Олимпиада «Физтех» по физике 2022

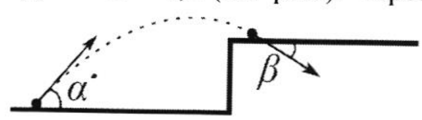
Класс 10

Вариант 10-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Камень брошен с некоторой скоростью V_0 под углом α к горизонту, $\cos\alpha = 0,6$ (см. рис.). Через $\tau = 0,8$ с камень находится на максимальной высоте. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу. В момент падения на крышу вектор скорости образует с горизонтом угол β такой, что $\cos\beta = 0,8$.



1) Найдите начальную скорость V_0 камня.

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта, завершился полет камня? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

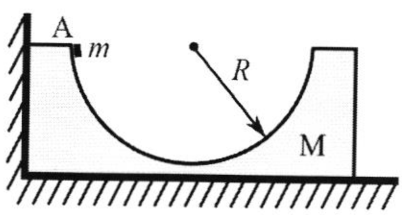
2. Максимальная скорость движения модели автомобиля по окружности радиуса $R = 2$ м, лежащей в горизонтальной плоскости, равна $V_{MAX} = 4$ м/с. Модель приводится в движение двигателем. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения шин модели по поверхности.

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол α с горизонтом такой, что $\sin\alpha = 0,6$.

2) Найдите наименьшее время T, за которое модель равномерно проедет по окружности радиуса $R = 2$ м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$.

3. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок массой $M = 3m$, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса R (см. рис.). Из точки A с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы m.

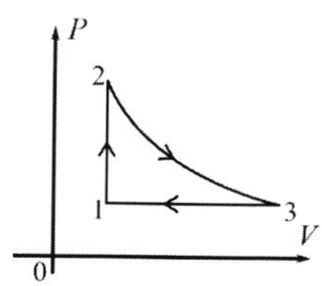


1) На какую максимальную высоту H, отсчитанную от нижней точки полусферы, поднимется шайба при дальнейшем движении системы?

2) Найдите максимальную кинетическую энергию K_{MAX} бруска при дальнейшем движении системы.

3) С какой по величине силой N брусок действует на шайбу в тот момент, когда его кинетическая энергия максимальная? Ускорение свободного падения g.

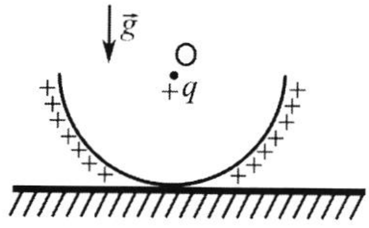
4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изохоры 12, адиабаты 23 и изобары (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа уменьшается в $n = 2\cdot\sqrt{2}$ раз.



1) Найдите КПД такого цикла.

Указание: в адиабатическом процессе с одноатомным идеальным газом $PV^{\frac{5}{3}} = const$.

5. На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы m. Точка O находится на расстоянии R от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью σ распределен положительный заряд. В точке O находится точечный заряд $q > 0$.



1) Найдите работу A внешней силы при переносе заряда q из точки O в бесконечность. Электрическая постоянная ε_0.

2) Во сколько раз уменьшится сила, с которой полусфера действует на горизонтальную поверхность, после переноса точечного заряда q из точки O в бесконечность? Ускорение свободного падения g.

Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Чистовик

№1 Дано:

$\cos\alpha = 0,6$

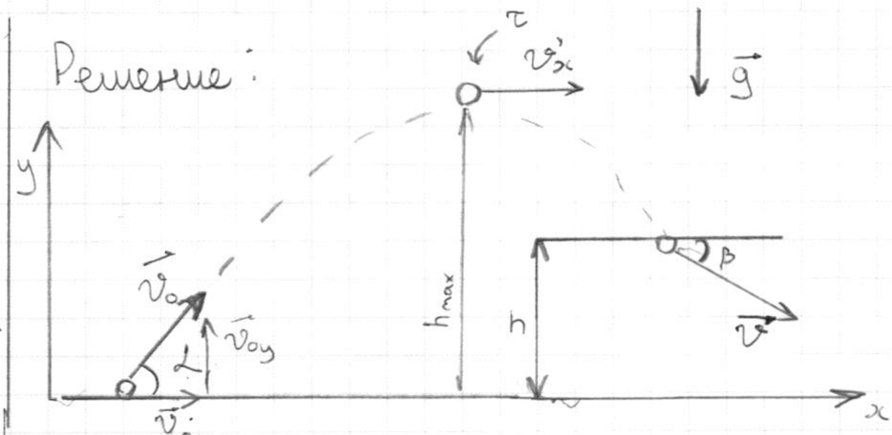
$\tau = 0,8c$

$\cos\beta = 0,8$

1) v_0 - ?

2) h - ?

Решение:



1) При h_{max} $\vec{v'} = \vec{v_x'} = \vec{v}_{ox}$

$\vec{v_y'} = \vec{0}$

OY: $v_{oy} - g\tau = 0$; $\underline{v_{oy} = g\tau}$

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$, тогда $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{4}{5} = 0,8$

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4}{5}\cdot\frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

$tg\alpha = \frac{v_{oy}}{v_{ox}}$; $v_{ox} = v_{oy}\cdot ctg\alpha$; $\underline{v_{ox} = g\tau\, ctg\alpha}$

$\underline{v_{ox} = v_0\cos\alpha}$

$v_0\cos\alpha = g\tau\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

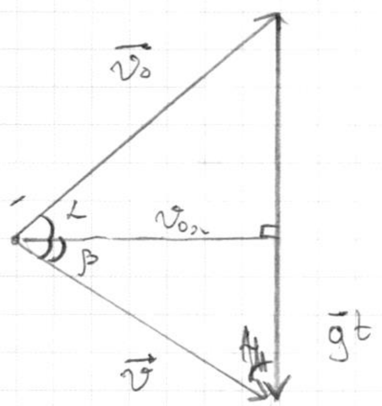
$$\boxed{v_0 = \frac{g\tau}{\sin\alpha}}$$

$v_0 = \frac{10\,м/с^2\cdot 0,8с}{0,8} = 10\,м/с$

Смотри прод.

№1 (прод) Чистовик

2) $\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{g}t$, где t - время полёта



$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

$v_{0x} = v\cos\beta = \cancel{v\sin}\alpha$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow v_0 \cos\alpha = v\cos\beta$

$$v = v_0 \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$gt = v_0 \sin\alpha + v\sin\beta$$

$$gt = v_0 \sin\alpha + v_0 \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\cos\beta}$$

$\cos\beta = 0{,}8 \quad \sin\beta = 0{,}6$

$$\boxed{t = \frac{v_0}{g}\left(\sin\alpha + \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\cos\beta}\right)}$$

$$t = \frac{10\,м/с}{10\,м/с^2}\Big(\underbrace{0{,}8 + \frac{0{,}6 \cdot 0{,}6}{0{,}8}}_{1{,}25}\Big)$$

$$t = 1{,}25\,с = \frac{5}{4}$$

OY: $\cancel{h = v_0 t}$ $\boxed{h = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}}$

$$h = 10\,м/с \cdot \cancel{0{,}6}^{\frac{4}{5}} \cdot \frac{5}{4}\,с - \frac{\cancel{10}^{5}\,м/с^2 \cdot 25\,с^2}{16 \cdot 2}$$

$$h = 10\,м \cdot \frac{4}{4} - \frac{125\,м}{16} = \cancel{125} = 10\,м - \frac{125\,м}{16} = \frac{160\,м - 125\,м}{16}$$

$$= \frac{35\,м}{16} \approx 2{,}2\,м$$

Ответ: $v_0 = 10\,м/с$, $\cancel{h = 3}$, $h \approx 2{,}2\,м$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 Дано

$R = 2$ м

$v_{max} = 4$ м/с

1) μ – ?

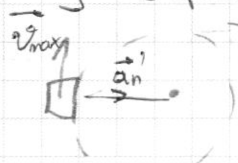
2) $\sin\alpha = 0{,}6$

$\mu = 0{,}8$

T – ?

Решение:

1) Вид сверху



$a_n' = \dfrac{v_{max}^2}{R}$

II Закон Ньютона

$F_{тр} = ma \quad , N = mg$

Трение ск. $\Rightarrow F_{тр} = N\mu = \mu mg$

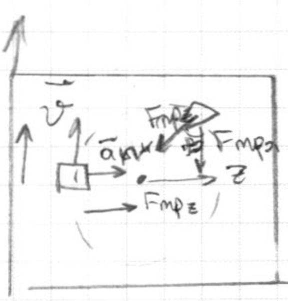
$\mu mg = ma_n'$

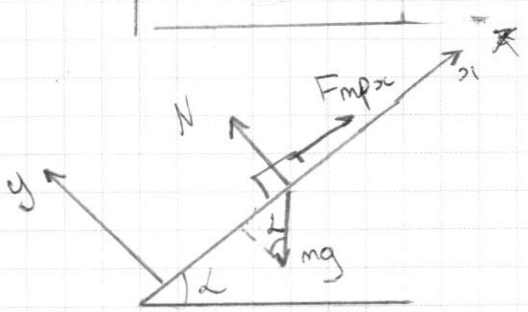
$a_n' = \mu g$

$$\boxed{\frac{v_{max}^2}{gR} = \mu}$$

$$\mu = \frac{16\ м^2/с^2}{10\ м/с^2 \cdot 2\ м} = \frac{16}{20} = \frac{8}{10} = 0{,}8$$

2)





$v = const \quad \vec{a}_n = const \quad$ z - отн. ц.с. ось

IIЗН: OX: $F_{тр x} = mg\sin\alpha$

OY: $N = mg\cos\alpha$

OZ: $ma_n = F_{тр z}$

Трение ск $\Rightarrow F_{тр} = \mu N$

$\cancel{F_{тр}^2 = F_{тр x}^2 + F_{тр z}^2}$

$\cancel{\mu^2 N^2 = m^2 g^2 \sin^2\alpha + m^2 a_n^2}$

$\cancel{\mu^2 m^2 g^2 \cos^2\alpha - m^2 g^2 \sin^2\alpha = m^2 a_n^2}$

Смотри прод

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№ 2 (прод 2)

$$T = 2\cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{2м}{10 м/с^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2}}}$$

$$= 6{,}28\cdot\sqrt{\frac{1с^2}{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{31}{25}}}} = 6{,}28\sqrt{\frac{1}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\sqrt{31}}}\,с$$

$$T = 6{,}28\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{31}}\,с \approx 6{,}28\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{16\cdot 2}}\,с = \frac{6{,}28}{2\sqrt[4]{2}}\,с$$

$$T \approx \frac{3{,}14}{\sqrt[4]{2}}\,с \approx \frac{3{,}14}{1{,}1}\,с = \frac{314}{110}\,с \approx 2{,}9\,с$$

Ответ: 1) $\mu = 0{,}8$, 2) $T \approx 2{,}9\,с$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (прод)

$F_{тр_{ск}}^2 \geq F_{тр_1}^2 + F_{тр_2}^2 - 2F_{тр_1}F_{тр_2}\cos\beta$

т.к. $F_{тр_1} = const$, $F_{тр_2} = const$, то нужно, что бы при любом β выполнялось условие, даже при $\cos\beta_{min} = 0$ $(\beta = 90°)$

$\therefore$ $F_{тр_{ск}}^2 \geq F_{тр_1}^2 + F_{тр_2}^2$

$t = T$, при v_{max}, при $a_{n max}$, при $F_{тр_2} = max$

тогда

Оптимальный вар. $F_{тр_{ск}}^2 = F_{тр_1}^2 + F_{тр_2}^2$

$(\mu mg\cos\alpha)^2 = (mg\sin\alpha)^2 + m^2a_n^2 \quad | : m^2$

$g^2\mu^2\cos^2\alpha = g^2\sin^2\alpha + a_n^2$

$a_n^2 = g^2(\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$

$a_n = g\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$ $\qquad \cos\alpha = 0{,}8 = \frac{4}{5}$

$v = \sqrt{a_n R}$

$T = \frac{2\pi R}{v}$; $T = \frac{2\pi R}{\sqrt{a_n R}}$; $T = \frac{2\pi\sqrt{R}}{\sqrt{a_n}}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}\cdot\frac{1}{\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}}}}$$

смотри прод

№5 (прод)

$$A=\int_{R/2}^{h}\frac{k|Q||q|}{r^2}dr\cdot\cancel{K}=\frac{k|Q||q|}{}\cdot\frac{1}{-r}\Big|_{R/2}^{h}\cdot\cancel{K}$$

$$=kQq\cancel{K}\cdot\cancel{\left(-\frac{2}{R}+\frac{1}{h}\right)}=\cdot\left(\frac{1}{-h}-\frac{2}{-R}\right)$$

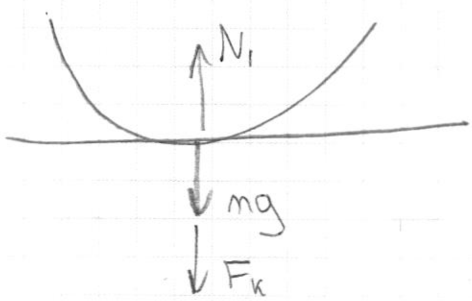
$$=kQq\cancel{K}\left(\frac{2}{R}-\frac{1}{h}\right);\ \frac{1}{h}\to 0$$

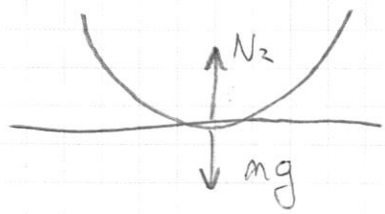
$$A=\frac{kQq2}{R}\qquad Q=2\pi R^2\sigma$$

$$A=\frac{k\cdot 2\pi R^2\sigma q\cdot 2}{R}=\frac{4k\pi R\sigma q}{1};\ k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\boxed{A=\frac{Rq\sigma}{\varepsilon_0}}$$

2)





$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{mg+F_k}{mg}=1+\frac{F_k}{mg}=1+\frac{kQq}{\left(\frac{R}{2}\right)^2\cdot mg}=1+\frac{4kQq}{R^2mg}$$

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{4Qq}{4\pi\varepsilon_0R^2mg}+1=\frac{2\pi R^2q\sigma}{\pi\varepsilon_0R^2mg}+1=\frac{2q\sigma}{\varepsilon_0mg}+1$$

Ответ: 1) $A=\frac{Rq\sigma}{\varepsilon_0}$ 2) $\frac{N_1}{N_2}=1+\frac{2q\sigma}{\varepsilon_0mg}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Чистовик

№3 Дано:

$M = 3m$

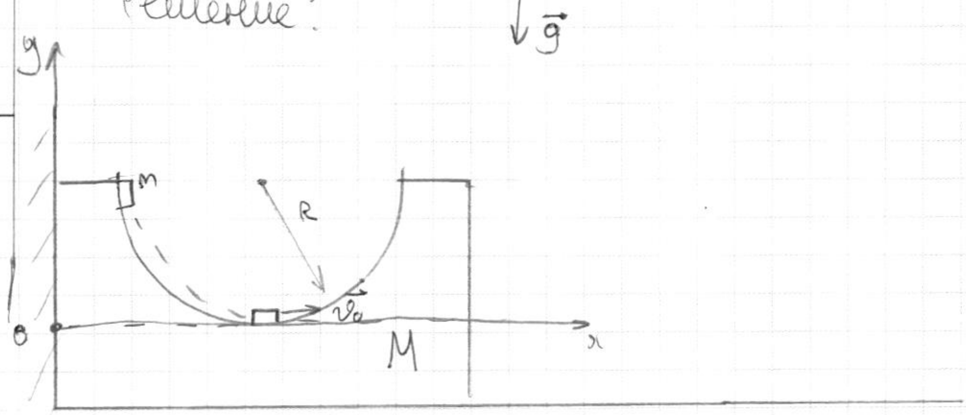
R

1) H – ?

2) K_{max} – ?

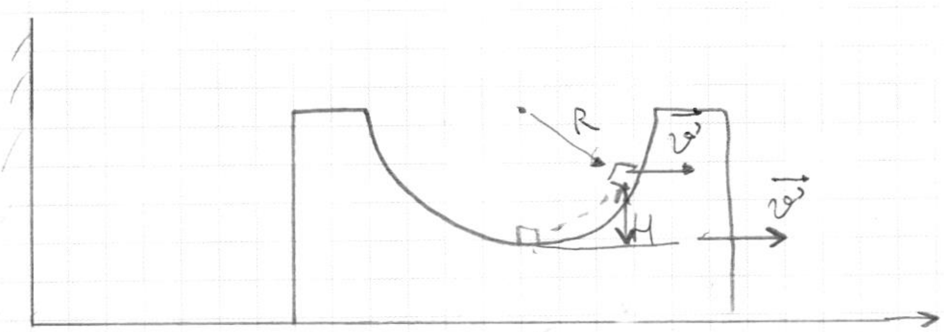
3) N – ?

Решение:



1) При движении шайбы до середины углубления двигаться будет только шайба т.к. стена не даст бруску двигаться влево, далее двигаться будет вся система.

ЗСЭ: m: $mgR = \frac{mv_0^2}{2}$; $v_0^2 = 2gR$



При H, $v_{шайбы\ отн} = 0$

ЗСЭ: системы m и M: $\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{Mv'^2}{2} + \frac{mv'^2}{2}$ (1)

ЗСИ: OX $mv_0 = (m+M)v'$ (2)

Смотри прод.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (прод 1) Чистовик

(2) $v' = \frac{v_0 \cdot m}{(M+m)}$ (1) $\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{v'^2}{2}(m+M)$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{v_0^2 m^2}{2(M+m)^2}(M+m)$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{m^2 v_0^2}{2(M+m)}$$

$$\cancel{mgH = \frac{m v_0^2}{2}\left(-1 + \frac{m}{M+m}\right)}$$

$$mgH = \frac{m v_0^2}{2} - \frac{m}{M+m} \cdot \frac{m v_0^2}{2}$$

$$mgH = \frac{m v_0^2}{2}\left(1 - \frac{m}{M+m}\right)$$

~~mgH =~~

$$2gH = v_0^2\left(\frac{M+m-m}{M+m}\right)$$

$$2gH = v_0^2 \cdot \frac{M}{M+m}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \cdot \frac{M}{M+m} \quad ; \quad H = \frac{2gR}{2g} \cdot \frac{M}{M+m}$$

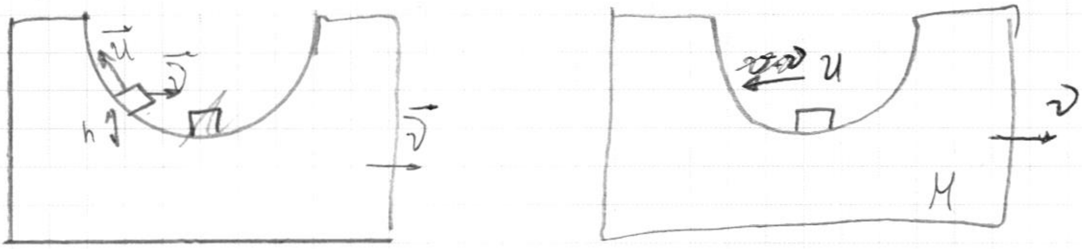
Смотри прод $\boxed{H = R \cdot \frac{M}{M+m}}$ $\cancel{H = \frac{R}{}}$ $\cancel{H = \frac{3R}{4}}$ Смотри прод.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№3 (прод 2)

$H = R\cdot\frac{M}{M+m}$; $H = R\cdot\frac{3m}{3m+m}$; $\boxed{H = \frac{3R}{4}}$

2)



ЗС~~Э~~ $E_к = K_{max}$, при $u = max$, при $h = 0$

(это будет видно из ЗСЭ)

ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} + E_к$

ЗСИ: $mv_0 = Mv - mu$; $(Mv)^2 = m^2(v_0^2 + u^2)$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{M^2v^2}{2M} + \frac{mu^2}{2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m^2(v_0^2+u^2)}{\underbrace{2M}_{=6m}} + \frac{mu^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{v_0^2+u^2+2v_0u}{6} + \frac{\cancel{m}u^2}{2} \Big| \cdot 6$$

$$3v_0^2 = v_0^2 + u^2 + 2v_0u + 3u^2$$

$$2v_0^2 - 4u^2 - 2v_0u = 0$$

$$4u^2 + 2v_0u - 2v_0^2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4v_0^2 + 4\cdot4\cdot2v_0^2 = 4v_0^2 + 32v_0^2 = 36v_0^2$$

$$u = \frac{-2v_0 + 6v_0}{8} = \frac{4v_0}{8} = \frac{v_0}{2}$$

См. лист 13

$$K_{max} = \frac{mu^2}{2} = \frac{m\cdot v_0^2}{8} = \frac{m\cdot 2gR}{8} = \frac{mgR}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Чистовик

№4 Дано:

1-2: изохора

2-3: адиабата

3-1: изобара

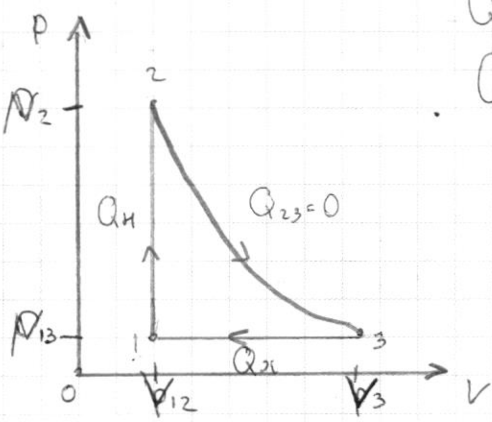
$V_3 = nV_{12}$

$\cancel{n = \sqrt{2}}$ $n = 2\sqrt{2}$

$pV^{\frac{5}{3}} = const$

1) $\eta - ?$

Решение:



$Q_н$ - Q нагрев.

$Q_х = Q$ холодил.

1) $\eta = \frac{A}{Q_н} = 1 + \frac{Q_х}{Q_н}$

Для 2-3: $p_2 V_{12}^{5/3} = p_{13} V_3^{5/3} \quad |(\,)^3$

$p_2^3 V_{12}^5 = p_{13}^3 (nV_{12})^5 \quad |: V_{12}^5$

$p_2^3 = p_{13}^3 \cdot n^5 \quad |\sqrt[3]{\ }$

$p_2 = p_{13} n^{5/3}$

$\nu R T_n = p_n V_n$

I Начало термодинамики

$Q_н = Q_{12} = \Delta U_{12} + \cancel{A_{г12}}$

$Q_н = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2 V_{12} - p_{13}V_{12}) = \frac{3}{2} p_{13} V_{12}(n^{5/3} - 1)$

$Q_х = Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{г31} = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) + p_{13}(V_{12} - V_3)$

$= \frac{3}{2}(p_{13}V_{12} - p_{13}V_3) + p_{13}(V_{12} - V_3) = 2p_{13}(V_{12} - V_3) =$

$= 2p_{13}(V_{12} - nV_{12}) = 2p_{13}V_{12}(1-n)$ Смотри прод.

№4 (прод)

$$\eta = 1 + \frac{Q_x}{Q_н} = 1 + \frac{2\, \cancel{p_{13}}\, \cancel{V_{12}}\,(1-n)\cdot 2}{3\, \cancel{p_{13}}\, \cancel{V_{12}}\,(n^{5/3}-1)}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{4\,(n-1)}{3\,(n^{5/3}-1)}}$$

$$\eta = 1 - \frac{4\,(2\sqrt{2}-1)}{3\left(\sqrt[3]{(2\sqrt{2})^5}-1\right)} = 1 - \frac{4(2\sqrt{2}-1)}{3\left(\sqrt[3]{64\sqrt{8}}-1\right)} = 1 - \frac{4(2\sqrt{2}-1)}{3\left(4\sqrt[6]{8}-1\right)}$$

$$\cancel{= 1 - \frac{4\,(2\sqrt{2}-1)}{3\left(2\sqrt[3]{3}\left((2\sqrt[3]{2})^2-1^2\right)\right)} = 1 - \frac{4\,(2\sqrt{2}-1)}{3\left(2\sqrt[3]{2}-1\right)\left(2\sqrt[3]{2}+1\right)}}$$

$$\eta = 1 - \frac{4(2\sqrt{2}-1)}{3(4\sqrt[3]{2}-1)} \qquad \sqrt[3]{2} \approx 1{,}2 \qquad \sqrt{2} \approx 1{,}4$$

$$\eta \approx 1 - \frac{4\,(2\cdot 1{,}4-1)}{3\,(4\cdot 1{,}2-1)} = 1 - \frac{4\,(2{,}8-1)}{3\,(4{,}8-1)} =$$

$$= 1 - \frac{4\cdot 1{,}8}{3\cdot 3{,}8} = 1 - \frac{4\cdot \cancel{18}^{\,9}}{\cancel{3}\cdot \cancel{38}_{\,19}} = 1 - \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \approx \frac{7}{20}$$

$$= 0{,}35$$

Ответ: $\eta \approx 0{,}35$