

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

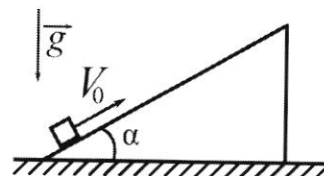
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

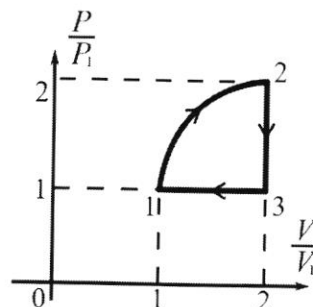
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$H = 65 \text{ м}$$

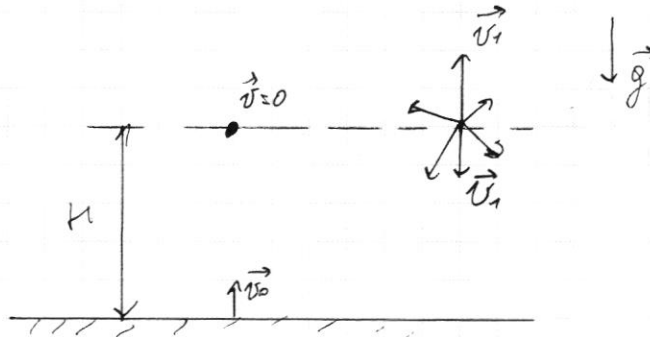
$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$$v_0 = ?$$

$$K = ?$$



$$\begin{cases} H = v_0 t - \frac{g t^2}{2} \\ v = v_0 - g t = 0 \end{cases} \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = 10\sqrt{13} \approx \underline{\underline{36 \text{ м/с}}}$$

$$K = \frac{d m v_1^2}{2} \cdot \frac{m}{d m} = \frac{m v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2K}{m}} \text{ - скорость } \begin{matrix} \text{окалка} \\ \text{окалка} \end{matrix}$$

20калок кол-во окалок

$$v_1 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = -H \text{ - падение окалка, полетевшего } \begin{matrix} \text{вертикально вверх} \\ \text{вертикально вверх} \end{matrix}$$

$$v_1 t_2 + \frac{g t_2^2}{2} = H \text{ - падение окалка, полетевшего } \begin{matrix} \text{вертикально вниз} \\ \text{вертикально вниз} \end{matrix}$$

$$t_1 = \frac{2v_1 \pm \sqrt{4v_1^2 + 8H}}{2g} \Rightarrow t_1 = \frac{v_1}{g} + \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2} + \frac{2H}{g}}$$

$$t_2 = \frac{-2v_1 \pm \sqrt{4v_1^2 + 8H}}{2g} \Rightarrow t_2 = -\frac{v_1}{g} + \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2} + \frac{2H}{g}}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{2v_1}{g} = \tau \Rightarrow v_1 = \frac{\tau g}{2} = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$K = \frac{\tau^2 g^2 m}{8} = \underline{\underline{2500 \text{ Дж}}}$$

53

Дано:

$\alpha = \frac{\pi}{6}$
 $v_0 = 1,5 \text{ м/с}$

$R = 1,2 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $m = 0,5 \text{ кг}$
 $\mu = 0,9$

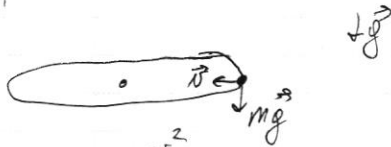
Найти:

P ?

v_{min} ?

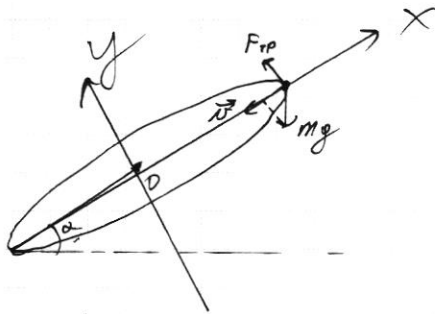
Решение:

1.



$$\vec{P} = \vec{W} = m\vec{a} = m \frac{v^2}{R} \approx 4,56 \text{ Н}$$

2.



$$Ox: N + mg \sin \alpha = ma = m \frac{v^2}{R}$$

$$Oy: F_{тр} = mg \cos \alpha$$

$$\mu N = mg \cos \alpha$$

$$m \left(\frac{v^2}{R} - g \sin \alpha \right) = \mu mg \cos \alpha$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{gR}{\mu} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)} \approx 4 \text{ м/с} = v_{\text{min}}$$

55

Дано:

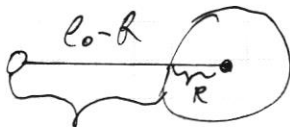
Q, q
 $l_0 = 2R$
 R
 $l_1 = R$

Найти:

F_1, F_2 ?

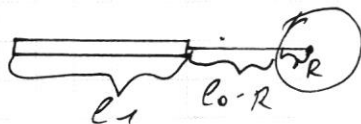
Решение:

1.



$$F_k = \frac{kQq}{l_0^2 \sin^2 \alpha} = \frac{kQq}{4R^2}$$

2.



$F_k =$ интеграл по участку длины $de \Rightarrow F_k = \frac{kQq}{e^2}$

$\frac{dq}{de} = q' = \frac{q}{l_0 \sin^2 \alpha}$ — радиус-вектор участка по центра сферы

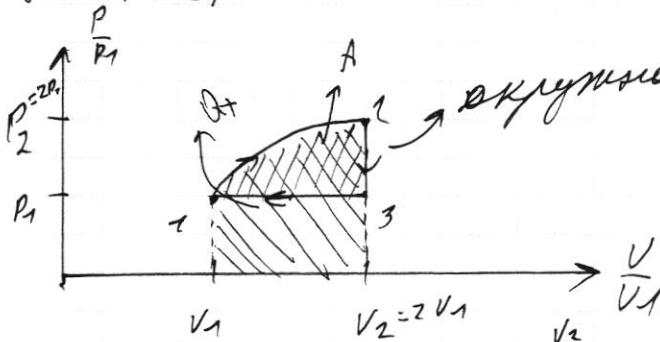
$$F_k = \int \frac{kQq}{e^2 l_1} de = - \frac{kQq}{e e l_1} \Big|_{l_0}^{l_0+l_1} \Rightarrow F_k = \frac{kQq}{l_0 l_1} - \frac{kQq}{(l_0+l_1) l_1} =$$

$$= \frac{kQq}{R} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{kQq}{6R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4
Дано:
 $v = 1 \text{ моль}$
 $T_1, P_1, i=3$
Найти:
 Q_+, A, η

Решение:



экспандируем $\Rightarrow V_2 - V_1 = \Delta V = P_2 - P_1 = \Delta P = P_1$
 $V_2 = 2V_1$
 $P_2 = 2P_1$

$$Q_+ = A_{12} + \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + P_1 \Delta V + \frac{\tilde{\kappa}}{4} \Delta V^2$$

$$\Delta T = \frac{P_2 V_2}{\nu R} - T_1 = \frac{5 P_1 V_1}{\nu R} = 5 T_1 - T_1 = 4 T_1$$

$$Q_+ = \frac{9}{2} \nu R T_1 + P_1 V_1 + \frac{\tilde{\kappa}}{4} P_1 V_1 = \nu R T_1 \left(\frac{9}{2} + 1 + \frac{\tilde{\kappa}}{4} \right) = \frac{22 + \tilde{\kappa}}{4} \nu R T_1 = \frac{22 + \tilde{\kappa}}{4} R T_1 \approx 6,2 R T_1$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV + \int_{V_2}^{V_3} P(V) dV + \int_{V_3}^{V_1} P(V) dV = \frac{\tilde{\kappa}}{4} \Delta V^2 = \frac{\tilde{\kappa}}{4} P_1 V_1 = \frac{\tilde{\kappa}}{4} \nu R T_1 = \frac{\tilde{\kappa}}{4} R T_1 \approx 0,8 R T_1$$

$$\eta = \frac{A}{Q_+} \approx \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

№2

Дано:

$m_1 = m_2 = m$

$\alpha = 30^\circ$

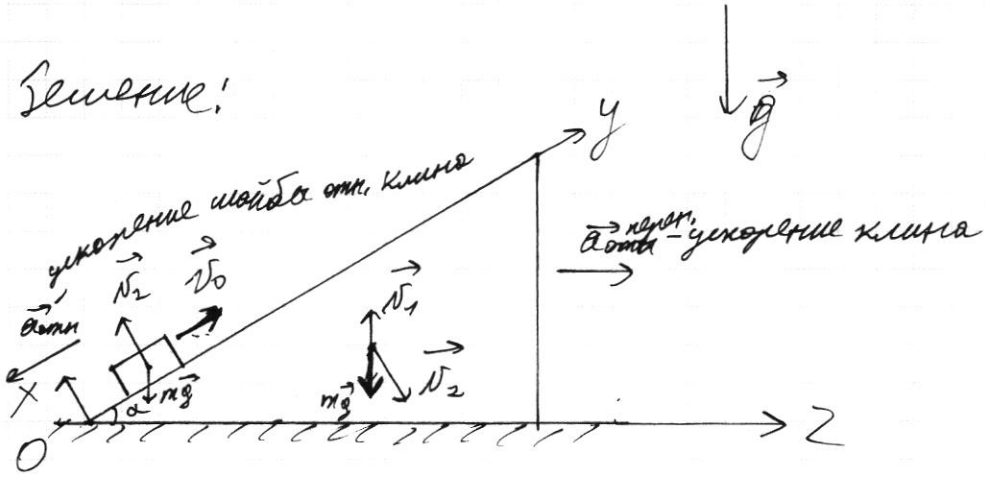
$v_0 = 2 \text{ м/с}$

$g = 10 \text{ м/с}^2$

Найти:

H, v

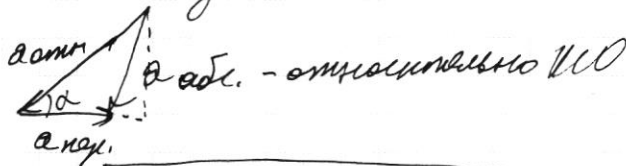
Решение:



$$\begin{cases} N_1 = mg + N_2 \cdot \cos \alpha \\ N_2 \cdot \sin \alpha = m a_{\text{омм}} \text{ перпен.} \\ N_2 = mg \cos \alpha \\ mg \sin \alpha = m a_{\text{омм}} \end{cases} \Rightarrow a_{\text{перпен.}} = \frac{g \sin^2 \alpha}{2} = g \sin \alpha \cos \alpha$$

$mgH = \frac{mv_0^2}{2}$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = 0,2 \text{ м.} \Rightarrow H = \frac{H}{\sin \alpha} = v_0 t$$



$$a_{\text{абс.}} = \sqrt{a_{\text{омм}}^2 + a_{\text{пер.}}^2 - 2 a_{\text{омм}} a_{\text{пер.}} \cos \alpha} = g \sin^2 \alpha$$

$a_{\text{абс.}}^2 + a_{\text{пер.}}^2 = a_{\text{омм}}^2 \Rightarrow a_{\text{абс.}}$ направлена вниз, $\Rightarrow v_{\text{абс.}} \cos \alpha = \text{const}$

$$H = v_0 \sin \alpha t - \frac{a_{\text{абс.}} t^2}{2} \Rightarrow H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 a_{\text{абс.}}} = \frac{v_0^2}{2g} = 0,2 \text{ м.}$$

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{a_{\text{абс.}}}$$

$v_{\text{пер.}} t = v_0 \cos \alpha - v(t)$ — скорость клина относительно земли

пока $v \geq 0$

$$v(t) \cdot t + \frac{a_{\text{пер.}} t^2}{2} = 0$$

шайба и клин пройдут один и тот же путь по оси Ox относ. земли \Rightarrow

$$v_0 \cos \alpha t = \frac{a_{\text{пер.}} t^2}{2}$$

$$t = \frac{2 v_0 \cos \alpha}{a_{\text{пер.}}} = \frac{2 v_0}{g \sin \alpha} \Rightarrow v = a_{\text{пер.}} t = 2 v_0 \cos \alpha \approx 3,5 \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

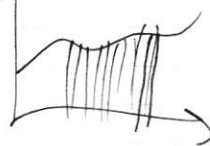
$\Delta P = \Delta V'$

$t_1^2 - \frac{2V_1}{g} t_1 - \frac{2H}{g} = 0$

$t_2^2 + \frac{2V_1}{g} t_2 - \frac{2H}{g} = 0$

$\frac{100 \cdot 100 \cdot 2}{8\pi - 6}$
 $\frac{\pi}{\pi + 10}$

$\frac{\pi}{22 + \pi}$



$g^2 \sin^2 \alpha + g^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 2g^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$
 $g^2 \sin^2 \alpha - g^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$
 $g^2 \sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)$
 $g^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \alpha$
 $g^2 \sin^4 \alpha$

$x^2 + x^2 \cos^2 \alpha - 2x^2 \cos^2 \alpha$
 $x^2 (1 + \cos^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha)$
 $x^2 (1 - \cos^2 \alpha)$
 $x^2 \sin^2 \alpha$

$\frac{\pi}{4} = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2} + \frac{\pi}{4} + 1$

$\frac{6 + \pi}{22 + \pi}$

$\sqrt{3}$
 ≈ 1.732

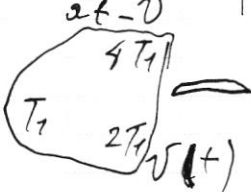
$A \cdot \frac{3}{2} \sqrt{3} V R T_1$

$\frac{3}{2} \sqrt{3} V R T_1 + 5$

$\frac{3}{2} \sqrt{3} V R T_1 + 5$

$22 + \pi - 16$

field



$v_0 - at = 0$

3,4

$v \cos \alpha$

$\rightarrow \frac{\sqrt{3} v_0}{2}$

$\frac{1.732}{2} \cdot 100$

$\rightarrow \vec{a}$

$\sqrt{6 + \frac{20}{\pi}} \cdot 100$

$(\frac{1}{2} + 1) \sqrt{3} V R T_1$

$-\frac{10}{4} \sqrt{3} V R T_1 + \frac{3}{4} \sqrt{3} V R T_1 + \frac{20}{\sqrt{3}}$

$-\frac{10}{4} \sqrt{3} V R T_1 + \frac{3}{4} \sqrt{3} V R T_1 + \frac{20}{\sqrt{3}}$

$7600 - 600 - 126$

$v \cos \alpha t = \frac{at^2}{2}$

$\sin \alpha = \cos \alpha$

$\frac{1270}{538} + (\frac{22 + \pi}{4}) \sqrt{3} V R T_1$

$\frac{2520}{888}$

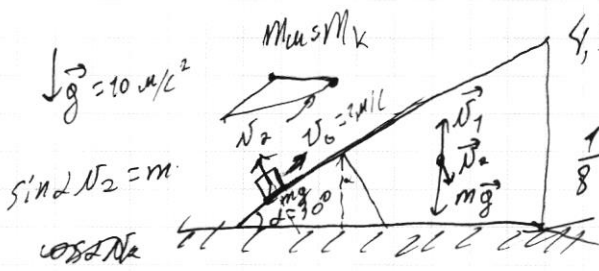
$\frac{3}{2} \sqrt{3} V R T_1 + 5 - \frac{3}{2} \sqrt{3} V R T_1 + 5 - \frac{3}{2} \sqrt{3} V R T_1 + 5$

$\frac{9}{2} + \frac{\pi}{4} + 1$

$\frac{2000}{696} \quad \frac{500}{174} \quad \frac{250}{87} < 3$



36
36
276
20 8 12,96 20
6,96



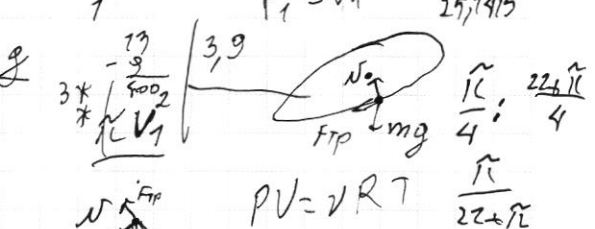
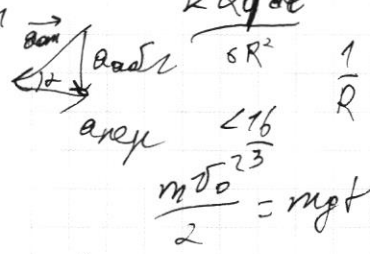
$m \frac{v^2}{R} > mg$
 $v > \sqrt{\frac{gR}{\mu}}$
 1369
 $9,7 \cdot 8$
 37
 34
 $2,59$
 $1,91$
 300
 $9,7915926$
 $25,715926$
 de
 $0,16$
 de

$\sin \alpha = \frac{a}{g}$
 $\sin \alpha \cdot N_2 = m a_{\text{exp}}$
 $N_2 = mg \cos \alpha$
 $N_2 \cos \alpha + mg = N_1$

$a_{\text{exp}} = \frac{\sin \alpha \cdot g}{2}$
 $a_{\text{omn}} = \frac{25 \sin \alpha \cdot g}{2}$

$N = \frac{v^2}{R}$
 $F_{TP} > mg$
 $P_1 = V_1$

$\frac{dq}{de} = \frac{q_0}{e_0}$



$P_1 V_1 + \frac{\pi V_1^2}{4} = \frac{\pi V_2^2}{4}$
 $2R \cdot 2V = VRT$
 $\frac{\pi V_1^2}{4} = \frac{\pi V_2^2}{4}$
 $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}$
 $\frac{1}{22 + \pi}$

$\frac{kQq}{6R^2} - \frac{kQq}{6R^2} = \frac{Q_2 - Q_2}{Q_1} \cdot q \cdot dl$



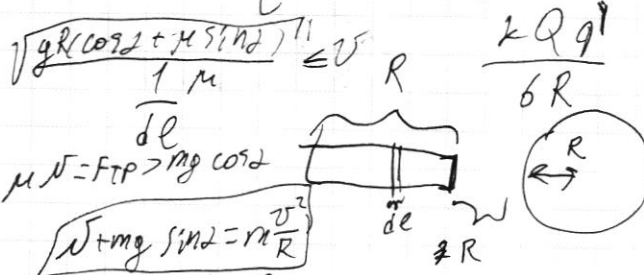
$Q = A + \frac{1}{2} V R a t^2$
 $Q = A + \frac{9}{2} V R T_1$

$F = ma = \frac{mV^2}{R}$
 $g \cdot l = l \cdot \frac{Q_+ - Q_-}{Q_+} = l \cdot \frac{g}{4} + l \cdot \frac{\pi}{4}$

$Q = VRT_1 + \frac{9}{2} VRT_1 + \frac{\pi}{4} VRT_1$
 $= VRT_1 \cdot \frac{2R + \pi}{4}$

$-kQdq$
 $F = \frac{kQ \cdot q'}{e^2} = \frac{kQq}{e^2}$

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$
 $Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23}$
 $Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31}$



$A_{12} = \frac{\pi}{4} V_1^2 = \frac{\pi}{4} VRT_1$
 $V_1 + \frac{g t^2}{2} = -1$
 $\frac{kQ \cdot dq}{e^2} = \frac{kQq \cdot de}{e^2}$

$\int \frac{kQq}{e^2} de = \frac{-kQq'}{e} \Big|_{2R}^{3R} = \frac{3kQq'}{8R} - \frac{3kQq'}{8R}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2-10-17-5

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v_0 = gt$$

$$t = \frac{v_0}{g}$$

$$H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = 10\sqrt{13} \approx 10 \cdot 3,5 = 35 \text{ м/с}$$

$$H + v_1 t - \frac{gt^2}{2} = H$$

$$v_1 t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t^2 - \frac{2v_1}{g}t - \frac{2H}{g} = 0$$

$$v_1 t - \frac{gt^2}{2} = -H$$

$$v_1 - gt_1 = -\frac{v_1}{t_1}$$

$$t_1 = \frac{2v_1}{g}$$

$$v_1 t_2 + \frac{gt_2^2}{2} = H$$

$$t_2^2 + \frac{2v_1}{g}t_2 - \frac{2H}{g} = 0$$

$$\frac{2v_1}{g} \pm \sqrt{\frac{4v_1^2}{g^2} + \frac{8H}{g}}$$

$$= \frac{2v_1}{g} + \frac{2v_1}{g} \pm \sqrt{\frac{4v_1^2}{g^2} + \frac{8H}{g}}$$

$$H = \frac{v_k^2}{2g}$$

$$\int \frac{dm v_1^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2}$$

$$\frac{dm v_1^2}{2} + dm g H = \frac{dm v_k^2}{2}$$

$$v_1 = 43,5 \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(x) = \dots$
 $\sqrt{a^2 - b^2}$
 $f = \sqrt{a^2 - b^2}$
 $\frac{kq}{r^2} = E$
 $\Delta = E_0 \cdot q = U \cdot q$
 $\frac{d\varphi}{dx} = E$
 $\varphi = \int E dx$
 $(x-f)^2 + (x+f)^2 + 2y^2 - 5a^2 = 4((x-f)^2 + y^2) + (x+f)^2 + y^2$
 $(2x^2 + 2f^2 + 2y^2 - 5a^2) = 4(x^2 - 2fx + f^2 + y^2) + (x^2 + 2fx + f^2 + y^2)$
 $(x^2 + 2f^2 + y^2 - 2a^2)^2 = (x^2 + f^2 - 2fx + y^2)(x^2 + f^2 + 2fx + y^2)$
 $x^2 + f^2 + y^2 + 2fx + 2f^2 + 2y^2 - 2a^2 = x^2 + f^2 - 2fx + y^2 + x^2 + f^2 + 2fx + y^2$
 $= 2x^2 + 2f^2 + 2y^2 + 4fx - 4fx = 2x^2 + 2f^2 + 2y^2 - 2a^2 = 0$
 $x^2 + f^2 + y^2 = a^2$
 $y^2 + \frac{b^2}{a^2} x^2 = b^2$
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 $e = \cos \alpha = \frac{p}{r}$
 $\frac{kqQ}{e^2} \cdot \cos \alpha$
 $\frac{9 \cdot 10^9}{2R}$
 $(x+f)^2 - (x-f)^2 - 5a^2 = 4(4fx - 5a^2)$
 $\cos^2 \alpha = \frac{kq}{v^2} \cdot \frac{ES}{4\pi \epsilon_0} \cdot \cos^2 \alpha$