Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

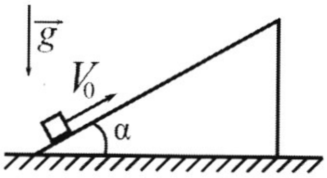
1. Фейерверк массой $m = 1$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3$ с разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800$ Дж. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк? после взрыва первый осколок упадет на землю.

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2$ м. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

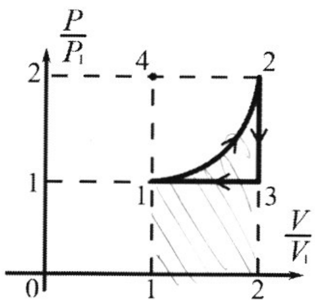
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1$ м. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

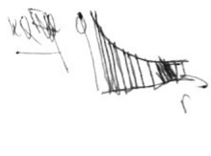
5. Заряд Q>0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q>0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

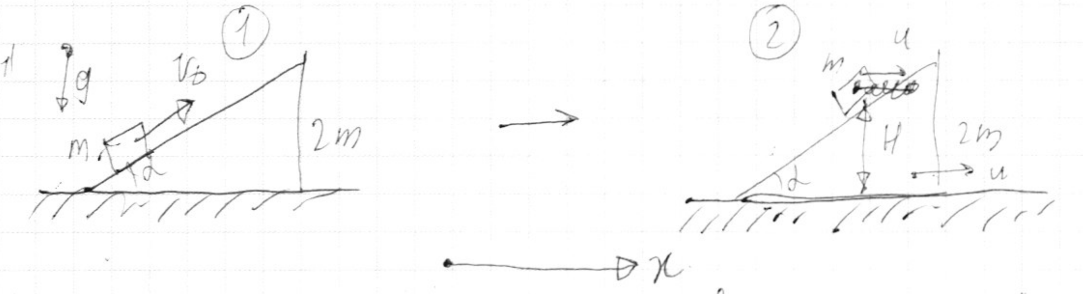
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

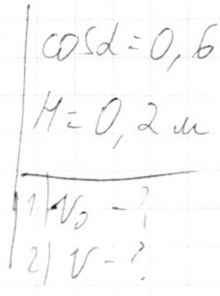
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2





1) Шайба поднимется на макс. высоту, когда $v_{отн}$ станет равна нулю, где $v_{отн}$ - скорость шайбы относительно клина.

Закон сохранения импульса на Ox для системы клин + шайба:

$$mv_{0x} = 3mu \Rightarrow mv_0\cos\alpha = 3mu \Rightarrow u = \frac{v_0\cos\alpha}{3} \quad (1)$$

u - скорость шайбы и клина после прекращения относительного движения.

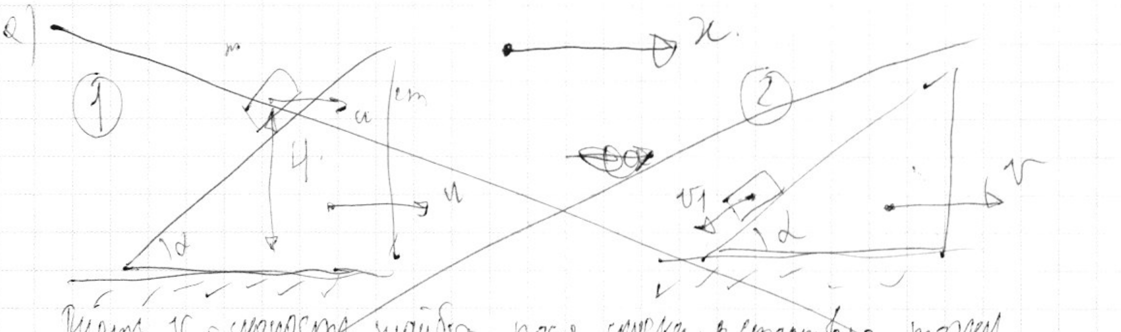
Запишем закон сохранения энергии для системы клин + шайба:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{3mu^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = 2gH + 3u^2 \Rightarrow \text{подставим (1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = 2gH + \frac{3v_0^2\cos^2\alpha}{9} \Rightarrow v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{3} \Rightarrow v_0^2\left(1-\frac{\cos^2\alpha}{3}\right) = 2gH \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1-\frac{\cos^2\alpha}{3}}} = \sqrt{\frac{2\cdot10\cdot0,2}{0,88}} = \sqrt{\frac{4}{0,88}} = \sqrt{\frac{4\cdot100}{\cancel{88}\,22}} = \boxed{\frac{10}{\sqrt{22}} \text{ (м/с)}}$$

2)



Пусть v_1 - скорость шайбы после спуска в стартовую точку.

Закон сохранения импульса для системы клин + шайба на Ox:

$$3mu = mv_{1x} + 2mv$$

Закон сохр. энергии для системы клин + шайба: $\frac{3mu^2}{2} + mgH = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv^2}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №1
(Нумеровать только чистовики)

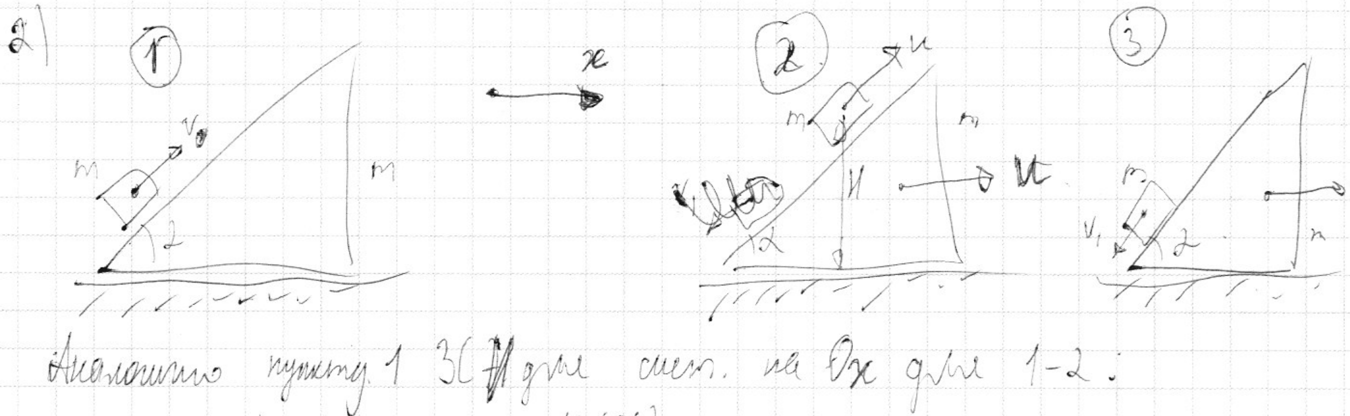
С другой стороны, из ранее записанных (в пред. пункте) ЗСЭ и ЗСИ получаем, что

$$\begin{cases} mv_{0x} = mv_{1x} + 2mv \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mv_0\cos\alpha = -mv_1\cos\alpha + 2mv \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mv^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_0\cos\alpha = -v_1\cos\alpha + 2v \\ \frac{v_0^2}{2} = \frac{v_1^2}{2} + v^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0\cos\alpha = -v_1\cos\alpha + 2v \\ v_0^2 = v_1^2 + 2v^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (v_0+v_1)\cos\alpha = 2v \\ (v_0-v_1)(v_0+v_1) = 2v^2 \end{cases}$$

2)



Аналогично пункту 1 ЗСИ для сист. на Ox для 1–2:

$$mv_0\cos\alpha = 2mu \Rightarrow u = \frac{v_0\cos\alpha}{2}$$

ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{2mu^2}{2} + mgH \Rightarrow \frac{v_0^2}{2} = u^2 + gH \Rightarrow v_0^2 = 2u^2 + 2gH \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{2v_0^2\cos^2\alpha}{4} + 2gH \Rightarrow v_0^2\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{2}\right) = 2gH \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1-\frac{\cos^2\alpha}{2}}}$$

ЗСИ для сист. для 1–3 на Ox: $mv_0\cos\alpha = -mv_1\cos\alpha + mV$, где v_1 – скорость шайбы после скатывания в нач. точку

ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mV^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = v_1^2 + V^2 \Rightarrow (v_0-v_1)(v_0+v_1) = V^2$ (2)

Из ЗСИ следует, что $(v_0+v_1)\cos\alpha = V$ (3)

Разделим (2) на (3): $\frac{v_0-v_1}{\cos\alpha} = V \Rightarrow V\cos\alpha = v_0 - v_1 \Rightarrow v_1 = v_0 - V\cos\alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Подставим в ЗСИ:~~ $\cancel{mv_0\cos\alpha = -mv}$; Подставим в (3):

$$(v_0+v_0-v\cos\alpha)\cos\alpha = v \Rightarrow (2v_0-v\cos\alpha)\cos\alpha = v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2v_0\cos\alpha - v\cos^2\alpha = v \Rightarrow v = \frac{2v_0\cos\alpha}{\cos^2\alpha+1} = \frac{1{,}2v_0}{1{,}36} =$$

$$= \frac{1{,}2}{1{,}36}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 0{,}2}{1-\frac{0{,}36}{2}}} = \frac{1{,}2}{1{,}36}\cdot\sqrt{\frac{4}{0{,}82}} = \frac{120}{\cancel{136}\ 68}\cdot\frac{2}{\sqrt{0{,}82}} = \frac{30}{17\cdot\sqrt{0{,}82}} =$$

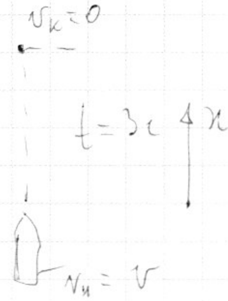
$$= \frac{30}{17}\cdot\sqrt{\frac{100}{82}} = \frac{30\cdot 10}{17\sqrt{82}} = \frac{300}{17\sqrt{82}}$$

Ответ: 1) $v_0 = \frac{10}{\sqrt{82}}$ м/с

2) $v = \frac{300}{17\sqrt{82}}$ м/с

№1.

1)



Пусть v - начальная скорость. Тогда справедливо, что

$$Ox: v - gT = 0 \Rightarrow v = gT = 30\ (м/с)$$

Тогда

$$Ox: \frac{v_к^2 - v_н^2}{-2g} = H \Rightarrow \frac{0 - v_н^2}{-2g} = H \Rightarrow H = \frac{v_н^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} = \frac{g^2T^2}{2g} =$$

$$= \frac{gT^2}{2} = \frac{10\cdot 9}{2} = \boxed{45\ (м)}$$

2) $K = \sum\frac{\Delta m v_0^2}{2}$, где v_0 - скорость всякого осколка.

$$K = \sum\frac{\Delta m v_0^2}{2} = \frac{v_0^2}{2}\sum\Delta m = \frac{v_0^2}{2}\cdot m \Rightarrow v_0^2 = \frac{2K}{m} \Rightarrow v_0 = 60\ (м/с)$$

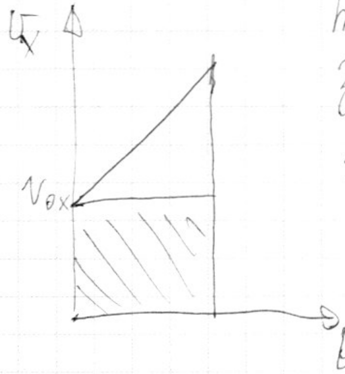
Все осколки падают с одной высоты. ~~Для произвольного осколка запишем:~~

$$\cancel{0 = H + v_{x_1}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t_1^2 + \frac{2v_{x_1}}{g}t_1 + \frac{2H}{g} = 0}$$

Время падения тем меньше, чем больше проекция скорости на ось, направленную вертикально вниз. Тогда наименьшее время будет у осколка, ~~который падает~~ начальная скорость которого направлена вертикально вниз.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В самом деле, если рассмотреть график $v_x(t)$ (пусть Ox направлена вертикально вниз), то видно, что чем больше v_{0x}, то тем больше площадь закраш. прямоугольника и той же площади под графиком можно достичь за меньшее время. (площадь под графиком = перемещение)



Найдем τ: $0 = H - v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2} \Rightarrow \tau^2 + \frac{2}{g}v_0\tau - \frac{2H}{g} = 0$.

$$\tau_{1,2} = \frac{-\frac{2v_0}{g} \pm \sqrt{\frac{4v_0^2}{g^2} + \frac{8Hg}{g^2}}}{2} = \frac{-\frac{2v_0}{g} \pm \frac{2}{g}\sqrt{v_0^2+2gH}}{2} =$$

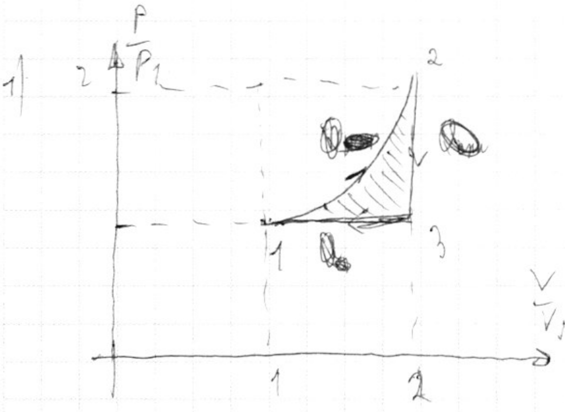
отбрасываем с $\ominus$, так как нет физ. смысла

$$= -\frac{v_0}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{v_0^2+2gH} = \frac{1}{g}\left(\sqrt{v_0^2+2gH} - v_0\right) = \frac{1}{10}\left(\sqrt{3600+900} - 60\right)$$

$$= \frac{1}{10}\left(\sqrt{4500} - 60\right) \; \frac{1}{10}\left(30\sqrt{5} - 60\right) = \boxed{3\sqrt{5} - 6 \text{ (с)}}.$$

Ответ: $H = 45$ м; $\tau = 3\sqrt{5} - 6$ с

№4

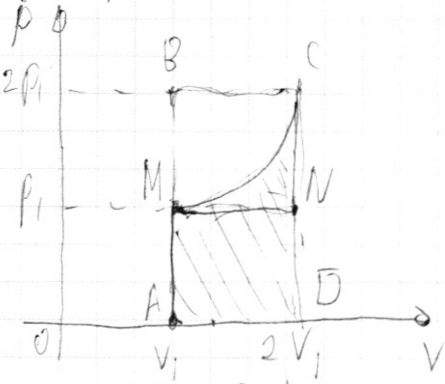


~~Заметим, что площадь под циклом равна $\frac{A}{p_1V_1}$.~~

В процессе 1-2 газ получает теплоту т.к. совершается полож. работа и растет PV. Аналог. рассуждениями получаем, что в 2-3 и 1-3 у газа забирают теплоту.

По 1 началу термодинамики: $Q = \Delta U_{12} + A_{1-2} = \frac{3}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) + A_{1-2} =$
$= \frac{9p_1V_1}{2} + A_{1-2}$

Найдём работу газа как площадь под графиком:



Вычтем из площади прямоугольника ABCD площадь сектора круга:

$A_{1-2} = S_{ABCD} - S_{сектор} = 2p_1V_1 - \frac{\pi \cdot p_1V_1}{4} = p_1V_1\left(2 - \frac{\pi}{4}\right)$

Тогда $Q = \frac{9p_1V_1}{2} + A_{1-2} = \frac{9p_1V_1}{2} + p_1V_1\left(2-\frac{\pi}{4}\right) = p_1V_1\left(\frac{9}{2}+2-\frac{\pi}{4}\right) =$

$= p_1V_1\left(\frac{13}{2}-\frac{\pi}{4}\right) = p_1V_1\left(\frac{26-\pi}{4}\right) = \frac{23}{4}p_1V_1 \approx 5\frac{3}{4}p_1V_1 \approx \boxed{5{,}75p_1V_1}$

2) Работа за цикл. Считается также через площадь:

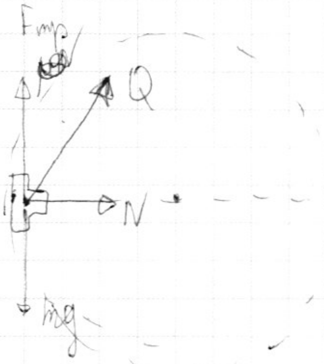
$A = S_{MBCN} - S_{сектор} = p_1V_1 - p_1V_1\frac{\pi}{4} = p_1V_1\left(1-\frac{\pi}{4}\right) \approx \boxed{\frac{1}{4}p_1V_1}$

3) $\eta = \frac{A}{Q_{нагревания}} = \frac{A}{Q} \approx \boxed{\frac{1}{23}}$

Ответ: 1) $Q = 5\frac{3}{4}p_1V_1$
2) $A = \frac{1}{4}p_1V_1$
3) $\eta = \frac{1}{23}$

№3

1)



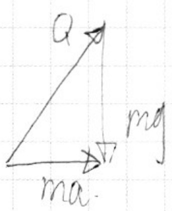
вид спереди

Силу Q, с которой модель действует на сферу можно разложить на 2 компоненты:

$F_{тр}$ – силу трения, которая уравновешивает силу тяжести mg

N – силу нормальной реакции, которая даёт модели центростремительное ускорение.

Запишем 2 зн Ньютона в векторной форме:



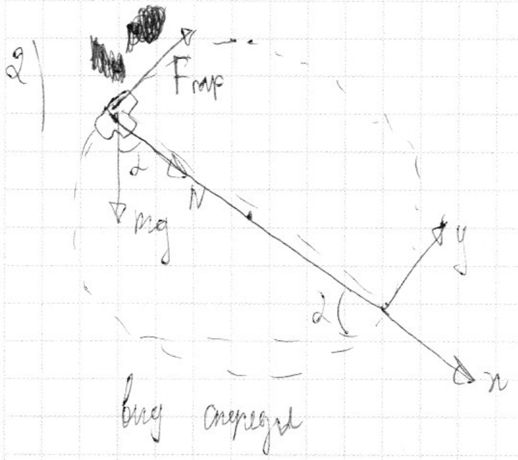
$a = \frac{v^2}{R}$ – центростремительное ускорение.

По условию $Q = 2mg \Rightarrow (ma)^2 = Q^2 - (mg)^2 = 4(mg)^2 - (mg)^2 =$

$= 3(mg)^2 \Rightarrow ma = mg\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{a = g\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$ (м/с²)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



2 ЗН Ox: $N + mg\cos\alpha = \frac{m v_{min}^2}{R}$ (1)

Oy: $F_{тр} - mg\sin\alpha = 0$

Заметим, что, чем меньше v, тем меньше N, и, следовательно, тем меньше $F_{тр} = \mu N$ для данной скорости. Если $\mu N \geq mg\sin\alpha$ для данной скорости, то такое движение может продолжаться. Рассмотрим „критический" случай, когда $\mu N = mg\sin\alpha$. Стоит отметить, ~~Тогда $N = \frac{mg\sin\alpha}{\mu}$~~ что N зависит от положения модели и в высшей точке траектории будет наименьшим, а в низшей - наибольшим. Поэтому, в то же время мы рассматриваем случай, когда модель находится в высшей точке.

$\mu N = mg\sin\alpha \Rightarrow N = \frac{mg\sin\alpha}{\mu} \Rightarrow$ подставим в (1) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{mg\sin\alpha}{\mu} + mg\cos\alpha = \frac{m v_{min}^2}{R} \Rightarrow \frac{g\sin\alpha}{\mu} + g\cos\alpha = \frac{v_{min}^2}{R} \Rightarrow$

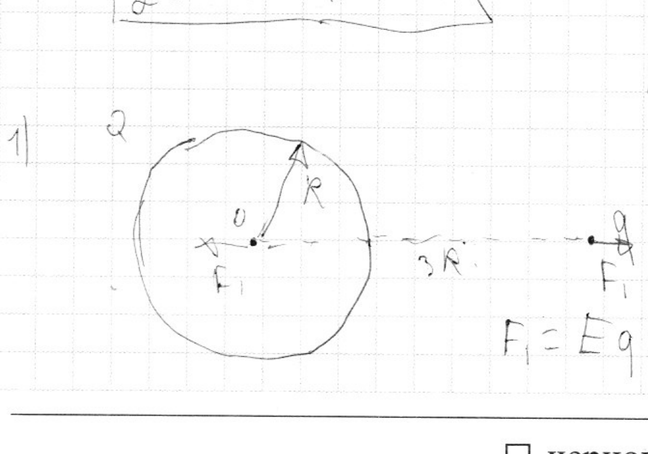
$\Rightarrow v_{min} = \sqrt{Rg\left(\frac{\sin\alpha}{\mu} + \cos\alpha\right)} = \sqrt{1\cdot 10\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2\cdot 0{,}8} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \sqrt{10\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(1+\frac{5}{4}\right)} = \sqrt{5\sqrt{2}\cdot\frac{9}{4}} =$

$= \boxed{\frac{3}{2}\sqrt{5\sqrt{2}} \text{ (м/с)}}$

Ответ: 1) $a = 10\sqrt{3}$ м/с^2
2) $v_{min} = \frac{3}{2}\sqrt{5\sqrt{2}}$ м/с

N 5

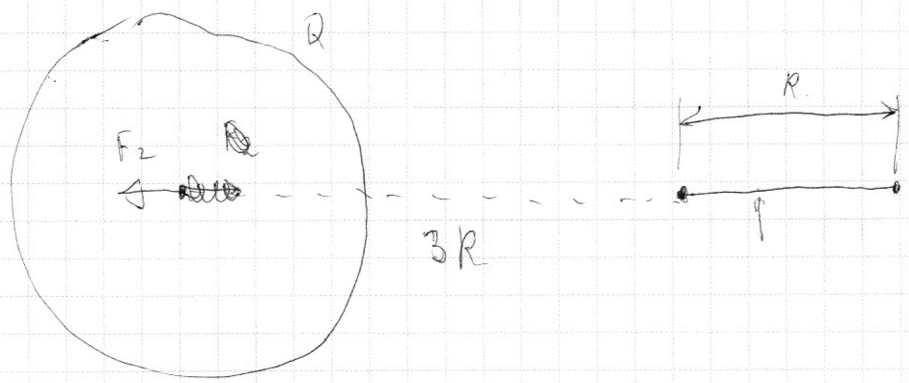
1)



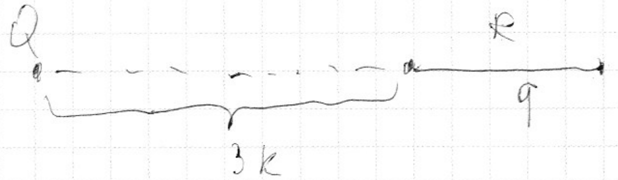
В точках на расстоянии $r \geq R$ поле равномерно заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда Q, поэтому

$F_1 = Eq = k\frac{Q}{(3R)^2}\cdot q = \frac{kQq}{9R^2}$

2)



Аналогично, поле сферы в точках на расстоянии $r > R$ такое же как и у точечного заряда Q:



$$F_2 = \sum_i F_i = \sum_i \frac{kQ\Delta q_i}{r_i^2} = kQ\sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} = kQ \cancel{\int_{3R}^{4R} \frac{dq}{r_i^2}} = kQ\int_{3R}^{4R}\frac{\Delta q_i}{r_i^2}$$

~~Посчитаем с точностью~~ 1.0 Разделим стержень на 10 равных частей и скажем, что он состоит из 10 точечных зарядов 0,1 q.

Тогда $F_2 = kQ\left(\frac{0,1q}{(3,1R)^2}+\frac{0,1q}{(3,2R)^2}+\frac{0,1q}{(3,3R)^2}+\frac{0,1q}{(3,4)^2R^2}+\frac{0,1q}{(3,5)^2R^2}+\frac{0,1q}{(3,6)^2R^2}+\frac{0,1q}{(3,7)^2R^2}+\frac{0,1q}{(3,8)^2R^2}+\frac{0,1q}{(3,9R)^2}+\frac{0,1q}{(4R)^2}\right)$

$$= \frac{kQ\cdot 0,1q}{R^2}\left(\frac{1}{(3,1)^2}+\frac{1}{(3,2)^2}+\frac{1}{(3,3)^2}+\frac{1}{(3,4)^2}+\frac{1}{(3,5)^2}+\frac{1}{(3,6)^2}+\frac{1}{(3,7)^2}+\frac{1}{(3,8)^2}+\frac{1}{(3,9)^2}+\frac{1}{4^2}\right)=$$

$$=\frac{10kQq}{R^2}\left(\frac{1}{31^2}+\frac{1}{32^2}+\frac{1}{33^2}+\frac{1}{34^2}+\frac{1}{35^2}+\frac{1}{36^2}+\frac{1}{37^2}+\frac{1}{38^2}+\frac{1}{39^2}+\frac{1}{40^2}\right)=$$

$$=\left(\frac{1}{961}+\frac{1}{1024}+\frac{1}{1099}+\frac{1}{1156}+\frac{1}{1225}+\frac{1}{1296}+\frac{1}{1369}+\frac{1}{1444}+\frac{1}{1521}+\frac{1}{1600}\right)\cdot\frac{10kQq}{R^2}\approx$$

$$\approx\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{1100}+\frac{1}{1200}+\frac{1}{1200}+\frac{1}{1300}+\frac{2}{1400}+\frac{1}{1500}+\frac{1}{1600}\right)\frac{10kQq}{R^2}\approx$$

$$\approx\left(\frac{1}{500}+\frac{1}{1100}+\frac{1}{600}+\frac{1}{1300}+\frac{2}{1400}+\frac{1}{1500}+\frac{1}{1600}\right)\frac{10kQq}{R^2}\approx\frac{1}{10}\frac{kQq}{R^2}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{11}+\frac{1}{6}+\frac{1}{13}+\frac{1}{7}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}\right)\approx\frac{1}{10}\frac{kQq}{R^2}\left(\frac{11}{30}+\frac{1}{11}+\dots\right)\approx\frac{3}{40}\frac{kQq}{R^2}$$

Таким образом, мы оценили F_2: $\boxed{F_2\approx\frac{3}{40}\frac{kQq}{R^2}}$

Ответ: 1) $F_1=\frac{kQq}{9R^2}$

2) $F_2=\frac{3kQq}{40R^2}$

$\frac{11}{30} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} =$ $\frac{150}{330} + \frac{1}{13} + \frac{1}{7} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} =$

$= \frac{121+30}{330}$

$= \frac{20}{91} + \frac{150}{330} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} =$

$\frac{150}{330} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} = \frac{2}{9} + \frac{15}{33} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16}$

$\frac{15}{33} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} = \frac{30}{240} + \frac{15}{33} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} =$

$= \frac{15}{33} + \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} = \frac{15}{33} + \frac{21}{104} + \frac{1}{14} = \frac{15}{33} + \frac{1}{5} + \frac{1}{14} =$

$= \frac{75+33}{165} + \frac{1}{14} = \frac{108}{165} + \frac{1}{14} = \frac{36}{55} + \frac{1}{14} =$

$= \frac{36}{55} + \frac{1}{14} = \frac{55+36\cdot 14}{770} =$ 108 — 36 36

$= \frac{480}{770} =$ 36 · 14 = 144 + 36 = 404 450

$= \frac{4}{7}$

35 · 35 = 175 + 105 = 1225 $\frac{1}{35,2}$

$\frac{1}{12,25}$ · 35

$\frac{66+135}{297} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} =$

$= \frac{201}{300} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} = \frac{2}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} =$

$\frac{3}{40}$

$= \frac{30+3}{45} + \frac{1}{16} = \frac{33}{45} + \frac{1}{16} =$

$\frac{1}{13,3}$

$= \frac{11}{15} + \frac{1}{16} = \frac{3}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

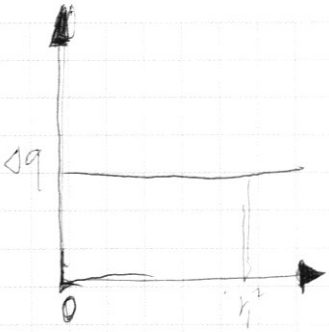
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

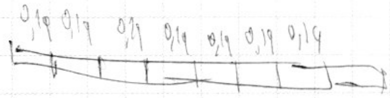
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$0 = h - v_1 t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$

$h = v_1 t_1 + \frac{g t_1^2}{2}$

$h = t_1 \cdot \left(v_1 + \frac{g t_1}{2}\right)$



31^2

33×33: 99, 99, 1099

32×32: 64, 96, 1024

$0 = v$

$t_1^2 + \frac{2v}{g} t_1 - \frac{2h}{g} = 0$

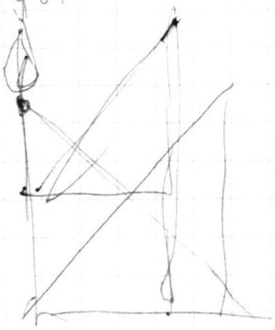
$t = \frac{-\frac{2v_0}{g} \pm \sqrt{\frac{4v^2}{g^2} + \frac{8h}{g}}}{2}$

39×39: 351, 117, 1521

34×34: 136, 102, 1156

31×31: 31, 93, 961

35×35: 175, 105, 1225



36×36: 216, 108, 1296

37×37: 259, 111, 1369

$\frac{dx}{x}$

38×38: 304, 114, 1444

$\frac{1}{3R} + \frac{1}{3,5R} + \frac{1}{4R} = 0,33R +$

$\frac{1}{3R} + \frac{1}{4R} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{10}{35} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{7} = \frac{7}{12} + \frac{2}{7} = \frac{73}{84} + \frac{1}{32}$