

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

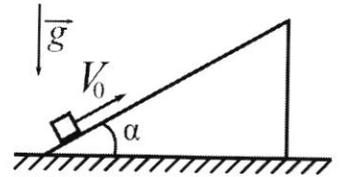
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

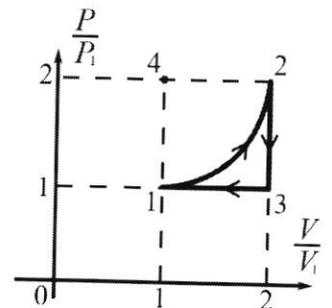
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

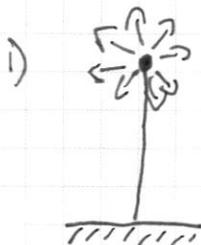
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



1) Т.т. фейерверк разорвался в высшей точке своей траектории, можно найти высоту:

$$H = \frac{gt^2}{2} = 45 \text{ м}$$

$$2) K = \sum K_i = \frac{v^2}{2} \sum m_i = \frac{mv^2}{2} \quad v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

K_i - кинетическая энергия i -ого осколка.

m_i - масса i -ого осколка

v - скорость осколка

Скорость осколка, который первым упадет вниз, в момент взрыва направлена вертикально вниз, он упадет через время t_1 . Скорость осколка, который упадет последним, направлена вертикально вверх, он упадет через время t_2 . Заметим, что $\tau = t_2 - t_1$, и

$$H - vt_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 0 \quad \text{и} \quad H + vt_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0$$

$$5t_1^2 + 60t_1 - 45 = 0$$

$$5t_2^2 - 60t_2 - 45 = 0$$

$$D = 3600 + 4 \cdot 5 \cdot 45 = (30\sqrt{5})^2$$

$$D = 3600 + 4 \cdot 5 \cdot 45 = (30\sqrt{5})^2$$

$$t_1 = \frac{-60 \pm 30\sqrt{5}}{10} = -6 \pm 3\sqrt{5}$$

$$t_2 = \frac{60 \pm 30\sqrt{5}}{10} = 6 \pm 3\sqrt{5}$$

При корне $-6 - 3\sqrt{5}$ $t_1 < 0$

При $t_2 = 6 - 3\sqrt{5} < 0$ $\sqrt{5} > \sqrt{4} > 2$

$$\Downarrow$$

$$t_1 \neq -6 - 3\sqrt{5}$$

$$\Downarrow$$

$$t_2 \neq 6 - 3\sqrt{5}$$

$$\tau = t_2 - t_1 = 6 + 3\sqrt{5} - (-6 + 3\sqrt{5}) = 12 \text{ с}$$

Ответ: 45 м; ~~или~~ $t_1 = 3\sqrt{5} - 6$;

№2

1) Запишем ЗСЭ и ЗСЭ (V' - скорость клина и шайбы в момент, когда шайба находится в высшей точке):

$$\begin{cases} \frac{mV_0^2}{2} = \frac{(m+M)V'^2}{2} + mgh \\ mV_0 \cos \alpha = (m+M)V' \end{cases} \quad \begin{cases} mV_0^2 = 3mV'^2 + 2mgh \\ V_0 = \frac{3}{\cos \alpha} V' \end{cases} \quad \rightarrow \quad \underline{V_0 = \sqrt{\frac{25}{11} gh} = 5 \sqrt{\frac{27}{11} \frac{m}{c}}}$$

$M = 2m$

M - масса клина; m - масса шайбы

2) Решая аналогичную задачу для системы (с учетом $M=m$) получим:

$$V_0 = 10 \sqrt{\frac{27}{47} \frac{m}{c}}$$

Запишем ЗСЭ и ЗСЭ для моментов когда шайба в нижней точке клина (V - скорость шайбы; V_1 - скорость клина):

$$\begin{cases} \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mV_1^2}{2} \\ mV_0 \cos \alpha = -mV \cos \alpha + mV_1 \end{cases}$$

$$V_1 = (V_0 + V) \cos \alpha$$

$$V_0^2 = V^2 + V_1^2$$

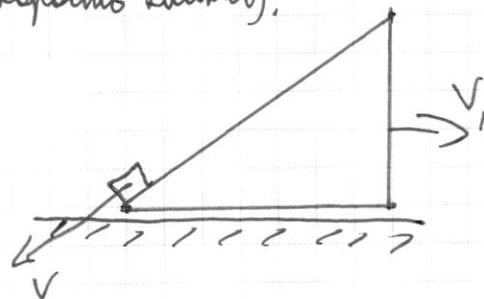
$$V_0^2 = V^2 + (V_0 + V)^2 \cos^2 \alpha$$

$$V_0^2 = V^2 + V_0^2 \cos^2 \alpha + 2V_0 V \cos^2 \alpha + V^2 \cos^2 \alpha$$

$$V^2 (1 + \cos^2 \alpha) + (2V_0 \cos^2 \alpha)V - V_0^2 (1 - \cos^2 \alpha) = 0$$

$$D = 4V_0^2 (\cos^2 \alpha + 1 - \cos^2 \alpha) = (2V_0 \cdot 1,109)^2$$

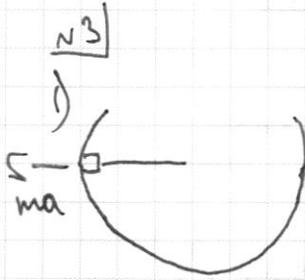
$$V = \frac{2V_0 \cos^2 \alpha \pm 2V_0 \cdot 1,109}{2(1 + \cos^2 \alpha)} = V_0 \frac{0,36 \pm 1,109}{1,36} = V_0 \frac{1,469}{1,36} = \frac{1,469}{1,36} \sqrt{\frac{27}{47}}$$



$$\sqrt{1,2324} \approx 1,109$$

V_0 , м.к. это скорость (ее модуль)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$F = \sqrt{N^2 + ma^2} = N\sqrt{1 + \mu^2}$$

$$\frac{F}{mg} = 2$$

$$N = ma$$

$$\frac{ma\sqrt{1+\mu^2}}{mg} = 2$$

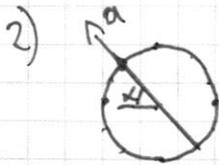
$$\mu N = mg$$

$$a = \frac{2g}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

$$\frac{1+\mu^2}{\mu^2} = 4 \quad \mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$g = \frac{g}{\mu} = 10\sqrt{3} \text{ м/с}$$

~~ma = \mu N~~

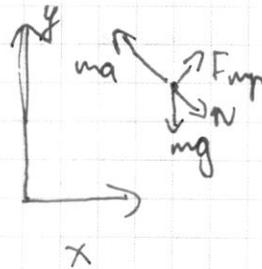


Крайним случаем будет самая верхняя точка траектории, ~~внизу~~ запишем условие равновесия:

$$a = \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} O_y: 0 = ma \cdot \cos \alpha + F_{\text{нп}} \cos \alpha - mg - N \cos \alpha \\ O_x: 0 = -ma \cdot \sin \alpha + F_{\text{нп}} \cdot \sin \alpha + N \cdot \sin \alpha \end{cases}$$



$$O_x: ma \frac{\sqrt{2}}{2} = \mu N \frac{\sqrt{2}}{2} + N \frac{\sqrt{2}}{2} \quad N = \frac{ma}{\mu+1}$$

$$O_y: ma \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\mu}{\mu+1} ma \frac{\sqrt{2}}{2} = mg + ma \frac{\sqrt{2}}{2(\mu+1)} \quad | : m$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}\mu}{2(\mu+1)} - \frac{\sqrt{2}}{2(\mu+1)} \right) a = g$$

$$a = \frac{g(\mu+1)\sqrt{2}}{2} = \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{\sqrt{2}gR(\mu+1)}{2}} = 3\sqrt{2} \text{ м/с}$$

Ответ: $10\sqrt{3} \text{ м/с}$; $3\sqrt{2} \text{ м/с}$;

№4

$\nu = 1$

R-гид. газова всестенная

$C_V = \frac{i}{2} R$ i - кол-во степеней своб.
одной мол. газа (в нашем случае $i=3$)
 C_V - мол. теплоемкость газа в изохорном процессе
 $Q = U + A$

$$1) Q = C_V \nu \Delta T = C_V \nu (T_2 - T_1) =$$

$$= C_V \nu \cdot \left(\frac{2P_1 \cdot 2V_1}{2R} - \frac{P_1 \cdot V_1}{2R} \right) = \boxed{\frac{3}{2} P_1 V_1} - \text{искомая величина}$$

2) A - это работа совершенная газом на графике PV

$$A = P_1 V_1 - \frac{1}{4} \pi \cdot V_1 P_1 = \boxed{\frac{3}{4} P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}$$

3) Q^* - это вся теплота, которая была подведена за процесс, т.к. на участке 2-3 газ ~~сжимается~~ сжимается $\Rightarrow (U < 0)$, а $A = 0$, а на участке 3-1 газ расширяется ($A < 0$), и сжимается ($U < 0$)

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\left(\frac{3}{4} P_1 V_1 \right)^{-1}}{\left(\frac{1 - \frac{\pi}{4}}{2} P_1 V_1 \right)^{-1}} = \left(\frac{3}{2 - \frac{\pi}{2}} \right)^{-1} \approx \boxed{14,3\%}$$

Ответ: $\frac{3}{2} P_1 V_1$; $\frac{3}{4} P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$; 14,3%;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

R - постоянная теплоемкости. C_V - мольная теплоемкость в изохорическом процессе $C_V = \frac{3}{2}R$

$$1) Q = U + A = C_V \nu (T_2 - T_1) + 2P_1 V_1 - \frac{1}{4} \pi V_1 P_1 = \frac{3}{2} R \nu \left(\frac{2P_1 \cdot 2V_1}{\nu R} - \frac{P_1 V_1}{\nu R} \right) + P_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) = \boxed{P_1 V_1 \left(\frac{7}{2} - \frac{\pi}{4} \right)}$$

2) A - работа расширения 1-2-3

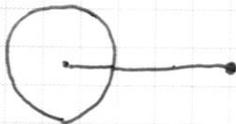
$$A = P_1 V_1 - \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \boxed{P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{7}{2} - \frac{\pi}{4}} \approx \boxed{7,9\%}$$

Ответ: $P_1 V_1 \left(\frac{7}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$; $P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$; 7,9%;

№5

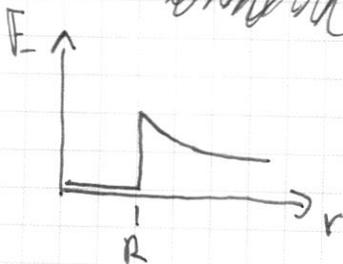
1)

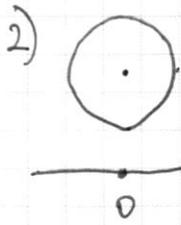


при $r \geq R$, напряженность поля заряженной сферы равна $\frac{kQ}{r^2}$ r - расстояние от центра до точки

⇓

$$F_e = qE = k \frac{qQ}{r^2}$$





Разобьем стержень на маленькие кусочки длиной dl . Т.к. $E = \frac{kQ}{r^2}$ мы можем про-

суммировать силы действующие на эти кусочки (сила взаимодействия будут одинаковы по 3-ью закону Ньютона).

$$F_2 = \int_{3R}^{4R} dq \cdot \frac{Q \cdot k}{r^2} dr = p k Q \int_{3R}^{4R} dl \cdot \frac{1}{r^2} dr = p k Q R \int_{3R}^{4R} \frac{1}{r^2} dr = 2 p k Q R \cdot \frac{\ln r}{r} \Big|_{3R}^{4R} =$$

$$p = \frac{q}{R}$$

$$dq = p \cdot dl$$

$$= 2 k q R \cdot \left(\frac{\ln 4R}{4R} - \frac{\ln 3R}{3R} \right)$$

Ответ: $\frac{k q Q}{3R^2}$; $2 k q R \frac{3 \ln 4R - 4 \ln 3R}{12R}$

$$V_0^2 = 3V^2 + 2gh$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{25}{20} \cdot \frac{2}{3} gh} = \sqrt{\frac{25}{11} \cdot 2} = \sqrt{\frac{50}{11}}$$

$$\frac{V_0^2}{3} = \frac{V_0^2}{25} + \frac{2gh}{3}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{2mV^2}{2} + mgh$$

$$V_0^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{25} \right) = \frac{2}{3} gh$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = 0,03V^2 + gh$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{25} = \frac{25-3}{75} = \frac{22}{75}$$

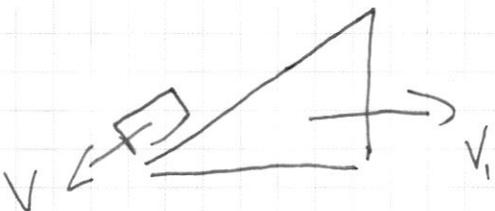
$$mV_0 \cos \alpha = 2mV$$

$$V_0^2 \cdot 0,47 = gh$$

$$V = V_0 \frac{0,6}{2} = 0,3V_0$$

$$V_0^2 = \frac{gh}{0,47}$$

$$\begin{array}{r} 0,36 \\ \times 0,36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 0,1296 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1,12 \\ \times 1,12 \\ \hline 224 \\ 112 \\ \hline 1,2544 \end{array}$$

$$\frac{2 \cdot 100}{47} = 10 \sqrt{\frac{2}{47}}$$

$$\cos \alpha \cdot mV_0 - mV_1 = mV_0 \cos \alpha$$

$$V_1 = (V - V_0) \cos \alpha$$

$$V = \frac{2V_0 \cos \alpha \pm \sqrt{4V_0^2 \cos^2 \alpha - 4V_0^2 \cos^2 \alpha}}{2 + 2\cos^2 \alpha}$$

$$1,2304 \approx 1,109^2 \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

$$\begin{array}{r} 1,101 \\ \times 1,101 \\ \hline 1101 \\ 1101 \\ \hline 1,212201 \end{array}$$

$$V_0^2 = (V - V_0)^2 \cos^2 \alpha + V^2$$

$$\frac{1,2V_0 \pm 2,72}{2,72}$$

$$V^2 + \cos^2 \alpha (V^2 - 2VV_0 + V_0^2) = V_0^2$$

$$0,36 + 1 - 0,36 \cdot 0,36 V^2 (1 + \cos^2 \alpha) - 2VV_0 \cos \alpha + V_0^2 (\cos^2 \alpha - 1) = 0$$

$$2(1 + 0,36)$$

$$V^2 \frac{2 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{0,6V_0 \pm V_0}{1,36}$$

~~2,72~~

$$(1 + \cos^2 \alpha) V^2 - (2V_0 \cos \alpha) V - V_0^2 (1 - \cos^2 \alpha) = 0$$

$$V_0 \frac{0,6 \pm 1}{1,36}$$

$$0,36 + 1 - 0,1296$$

$$D = 4V_0^2 \cos^2 \alpha + 4(1 + \cos^2 \alpha) V_0^2 (1 - \cos^2 \alpha)$$

$$4V_0^2 \cos^2 \alpha + 4V_0^2 (1 - \cos^4 \alpha)$$

$$\begin{array}{r} -1,3600 \\ 0,1296 \\ \hline 1,2304 \end{array}$$

$$D = 4V_0^2 (\cos^2 \alpha + 1 - \cos^4 \alpha) \quad 1,214404$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_0^2 = 3V^2 + 2mgh$$

$$\Omega = \frac{S}{R^2}$$

$$v^2 + \frac{g t^2}{2} = 2v + \frac{g t^2}{2}$$

$$v_1 = \frac{0.6}{3} V_0$$

$$\frac{6}{30} = \frac{2}{10}$$

$$H = \frac{g t^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

$$K = \frac{(\sum m) \cdot v^2}{2}$$

$$K = \sum K = \frac{v^2}{2} \sum m$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{3600}{5}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$K \cdot (v + \frac{g t^2}{2}) = 0$$

$$45 = 60x + \frac{5}{2} x^2$$

$$5x^2 + 60x - 45 = 0$$

$$D = 3600 + 5 \cdot 4 \cdot 45 = 4500 = 900 \cdot 5$$

$$x = \frac{-60 \pm 30\sqrt{5}}{10} = -6 \pm 3\sqrt{5}$$

$$m \quad 2m$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = \frac{(m+2m)V^2}{2} + mgh$$

$$3mV^2 = mV_0^2 - 2mgh$$

$$V^2 = \sqrt{\frac{V_0^2}{3} - \frac{2}{3}gh}$$

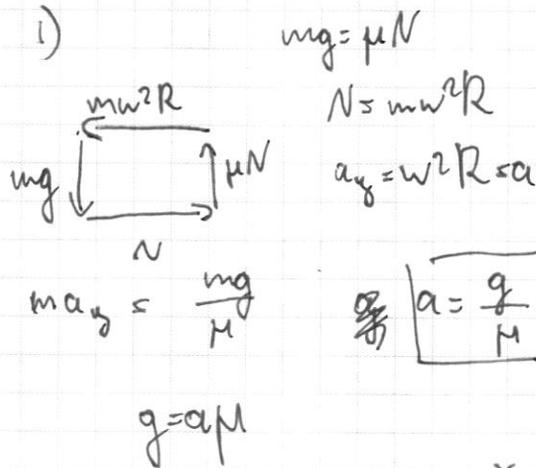
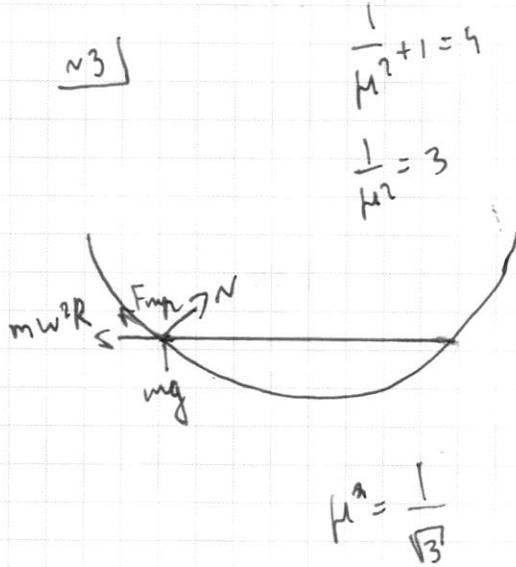
$$V_0 = 3V$$

$$2V_0 \cos \alpha = \frac{(m+M) \cos \alpha \cdot V}{3}$$

$$\frac{V_0^2}{9} = \frac{V_0^2}{3} - \frac{2}{3}gh$$

$$\frac{2}{3}gh = \frac{2V_0^2 - V_0^2}{9}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$a = \frac{g}{\mu}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,8 \\ 5 \\ \hline 4 \\ 9,0 \end{array}$$

$$ma \frac{\sqrt{2}}{2} + \mu N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = mg + N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cdot 10 \cdot 1,8}{a\mu} = 2$$

$$ma \frac{\sqrt{2}}{2} = \mu N \frac{\sqrt{2}}{2} + N \frac{\sqrt{2}}{2}$$

~~ma~~

$$N = ma \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\mu \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{ma}{\mu + 1}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cdot 10 \cdot 1,8}{2}$$

$$ma \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\mu}{\mu+1} ma \frac{\sqrt{2}}{2} = mg + ma \cdot \frac{\sqrt{2}}{2(\mu+1)}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}\mu}{2(\mu+1)} - \frac{\sqrt{2}}{2(\mu+1)} \right) a = g$$

$$\frac{\sqrt{2}(\mu+1 + \mu - 1)}{2(\mu+1)} = \frac{\sqrt{2}\mu}{\mu+1} \quad a =$$

$$C_v \Delta T$$
$$\frac{1}{2} R$$

$$PV = \nu RT$$

$$T = \frac{PV}{\nu R}$$

$$\sqrt{1} R^2$$

~~$$300 \quad 43$$~~

1,5

$$1 - \frac{\sqrt{1}}{4}$$

$$\begin{array}{r} 430 \overline{) 300} \\ \underline{-300} \\ 1300 \\ \underline{-1200} \\ 1000 \\ \underline{-900} \\ 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,14 \overline{) 2} \\ \underline{-2} \\ 11 \\ \underline{-10} \\ 14 \\ \underline{-14} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,00 \\ \underline{-1,57} \\ 0,43 \\ \underline{-0,43} \\ 0 \end{array}$$



ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 1,105 \\ 1,105 \\ \hline 5525 \\ 1105 \\ \hline 1105 \\ \hline 1,221025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,107 \\ 1,107 \\ \hline 7749 \\ 110700 \\ \hline 1107 \\ \hline 1,218449 \end{array}$$

$V \leq$

$$\begin{array}{r} 1,109 \\ 1,109 \\ \hline 9981 \\ 110900 \\ \hline 1109 \\ \hline 1,229881 \end{array}$$

$$V_0 = 10 \sqrt{\frac{2}{44}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V \leq \frac{0,6 \pm 1,109}{1,36} \quad V_0 = \frac{1,409}{1,36}$$

$$E = Q \Omega \quad \frac{1}{4\pi}$$

$$E = k Q \Omega$$

$$E = k q \Omega$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1,57} \\ \underline{14} \\ 14 \\ \underline{16} \\ 10 \end{array} \quad \sqrt{0,785}$$

$$1 - 0,785$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 0,785 \\ \hline 0,215 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3500 \\ \underline{385} \\ 2115 \\ 7 \end{array}$$

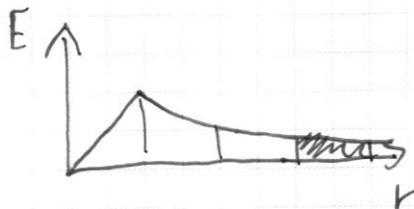
$$\begin{array}{r} 0,215 \\ \underline{2,715} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 014 \\ \times 2715 \\ \hline 24435 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2150 \overline{) 2715} \\ \underline{2150} \\ 565 \\ \underline{513} \\ 517 \\ \underline{2715} \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21500 \\ \underline{18005} \\ 24950 \\ \underline{24435} \\ 515 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 513 \\ \times 2715 \\ \hline 18005 \end{array}$$



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$



$E =$

$$\frac{k Q}{r^2} \frac{d}{dx} \left(g(x) y \left(\frac{1}{r} x \right) \right) = g' \cdot y + g \cdot y'$$

$$2 \frac{1}{r} \int \frac{1}{r}$$

$$\frac{2 \ln r}{r}$$

ннн

$$\sum dl \quad \ln r$$

$$\ln^2 r$$

$$\frac{1}{2r^2} + \frac{1}{2gr^2}$$

$$\frac{1}{r}$$