

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарем)

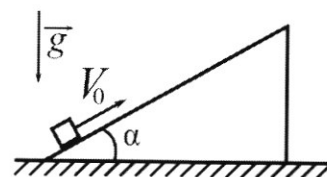
1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволоочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

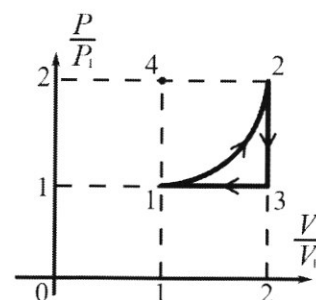
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2

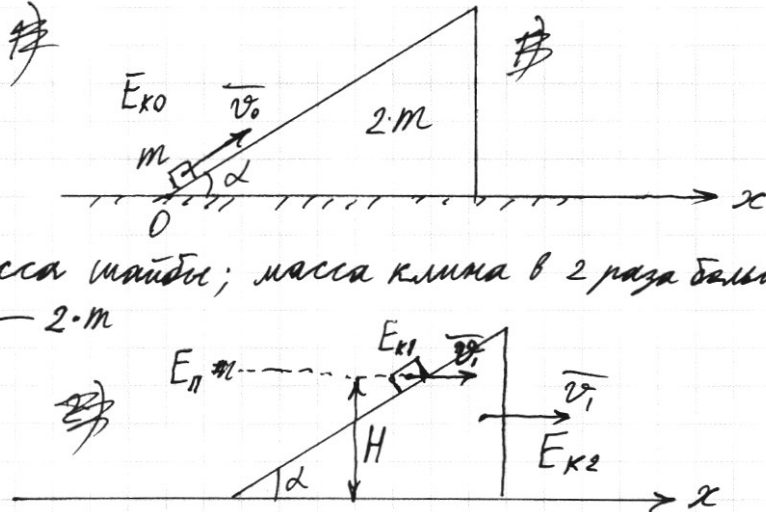
$\cos \alpha = 0,6$  1)

1)  $v_0 = ?$

2)  $v = ?$

$H = 0,2 \text{ м}$

$m$  - масса шайбы; масса клина в 2 раза больше  
массы шайбы -  $2 \cdot m$



Когда шайба поднимается на максимальную высоту, она остановится относительно клина  $\Rightarrow$  ~~скорости~~ скорости клина и шайбы будут равны.

По зак. сохр. горизонтальных проекций импульсов:

$$Ox: \cancel{m} m v_0 \cdot \cos \alpha = m v_1 + 2m v_2 \quad | :m$$

$$v_0 \cos \alpha = 3v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{3} \quad (1)$$

По зак. сохр. Энергии:  $E_{k0} = E_n + E_{k1} + E_{k2}$  ;

$$E_{k0} = \frac{m v_0^2}{2} ; E_{k1} = \frac{m v_1^2}{2} ; E_{k2} = \frac{2m v_2^2}{2} ; E_n = m g H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2} + m g H \quad | : \left(\frac{m}{2}\right)$$

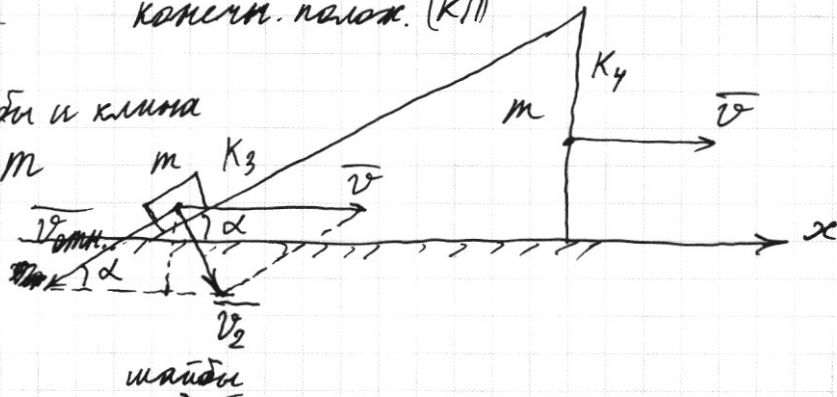
$$\cancel{m} v_0^2 = 3v_2^2 + 2gH \quad \text{подст. (1)} \Rightarrow v_0^2 = \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{3} + 2gH$$

$$v_0^2 = \frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}} \approx 2,1 \text{ м/с}$$

2) ~~Рис. 37~~

конечн. полож. (кп)

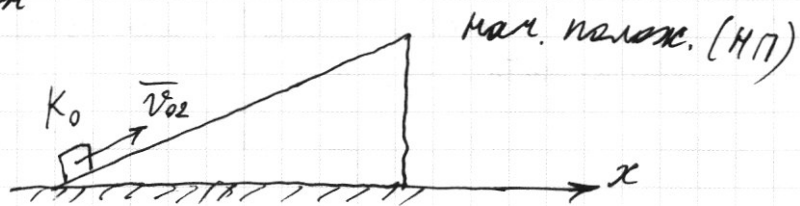
Массы шайбы и клина  
одинаковы —  $m$



$v_{0m}$  — скорость шайбы относительн. к клину  $\#$ ;  $v_2$  — скорость шайбы относительн. к горизонтальной поверхности  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v} + \vec{v}_{0m}$

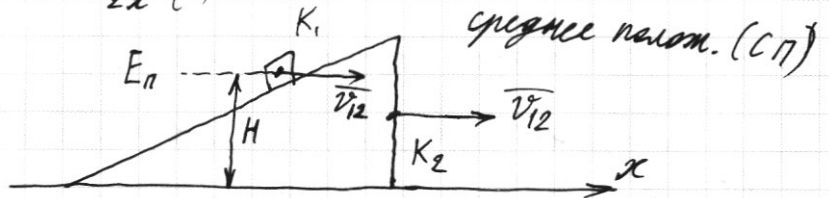
$\Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v} + \vec{v}_{0m}$



(нп)  $\rightarrow$  (кп) По зак. сохр. горизонт. проекций импульсов:

$0x: m v_{02} \cdot \cos \alpha = m \cdot v + m v_{2x} \quad | : 2$

$v_{02} \cdot \cos \alpha = v + v_{2x} \quad (2)$



По зак сохр. горизонт. проекций имп. (нп)  $\rightarrow$  (сп):

$\cos \alpha \cdot m v_{02} = m v_{12} + m v_{12} \quad | : m$

$v_{12} = \frac{v_{02} \cdot \cos \alpha}{2} \quad (3)$

По зак сохр. энергии (нп)  $\rightarrow$  (сп):  $K_0 = E_n + K_1 + K_2$

$K_0 = \frac{m v_{02}^2}{2}; K_1 = \frac{m v_{12}^2}{2}; K_2 = \frac{m v_{12}^2}{2}; E_n = m g H \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{m v_{02}^2}{2} = m g H + \frac{m v_{12}^2}{2} + \frac{m v_{12}^2}{2} \quad | : m$

$\frac{v_{02}^2}{2} = v_{12}^2 + g H$  ; подст (3)  $\Rightarrow \frac{v_{02}^2}{2} = \frac{v_{02}^2 \cdot \cos^2 \alpha}{4} + g \cdot H$

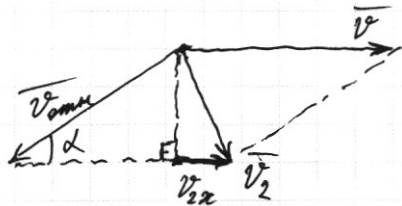
$v_{02} = \sqrt{\frac{2 g H}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}}} \quad (4)$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По зак. сохр. энергии & ИП)  $\rightarrow$  (КП):  $K_0 = K_3 + K_4$ ;

$$K_0 = \frac{m v_{02}^2}{2}; \quad K_3 = \frac{m v_2^2}{2}; \quad K_4 = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow \frac{m v_{02}^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{m v^2}{2} \quad | : \left(\frac{m}{2}\right)$$

$$v_{02}^2 = v_2^2 + v^2 \quad (5)$$



$$v_{2x} = v - v_{амн} \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

по т. косинусов:

$$v_2^2 = v_{амн}^2 + v^2 - 2 \cos \alpha \cdot v \cdot v_{амн} \quad (7)$$

в (5) подст. (7)  $\Rightarrow v_{02}^2 = v_{амн}^2 + v^2 - 2 \cos \alpha \cdot v \cdot v_{амн} + v^2 \quad (8)$

в (2) подст. (6)  $\Rightarrow v_{02} \cdot \cos \alpha = v + v - v_{амн} \cdot \cos \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{амн} = \frac{2v}{\cos \alpha} - v_{02} \quad \text{подст. это в (8)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{02}^2 = \left(\frac{2v}{\cos \alpha} - v_{02}\right)^2 + 2v^2 - 2 \cos \alpha \cdot v \cdot \left(\frac{2v}{\cos \alpha} - v_{02}\right)$$

$$v_{02}^2 = \frac{4v^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{4v \cdot v_{02}}{\cos \alpha} + v_{02}^2 + 2v^2 - 4v^2 + 2 \cos \alpha \cdot v \cdot v_{02} \quad | : v$$

$$0 = \frac{4v}{\cos^2 \alpha} - \frac{4v_{02}}{\cos \alpha} + 2v - 4v + 2 \cos \alpha \cdot v_{02}$$

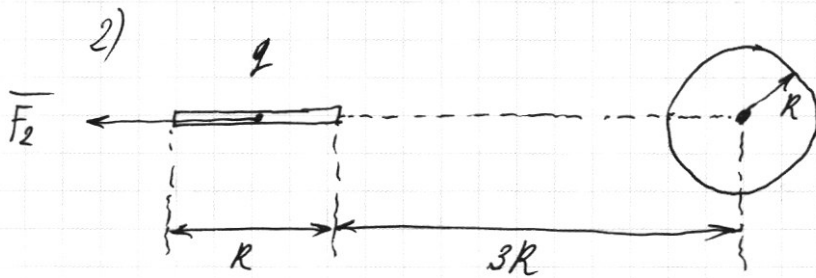
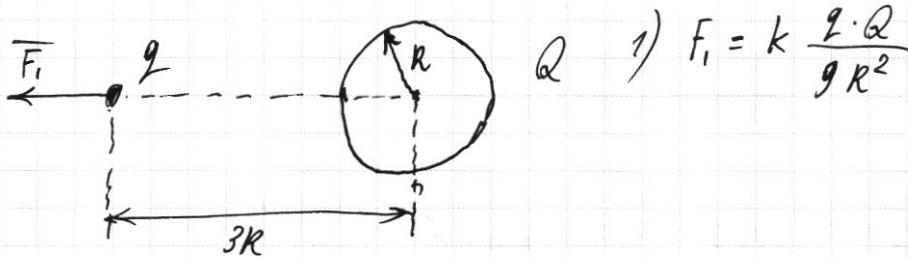
$$\frac{4v}{\cos^2 \alpha} - 2v = \frac{4v_{02}}{\cos \alpha} - 2 \cos \alpha v_{02}$$

$$v \cdot \left(\frac{2}{\cos^2 \alpha} - 1\right) = v_{02} \cdot \left(\frac{2}{\cos \alpha} - \cos \alpha\right); \quad \text{подст (4)} \Rightarrow$$

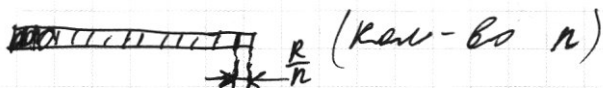
$$\Rightarrow v = \frac{\left(\frac{2}{\cos \alpha} - \cos \alpha\right)}{\left(\frac{2}{\cos^2 \alpha} - 1\right)} \cdot \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}}} = \cos \alpha \cdot \frac{\left(\frac{2}{\cos \alpha} - 1\right)}{\left(\frac{2}{\cos^2 \alpha} - 1\right)} \cdot \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}}} =$$

$$= \cos \alpha \cdot \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}}} \approx 1,3 \text{ м/с}$$

N5



Разделим стержень на бесконечно много <sup>равных точечных</sup> частей



тогда на каждую часть будет действовать  $F_i$  сила  $F_i$

$$F_i = k \cdot \frac{q}{n} \cdot Q \frac{1}{(3R + i \cdot \frac{R}{n})^2}; \quad \text{заряд каждой части } \frac{q}{n}$$

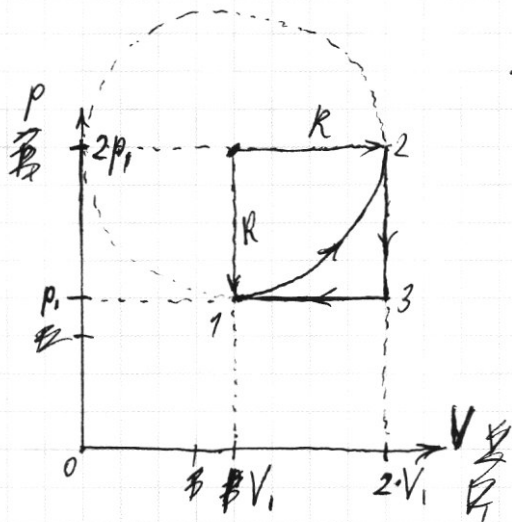
тогда силой  $F_2$  будет являться равнодействующая всех сил  $F_i$ , т.е. их сумма  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \Rightarrow F_2 &= \sum_{i=1}^n k \cdot \frac{q}{n} \cdot Q \frac{1}{(3R + i \cdot \frac{R}{n})^2} = \sum_{i=1}^n k \frac{q Q}{n \cdot R^2 \cdot (9 + \frac{6}{n} \cdot i + \frac{i^2}{n^2})} = \\ &= k \frac{q Q}{R^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{9n + 6i + \frac{i^2}{n}} \end{aligned}$$

если взять достаточно большое  $n$ , то получится примерно:

$$2) F_2 = k \frac{q Q}{R^2} \cdot \frac{1}{12} = k \frac{q Q}{12 R^2}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N 4

$p_1; V_1$

$$Q = A_{12} + \Delta U_{12} \quad (1)$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \quad (2)$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \quad (3)$$

$$2 p_1 \cdot 2 V_1 = \nu R T_2 \quad (4)$$

$$(2) \Delta U_{12} = \frac{3}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1); \text{ погст (3) и (4)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta U_{12} = \frac{3}{2} (2 p_1 \cdot 2 V_1 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1 \quad (5)$$

$A_{12}$  численно равна площади под  $1 \rightarrow 2$

$$A_{12} = p_1 \cdot (2 V_1 - V_1) + \frac{4R^2 - \pi R^2}{4}; R = V_1; R = p_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{12} = p_1 V_1 + p_1 V_1 \cdot \frac{4 - \pi}{4} = p_1 V_1 \cdot \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) \quad (6)$$

$$\text{в (1) погст. (5) и (6)} \Rightarrow Q = \frac{9}{2} p_1 V_1 + p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) = p_1 V_1 \cdot \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

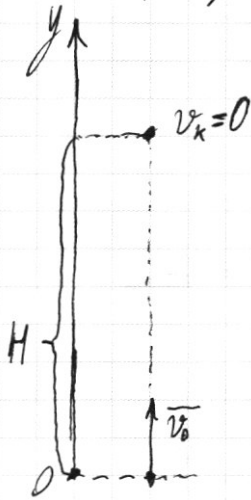
$$A = A_{12} - A'_{31}; A'_{31} = p_1 (2 V_1 - V_1) = p_1 V_1; \text{ погст. (6)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = p_1 V_1 \cdot \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) - p_1 V_1 = p_1 V_1 \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{p_1 V_1 \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}{p_1 V_1 \cdot \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}{\left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}$$

N1

~~Решение задачи~~



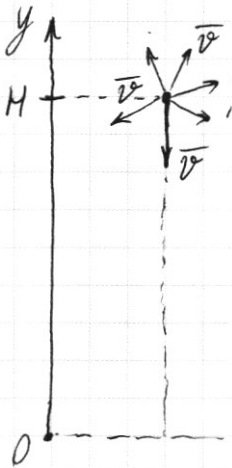
$$1) y(t) = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow y(T) = H = v_0 \cdot T - \frac{g T^2}{2} \quad (1)$$

$$g = \frac{v_0 - v_k}{T} = \frac{v_0}{T} \Rightarrow v_0 = g T \text{ подст.}$$

$$\text{это в (1)} \Rightarrow H = g \cdot T \cdot T - \frac{g T^2}{2} = \frac{g T^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м}$$

$$K = n \cdot \frac{m_0 v^2}{2}; \quad n - \text{кол-во осколков}; \quad m_0 - \text{масса одного}$$

$$\text{осколка} \quad m = m_0 \cdot n \Rightarrow K = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} \quad (2)$$



Первым ~~раз~~ земли достигнет осколок, который движется вертикально вниз.

$$y(\tau)_2 = H - v_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2} = 0 \quad \text{подст (1)}$$

$$\Rightarrow H - \sqrt{\frac{2K}{m}} \cdot \tau - \frac{g \tau^2}{2} = 0$$

$$\frac{g}{2} \tau^2 + \sqrt{\frac{2K}{m}} \cdot \tau - H = 0$$

$$\tau = \frac{-\sqrt{\frac{2K}{m}} \pm \sqrt{\frac{2K}{m} + 2gH}}{g}$$

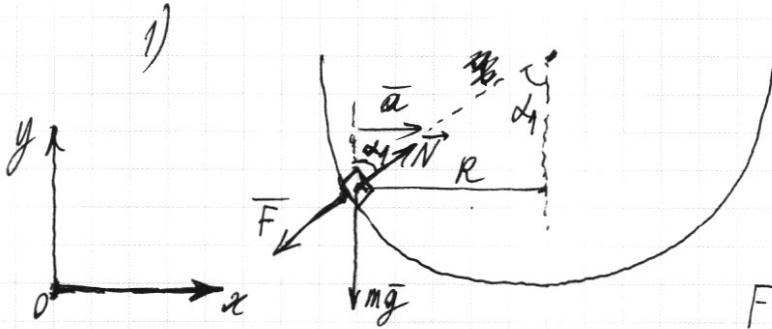
Отрицательный корень не нужен

$$\Rightarrow 2) \tau = \frac{-\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{\frac{2K}{m} + 2gH}}{g} = \frac{-\sqrt{\frac{3600}{1}} + \sqrt{3600 + \frac{4500}{900}}}{10} \approx$$

$$\approx \frac{-60 + 67}{10} \approx \frac{-60 + 67}{10} = 0,7 \text{ с}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 3



$a$  - центростремит.  
ускорение

$$F = 2 \cdot mg$$

$F$  - сила, с которой человек  
действует на сферу

По 3 зак. Ньютона:  $F = N$

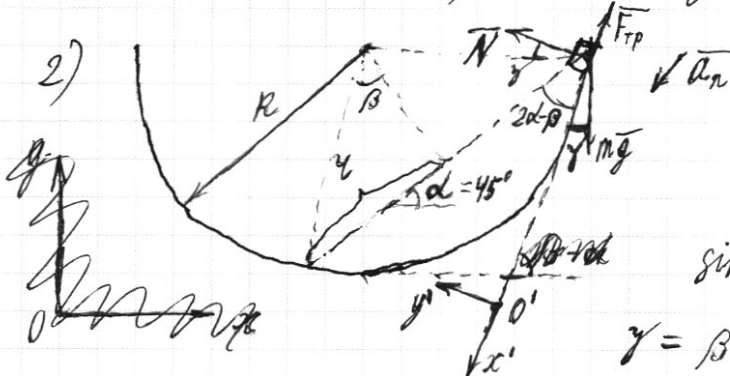
По II зак. Ньютона:  $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$

$$OX: N \cdot \sin \alpha_1 = ma \Rightarrow F \sin \alpha_1 = ma \Rightarrow 2mg \cdot \sin \alpha_1 = ma$$

$$a = 2g \cdot \sin \alpha_1 = 2g \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_1} \quad (1)$$

$$OY: N \cdot \cos \alpha_1 - mg = 0 \Rightarrow F \cdot \cos \alpha_1 = mg \Rightarrow 2mg \cos \alpha_1 = mg$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{1}{2} \text{ постр. в (1)} \Rightarrow a = 2g \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{3} \cdot g$$



$$\alpha = 45^\circ$$

$$\mu = 0,8$$

$$R = 1 \text{ м}$$

$$\sin \beta = \frac{r}{R} \quad (2)$$

$$\gamma = \beta - \alpha$$

~~По III~~ в самой верхней точке машина больше  
всего наклонена  $\Rightarrow$  можно рассмотреть только это  
положение.

При критической ~~и~~ малой скорости  $v_{\min}$



В самой верхней точке сила трения будет практически равна силе трения скольжения  $F_{тр} = \mu \cdot N$  (3)

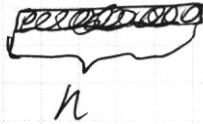
По II зак. Ньютона:  $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_n$

$$O'X': -F_{тр} + mg \cdot \cos \gamma = ma_n \cdot \cos(2\alpha - \beta)$$

$$O'Y': N - mg \sin \gamma = ma_n \cdot \sin(2\alpha - \beta)$$

$$a_n = \frac{v_{min}^2}{r}$$

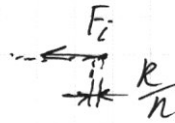
$$\frac{q}{n}$$



4050

$$\begin{array}{r} 63 \\ 63 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 23969 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 64 \\ \hline 256 \\ 384 \\ \hline 4096 \end{array}$$



$$F_i = k \frac{q \cdot Q}{(3R + i \cdot \frac{R}{n})^2}$$

$$\begin{array}{r} 6,35 \\ 6,35 \\ \hline 31175 \\ 19015 \\ \hline 2010 \\ 2031,25 \end{array}$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n k \frac{q \cdot Q}{(3R + i \cdot \frac{R}{n})^2} = \sum_{i=1}^n k \cdot \frac{q \cdot Q}{(9R^2 + 6 \frac{R^2}{n} \cdot i + i^2 \frac{R^2}{n^2})} =$$

$$= \sum_{i=1}^n$$

$$k \cdot \frac{q \cdot Q}{R^2 \cdot (9n + 6i + \frac{i^2}{n})} \approx \frac{k \cdot q \cdot Q}{R^2}$$

$$k \frac{q \cdot Q}{R^2} \cdot \left( \frac{1}{90} + \frac{1}{90 + 6 + \frac{1}{90}} + \frac{1}{90 + 12 + \dots} \right)$$

$$2 \cdot 10 \cdot 45 = 900$$

~~W/A~~

$$\frac{1}{9 + 3 + \frac{1}{4}} =$$

$$\frac{1}{45} + \frac{1}{45 + 6 + \frac{1}{45}} + \frac{1}{45 + 12} +$$

$$y(t) = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$+ \frac{1}{45 + 18} + \frac{1}{45 + 24 + \frac{1}{45}} + \frac{1}{45 + 30}$$

$$g = \frac{v_0}{t}$$

$$y(t) = g t^2 - \frac{g t^2}{2} = \frac{g t^2}{2}$$

$$\frac{5}{60}$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ 68 \\ \hline 548 \\ 408 \\ \hline 46 \\ 4489 \end{array}$$

$$H = y(t) = \frac{g t^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

$$N \cdot \sin \alpha = ma$$

$$mg = N \cdot \cos \alpha$$

$$F \cdot \sin \alpha = ma$$

$$mg = F \cdot \cos \alpha$$

$$2 mg \cdot \sin \alpha = ma$$

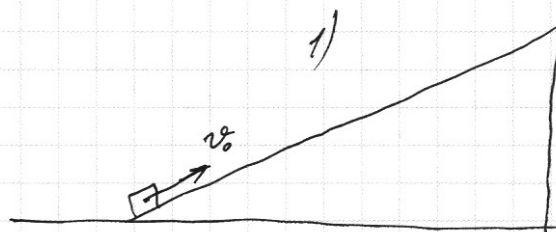
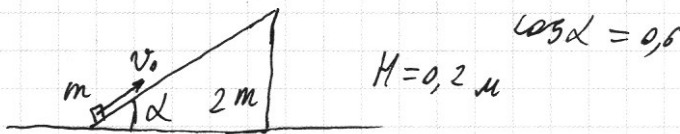
$$mg = 2 mg \cdot \cos \alpha$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$K = n \cdot \frac{m_0 v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

2) через какое время  
1 осьмик упадет  
на землю

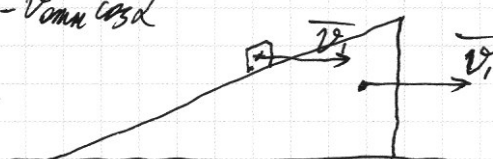


$$\begin{cases} m v_0 \cdot \cos \alpha = 3 m v_1 \\ \frac{m v_0^2}{2} = \frac{3 m v_1^2}{2} + m g H \end{cases}$$

$$v_0 \cos \alpha = v + v - v_{\text{отн}} \cos \alpha$$

$$v_0^2 = v_2^2 + v^2$$

$$v_0^2 = 2v^2 + v_{\text{отн}}^2 - 2 \cos \alpha \cdot v \cdot v_{\text{отн}}$$



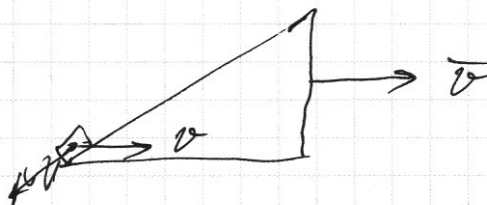
$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha = 3v_1 \\ v_0^2 = 3v_1^2 + 2gH \\ v_0^2 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{3} + 2gH \end{cases}$$

$$0,6 \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - 0,18}} \approx 9,6 \cdot \frac{2}{0,9} =$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - 0,12}} = \sqrt{\frac{4}{0,88}}$$

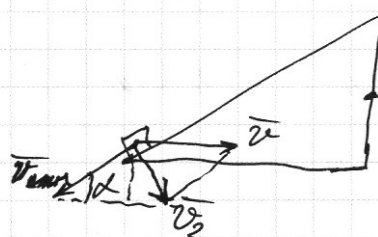
$$\begin{array}{r} 400 \overline{) 88} \\ \underline{352} \phantom{0} \\ 480 \\ \underline{440} \\ 400 \end{array} \quad \begin{array}{r} 88 \\ 4 \\ \hline 352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.1 \\ \underline{2.1} \\ 21 \\ \underline{42} \\ 4.11 \end{array}$$



$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{2 m v^2}{2}$$

$$m v_0 \cos \alpha = 2 m v + m v_{2x}$$



$$\begin{aligned} v_{2x} &= v - v_{\text{отн}} \cdot \cos \alpha \\ v_2^2 &= v^2 + v_{\text{отн}}^2 - 2 \cos \alpha \cdot v \cdot v_{\text{отн}} \end{aligned}$$