Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

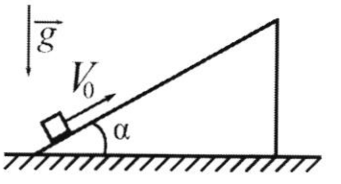
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

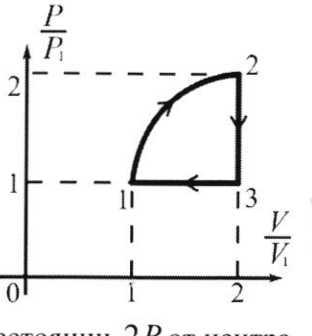
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

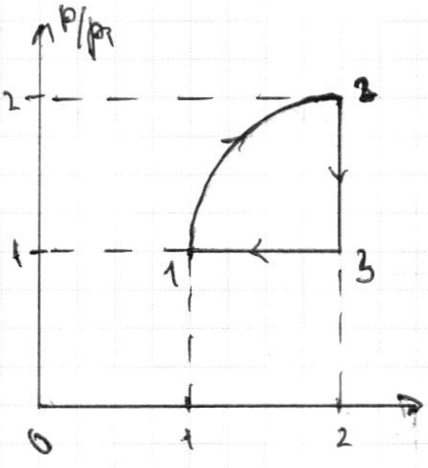
2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

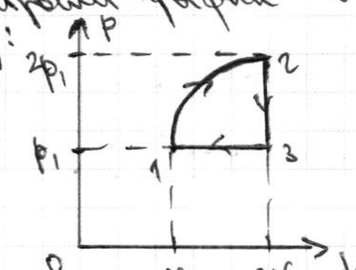
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Дано:
T_1
$\nu = 1$ моль
R

$Q_{расшир.}$ - ?
A_Σ - ?
η - ?



в (.) 2: $p_2 = 2p_1$, $V_2 = 2V_1$
в (.) 3: $p_3 = p_1$, $V_3 = 2V_1$
в (.) 1: $p_1 = p_1$, $V_1 = V_1$
перестроим график в кр. зависимости $p(V)$:



(*) $Q_{расшир.} = Q_{1\to2}$; $pV = \nu RT$ (ур-е Менделеева-Клапейрона)

$Q = \Delta U + A'$ (I начало термодинамики)

$\Delta U_{1\to2} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_2 - \frac{3}{2}\nu RT_1 \overset{*}{=} \frac{3}{2}p_2V_2 - \frac{3}{2}p_1V_1 =$
$= \frac{3}{2}\cdot 2p_1 \cdot 2V_1 - \frac{3}{2}p_1V_1 = \frac{9}{2}p_1V_1 \overset{*}{=} \frac{9}{2}\nu RT_1$

$A'_{1\to2} = S_{под\ гр.\ p(V)} = (2V_1 - V_1)(p_1) + \frac{1}{4}\pi\cdot(2p_1 - p_1)(2V_1 - V_1) =$
$= p_1V_1 + \frac{\pi}{4}\cdot p_1V_1 \overset{*}{=} \nu RT_1\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$

$Q_{1\to2} = A'_{1\to2} + \Delta U_{1\to2} = \nu RT_1\left(1 + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{9}{2}\nu RT_1 = \nu RT_1\left(\frac{22+\pi}{4}\right) = RT_1\left(\frac{22+\pi}{4}\right)$

$A'_\Sigma = S_{под\ гр\ p(V)} = A'_{1\to2} + \underbrace{A'_{2\to3}}_{0\ (\text{изохорн. процесс, } S=0)} + A'_{3\to1} = \nu RT_1\left(1 + \frac{\pi}{4}\right) + (2V_1 - V_1)\cdot$
$\cdot(p_1) = \nu RT_1\left(1 + \frac{\pi}{4}\right) + p_1V_1 \overset{*}{=} \nu RT_1\left(2 + \frac{\pi}{4}\right) = RT_1\left(2 + \frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{8+\pi}{4}\right)RT_1$

$\eta = 1 - \frac{|Q_-|}{Q_+}$; $Q_+ = Q_{1\to2}$; $|Q_-| = |Q_{3\to1}| + |Q_{2\to3}|$.

$\eta = \frac{Q_+ - |Q_-|}{Q_+} = \frac{A_\Sigma}{Q_+} = \frac{RT_1\left(\frac{8+\pi}{4}\right)}{RT_1\left(\frac{22+\pi}{4}\right)} = \frac{8+\pi}{22+\pi} \approx \frac{8+3{,}14}{22+3{,}14} \approx 44\%$

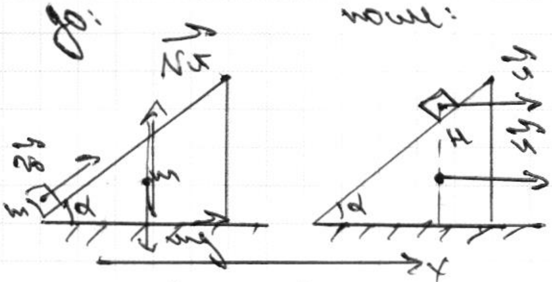
Ответ: $Q_{расшир.} = \frac{RT_1(22+\pi)}{4}$

$A'_\Sigma = \frac{8+\pi}{4}RT_1$

$\eta = \frac{8+\pi}{22+\pi}$

② Дано:
$\alpha = 30^\circ$
$v_0 = 2$ м/с
$g = 10$ м/с²
$H - ?$
$V - ?$

до: после:



т.к. в верхней точке траектории скорость шайбы относительно клина равна нулю, её абсолютная скорость равна скорости клина по модулю и сонаправлена с ней.

ЗСИ: $\vec{p}_{\Sigma до} = \vec{p}_{\Sigma после}$

На Ox: $p_{\Sigma до x} = p_{\Sigma после x}$; $mv_0 \cdot \cos\alpha = mu + mu$

(т.к. $\vec{F}_{\Sigma внеш.} = \vec{0}$)

($N_0 = mg$, для клина)

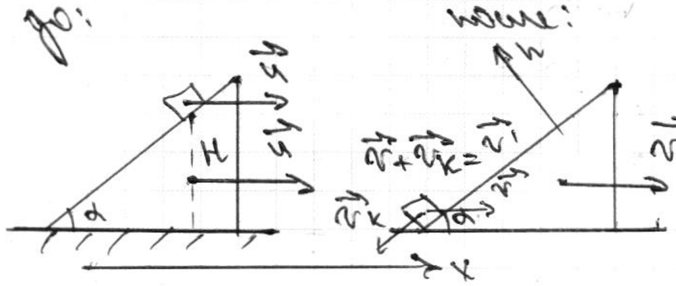
$v_0 \cdot \cos\alpha = 2u$; $u = \frac{v_0 \cdot \cos\alpha}{2}$

т.к. $A_{сторон.} = 0$

ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{2mu^2}{2}$; $v_0^2 = 2gH + 2u^2$; $v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{2}$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{2}\right) = \frac{(2\text{ м/с})^2}{2 \cdot 10\text{ м/с}^2}\left(1 - \frac{(\sqrt{3}/2)^2}{2}\right) = 0{,}125\text{ м}$$

до: после:

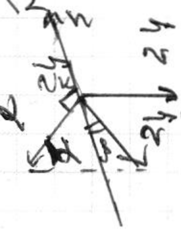


~~ЗСИ: $\vec{p}_{\Sigma до} = \vec{p}_{\Sigma после}$~~

~~На Ox: $p_{\Sigma до x} = p_{\Sigma после x}$~~

~~$2mu = mV + m(V - V_k \cdot \cos\alpha)$~~

~~ЗСЭ: $\frac{2mu^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgH$~~



~~$V_a = \frac{2u + 2V}{\cos\alpha} - \frac{2V - V_0 \cos\alpha}{\cos\alpha}$~~

Условие движения без отрыва: $V' \cdot \cos\beta = V \cdot \sin\alpha$

ЗСЭ: $\frac{mV'^2}{2} + \frac{mV^2}{2} = \frac{2mu^2}{2} + mgH$

Ответ: $H = 0{,}125$ м

③ Дано:
а) $V_0 = 3{,}7$ м/с
$R = 1{,}2$ м
$m = 0{,}4$ кг
$P - ?$
б) $\alpha = \frac{\pi}{6}$
$R = 1{,}2$ м
$\mu = 0{,}9$
$m = 0{,}4$ кг
$v_{min} - ?$

1) вид сверху:

⊗ – „от нас";

$\vec{F}_\Sigma = m\vec{a}$ (II з.Н.)

$\vec{F}_\Sigma = m\vec{g} + \vec{N}$

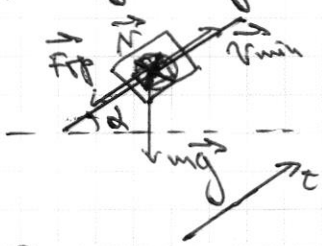
$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_n$

На O_n: $N = ma_n$; $N = \frac{mV_0^2}{R}$

$N = P$ (III з.Н.); $P = \frac{mV_0^2}{R} = \frac{0{,}4\text{ кг} \cdot (3{,}7\text{ м/с})^2}{1{,}2\text{ м}} \approx 4{,}56$ Н

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

③ 2) Вид сбоку:



$\vec F_\Sigma = m\vec a$ (II з.Н.)

$\vec F_\Sigma = \vec F_{тр} + \vec N + m\vec g$ $\quad \vec F_{тр} + \vec N + m\vec g = m\vec a$

На Ox: $-F_{тр} + mg\cdot\sin\alpha = 0$

$F_{тр} = \mu N = mg\cdot\sin\alpha$; $N = \frac{mg\cdot\sin\alpha}{\mu}$

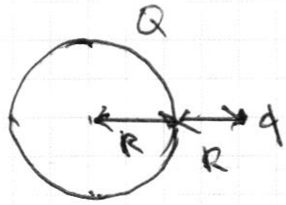
На On: $N = ma_n = \frac{mV_{min}^2}{R}$

Вид сверху:

$\frac{mg\cdot\sin\alpha}{\mu} = \frac{mV_{min}^2}{R}$, $v_{min} = \sqrt{\frac{g\sin\alpha R}{\mu}} = \sqrt{\frac{10 м/с^2\cdot\frac{1}{2}\cdot 1,2 м}{0,9}} \approx 2,4 м/с$

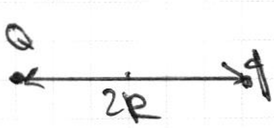
Ответ: 1) $P \approx 4,56 Н$, 2) $v_{min} \approx 2,4 м/с$

⑤ 1)



Напряжённость поля (равномерно заряженной) сферы вне её эквивалентно полю точечного заряда, равного заряду сферы, помещённого в центр этой сферы и равно $\frac{kQ}{r^2}$, где Q – заряд сферы, r – расст. от центра до точки, в которой исследуют поле.

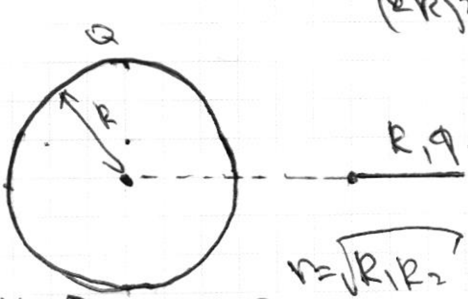
тогда перестроим картинку:



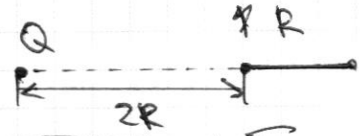
$F_1 = F_Э$; $F_Э = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ (закон Кулона)

$F_1 = \frac{kqQ}{(2R)^2} = \frac{kqQ}{4R^2}$

2)



аналогично п.1:



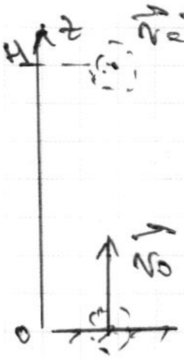
$r = \sqrt{R_1R_2} = \sqrt{2R\cdot 3R} = R\sqrt6$

$F_2 = \frac{kqQ}{(R\sqrt6)^2} = \frac{kqQ}{6R^2}$.

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$ 2) $F_2 = \frac{kqQ}{6R^2}$

8 $\Delta\vec{r} = \vec{v_0}t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$

до взрыва фейерверк был единым объектом с $m = 2$ кг.



$\Delta z = v_{0z}t + \frac{g_z t^2}{2}$

$H = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$

$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{g}t$

v_z в верхней (.) траектории равна нулю:

$0 = v_0 - g t_1$; $t_1 = \frac{v_0}{g}$

$H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$; $v_0 = \sqrt{2gH}$; $v_0 = \sqrt{2 \cdot 10\,м/с^2 \cdot 65\,м} \approx 35\,м/с$.

∃ u – скорость, которую приобретут все осколки после взрыва. ~~[illegible]~~

V – скорость ~~[illegible]~~ осколка m_1, который летел $T = 10$с, при приземлении.

ЗСЭ: $\frac{mu^2}{2} + mgH = \frac{mV^2}{2}$; $\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{g}t$; на Oz: $V = u + gt$

~~$H = ut - \frac{gt^2}{2}$~~

$\frac{mu^2}{2} + m_1 gH = \frac{m_1(u+gt)^2}{2}$; $u = \frac{gt}{2} - \frac{H}{t} = \frac{10\,м/с^2 \cdot 10с}{2} - \frac{65\,м}{10с} =$

$= 53,5\,м/с$.

Тогда: $K = \frac{mu^2}{2} = \frac{2\,кг \cdot (53,5\,м/с)^2}{2} \approx 28,62$ Дж.

Ответ: $v_0 \approx 35\,м/с$

$K \approx 28,62$ Дж.

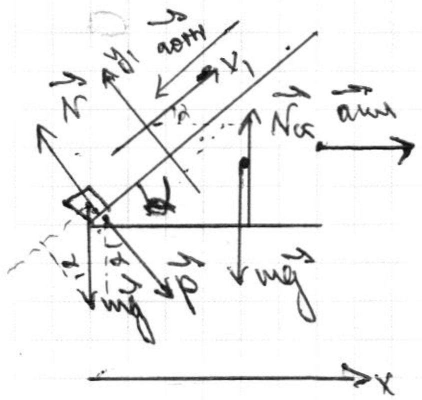
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



На Ox: $P \cdot \sin\alpha = m a_{пер}$.

На Oy: $N = m \cdot a_{пер} \cdot \sin\alpha$

На Ox_1: $mg \cdot \sin\alpha = m(\vec{a}_{отн} + a_{пер}$.

$3{,}7^2$

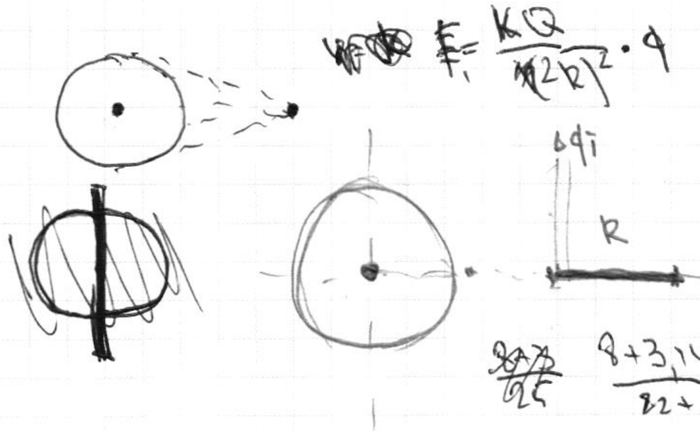
$3{,}7 \times 3{,}7 = 13{,}69$

$1369 : 3 = 456$

$\int_{2R}^{3R} R^2 \cdot dR = \frac{R^3}{3}\Big|_{2R}^{3R} = \frac{(27-8)R^3}{3} = \frac{19R^3}{3}$

(3)

$F_1 = \frac{kQ}{(2R)^2} \cdot q$



$F_2 = \sum \Delta q_i$

$1{,}2$

$2 \cdot 1{,}2 \cdot 3$

$\frac{8+3{,}14}{22+3{,}14} = \frac{11{,}14}{25{,}14}$

$1{,}66\ldots$

$\frac{v_0^2 - \cos^2\alpha}{4} = \frac{v^2}{2} +$

$\left(\frac{v_1\cos\alpha + 2V - V_0\cos\alpha}{\cos\alpha}\right)^2 = v^2\cos^2\alpha + 4v^2 + v_0^2\cos^2\alpha + 4V^2 - 2V_0V\cos\alpha - 4VV_0\cos\alpha = v^2(4 + \cos^2\alpha$

$\int_{2R}^{3R}(2R + dR)$

$\frac{2}{3} \cdot 10 = \sqrt{\frac{20}{3}} = 2\sqrt{\frac{5}{3}}$

2R

3R

2,5R

Δq_i

$2R + dR =$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$10\sqrt{3}$

$\frac{h}{\omega 2} = \frac{at^2}{2}$

$v = at$

$\sqrt{3R \cdot 2R}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

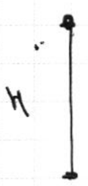
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① m, H.



$mgH + \frac{mu^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2}$

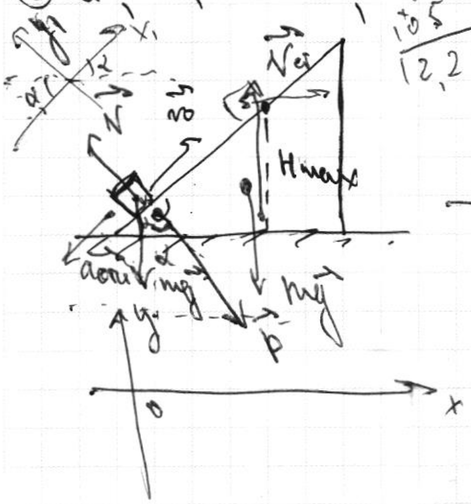
$\vec{r} = \vec{v_0} t + \frac{\vec{g} t^2}{2}$

$0 = V_0 - gt;\ t_{под} = \frac{V_0}{g};\ H = V_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{V_0^2}{2g}$

$V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{65 \cdot 10 \cdot 2} = \sqrt{13 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} = 10\sqrt{13}$

$3{,}5 \times 3{,}5$: 175, 105, $12{,}25$

② α, V_0; $M = m$.



$N = P$ (3 з. Н.)

~~$mV_0 \cdot \cos\alpha = (m+m)u$~~

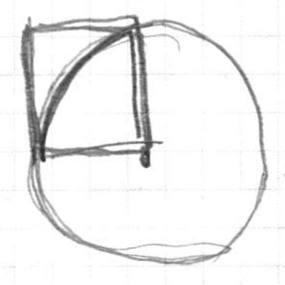
$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{(M+m)u^2}{2} + mgH$

На Ox: $P \cdot \sin\alpha = Ma_{кл}$.

На Ox_1: $mg \cdot \sin\alpha = m(-a_{отн} + a_{кл} \cdot \cos\alpha)$

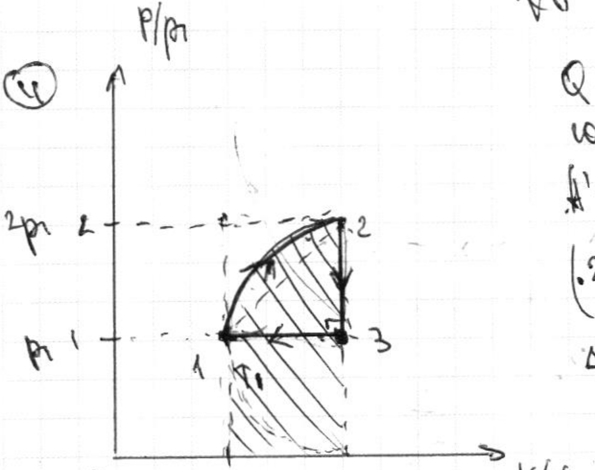
На Oy_1: $N = m \cdot a_{кл} \cdot \sin\alpha$.

~~$ma_{кл} \sin^2\alpha = ma_{кл}$~~



~~$(y-a)^2 + (x-b)^2 = R^2$~~

④



$Q = \Delta U + A'$

состояние 1: $p_1V_1 = \nu R T_1$

$A' = S_{под\ гр.}(pV)\ \ + \frac{1}{4}\pi p_1 V_1$

$(2V_1 - V_1) \cdot p_1 + \frac{1}{4}\pi p_1 V_1 = p_1 V_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) = \nu R T_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot (2p_1 \cdot 2V_1 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{3}{2}\nu R T_1$

~~$\Delta U_{12} =$~~

$\eta = 1 - \frac{|Q_-|}{Q_+};\ |Q_-| = |Q_{31}| + |Q_{23}|$

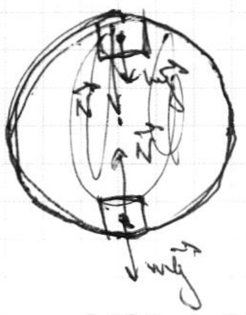
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

③ R, V_0, m



$mg + N = \frac{V_0^2 m}{R}$

$N = \frac{V_0^2}{R} m$

$\times\begin{array}{r}535\\535\\\hline 2675\\1605\\2675\\\hline 286225\end{array}$

$-mg \cdot \sin\alpha + N = \frac{mV_0^2}{R}$

$\mu \cdot N$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

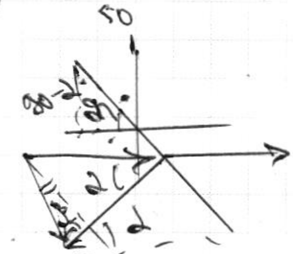
$1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

$\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

① $\boxed{\frac{mu^2}{2}}$ $- H = -ut - \frac{gt^2}{2}$

$H = ut + \frac{gt^2}{2}$; $u = H - \frac{gt^2}{2}$; $u = \frac{H}{t} - \frac{gt}{2} = \frac{85}{10} - \frac{10 \cdot 10}{2}$

$\frac{mu^2}{2} + mgH = \frac{mV^2}{2}$; $-V_0 = -u - gt$; $V_0 = u + gt$



$\frac{mu^2}{2} + mgH = \frac{m(u+gt)^2}{2}$

$\cancel{u^2} + 2gH - \cancel{u^2} - 2ugt - (gt)^2 = 0$

$2gH = 2ugt + (gt)^2$

$u = \frac{2gH - (gt)^2}{2gt} = \frac{H}{t} - \frac{gt}{2}$

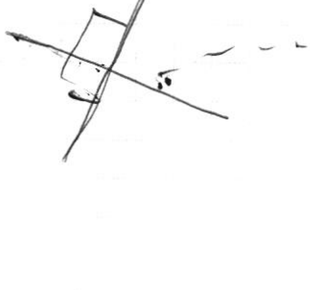
$mgH + \frac{2mu^2}{2} = \frac{mx^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$

ЗСИ: $2mu = -mV + mx$

$V = x - 2u$

$\frac{m_1 u^2}{2} + m_1 gH = \frac{m_1 V^2}{2}$

$mgH +$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)