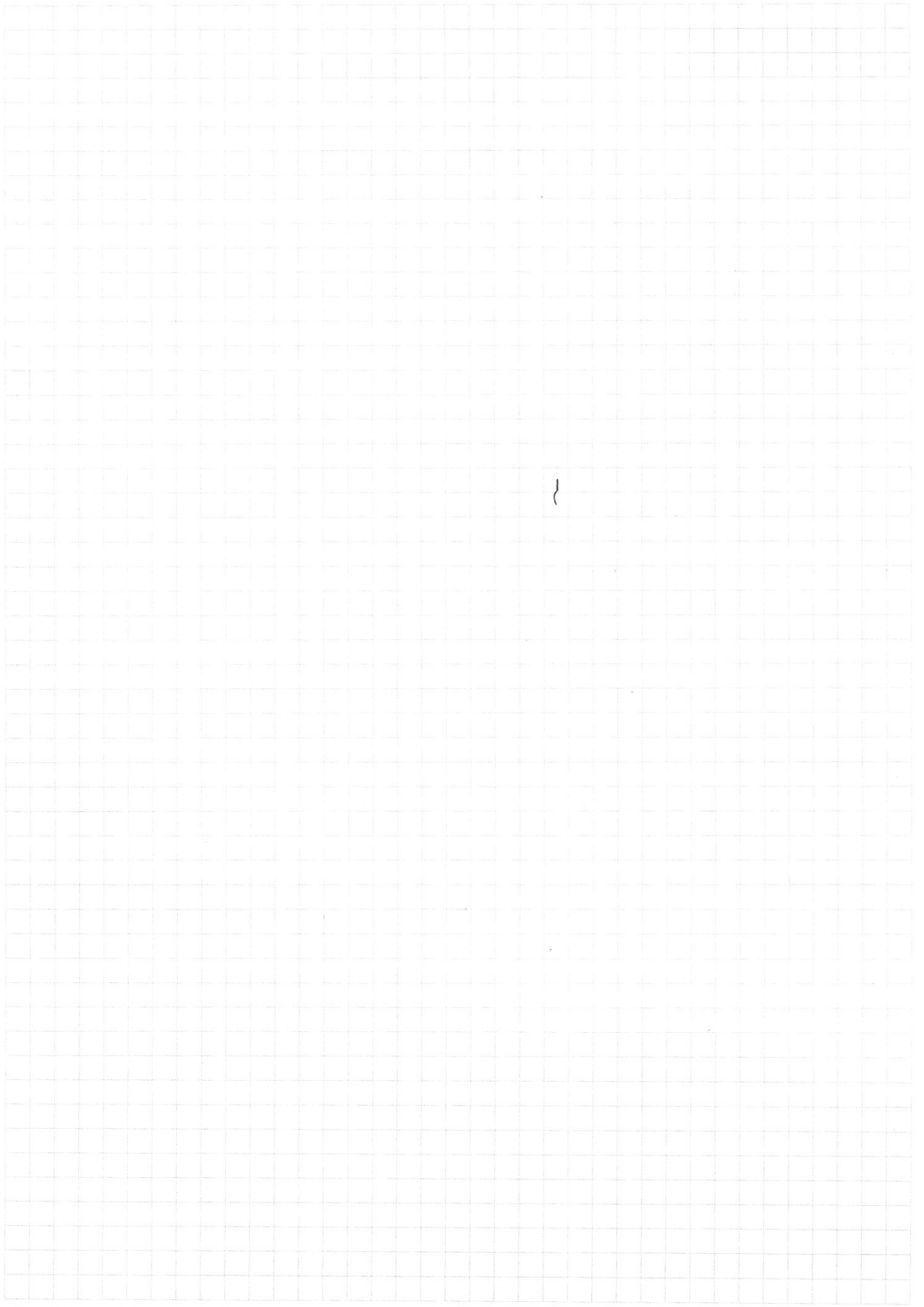
$$g \cos \alpha = \mu \frac{v_{min}^2}{R} - \mu g \sin \alpha \quad | \cdot \frac{R}{\mu}$$

$$v_{min} = \sqrt{\frac{gR \cos \alpha}{\mu} - gR \sin \alpha} = \sqrt{gR (\frac{\cos \alpha}{\mu} - \sin \alpha)} = \sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}) gR} \approx \sqrt{\frac{1}{2} gR} = \sqrt{6} \approx 2,4 \frac{м}{с}$$

\* Если \mu=0 и еще одна или три силы перпендикулярны радиусу и тангенциальной силе

Ответ: 1) 4,5 Вт; 2) 2,4 м/с





}

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

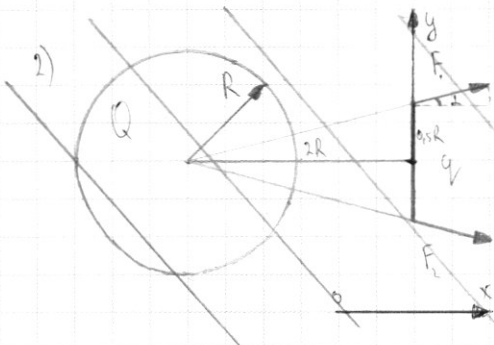
Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

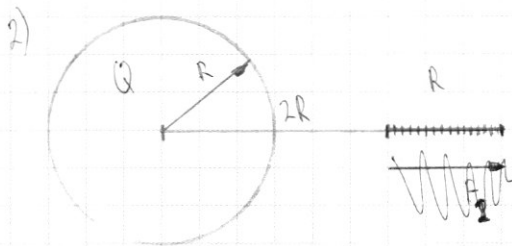


$$F_1 = k \frac{Qq}{4R^2}$$



~~Курсом рассматривал только проекции сил на OX, т.к. стержень расположен симметрично к силе по OX не будет~~

~~$$F_x(y) = k \frac{qQ}{4R^2 + y^2} \cdot 2R$$~~



Разделим стержень на много малых элементов длиной  $\Delta x$ , тогда  
коэф. пропорц. -  $l$

$$F = k \frac{q \Delta x Q}{(2R + \Delta x)^2}$$

$$F = k \frac{\Delta x^2 q Q}{R \cdot (2R + \Delta x)^2}$$

заметьте что  $F(x)$  зависит линейно, значит  $F$  можно посчитать как ср. арифм.

$$F_2 = \sum_{i=0}^l \frac{\Delta x q Q}{R(2R + \Delta x)^2}$$

~~$$F_2 = k \frac{qQ}{0.5^2 R^2} = k \frac{qQ}{0.25 R^2}$$~~

$$F_2 = k \frac{qQ}{R} \sum_{i=0}^l \frac{\Delta x q}{(2R + \Delta x)^2} = k \frac{qQ}{R} \sum_{i=0}^l \frac{\Delta x q}{4R^2 + 2R \Delta x + \Delta x^2} \approx k \frac{qQ}{R} \sum_{i=0}^l \frac{1 \Delta x}{4R^2 + R \Delta x}$$

$$F_2 = k \frac{qQ}{5R^2}$$

Ответ: 1)  $k \frac{qQ}{4R^2}$ ; 2)  $k \frac{qQ}{0.25 R^2}$

Ответ: 1)  $k \frac{qQ}{4R^2}$ ; 2)  $k \frac{qQ}{5R^2}$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)