

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

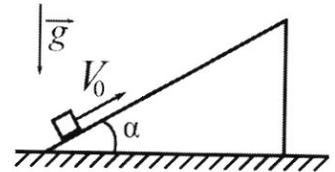
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

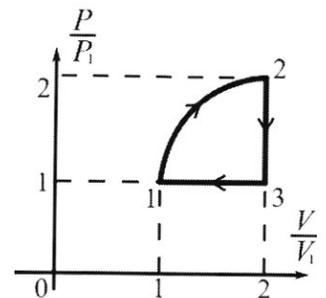
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

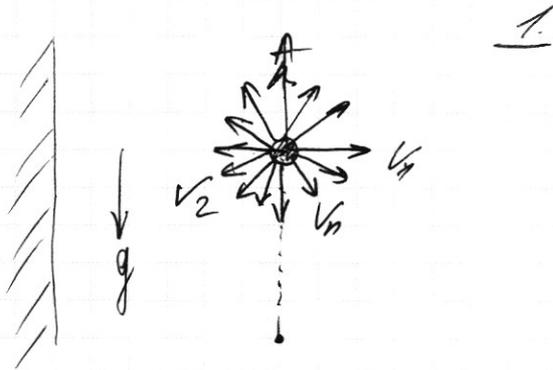
1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1.
 $\Delta x_{i0} = v_1 = v_2 = \dots = v_n$
 $\delta = 10 \text{ см}; H = 65 \text{ см};$
 $m = 2 \text{ мг}; g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 Найти: 1) v_0 - ?
 2) ΔK - ?

Решение:

1.) Так как фоберверк все разл. скорости формируются в поле тяжести Земли, то $H = h_0$ по закону сохранения энергии: $\frac{m v_0^2}{2} = m g h \rightarrow v_0 = \sqrt{2 g h} = 10 \sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2.) Нижний уровень принимаем за н.з.:

$$H = \frac{v_1^2 + g t_1^2}{2}; \quad \text{Верхний: } H = -\frac{v_2^2 + g t_2^2}{2} \rightarrow$$

(1) (2)

$$\rightarrow (2) - (1): 0 = -v_1^2 + v_2^2 + \frac{g}{2} (t_2^2 - t_1^2) \rightarrow$$

$$\rightarrow t_2 - t_1 = \delta = \frac{2v_1}{g} \rightarrow v_0 = \frac{g \delta}{2k};$$

$$\Delta K = \sum \frac{\delta m \cdot v^2}{2} \rightarrow \sum \Delta K = \frac{v^2}{2} \cdot \sum \delta m = \frac{v^2}{2} \cdot m =$$

$$= \frac{m \cdot g^2 \delta^2}{2 \cdot 4} = \frac{m g^2 \delta^2}{8} = \frac{17 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2}{84} = 25 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $v_0 = \sqrt{2 g h} = 10 \sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 2) $\Delta K = \frac{m g^2 \delta^2}{8} = 2500 \text{ Дж}$

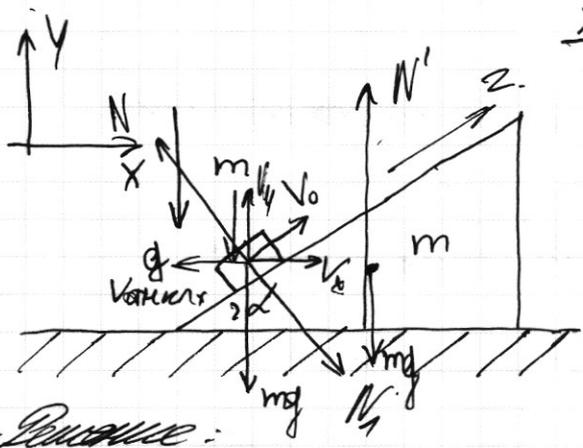


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.



Дано: $\alpha = 30^\circ$;
 $V_0 = \frac{20}{e}$; $g = 10 \frac{m}{c^2}$.

Найти: 1) N_{max} - ?
2) V_{1x} - ?

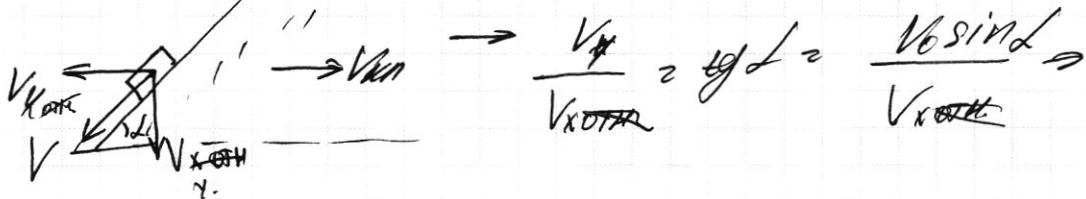
Решение:

~~1) Запишем закон сохранения импульса в направлении оси Ox: $m V_0 \cos \alpha = m V_{1x} + m V_{2x} = m V_{1x} \cos \alpha + m V_2$ →
→ в том же направлении $V_{1x} \approx V_2$ → $V_0 \cos \alpha = V_2$ →
→ Запишем закон сохранения энергии:
 $\frac{m V_0^2}{2} = m g h + \frac{m V_2^2}{2} = m g h + \frac{m V_0^2 \cos^2 \alpha}{2}$~~

~~2) Запишем закон сохранения импульса в направлении оси Oy: $m V_0 \sin \alpha = m V_{1y} + m V_{2y}$
OyOz: $m V_0 \sin \alpha = m g \sin \alpha \cdot t$ →
→ $\frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = h = \frac{4 \cdot 1}{20} = 0,05$~~

~~3) Если импульс сохраняется в том направлении, то $V_y = V_0 \sin \alpha$ → $V_{0y} = V_y \cdot \cos \alpha = \frac{V_y}{\cos \alpha}$ →
→ $V_{0y} = V_0 \cos \alpha$
Так как закон сохранения импульса: $m(V_{0y} + V_{1y}) = m(V_{1y} + V_{2y})$
→ $m V_x = m V_{1x} \rightarrow V_0 \cos \alpha = V_0 \cos \alpha + V_{2x}$~~

2)



$$\frac{V_y}{V_{x0TA}} = \tan \alpha = \frac{V_0 \sin \alpha}{V_{x0TA}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_0}{V_{x0TA}} = \frac{1}{\cos \alpha}; \quad \text{эт.к. умнож. числителя на}$$

~~$$\text{на } \cos \alpha \Rightarrow \text{получим } V_{x0TA} = m V_x = m V_{0x} \Rightarrow$$~~

~~$$\Rightarrow \vec{V}_{x0TA} = \vec{V}_x - \vec{V}_{0x} \Rightarrow V_{x0TA} = 2V_{0x} \Rightarrow$$

$$(\vec{V}_x \parallel \vec{V}_{0x})$$~~

~~$$\Rightarrow \frac{V_0}{2V_{0x}} = \frac{1}{\cos \alpha} \Rightarrow V_{0x} = \frac{V_0 \cos \alpha}{2} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \frac{u}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{u}{c} \approx$$

$$\approx 0.866 \frac{u}{c}$$~~

эт.к. в направлении оси $\Delta p = 0$ не меняется, то

~~$$m v_0 = (m V_{0x} - m V_{x0}) - m V_0 \cos \alpha \Rightarrow$$~~

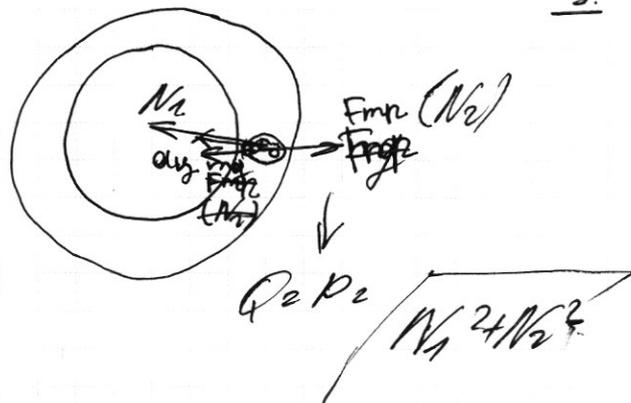
~~$$\Rightarrow V_0 \cos \alpha = V_{0x} - (V_{0x} + V_{x0}) V_0 \cos \alpha \Rightarrow V_{x0} = 2V_0 \cos \alpha =$$

$$= 2 \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{u}{c} = 2\sqrt{3} \frac{u}{c} \approx 3.4 \frac{u}{c}$$~~

Ответ: 1) $m = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$; 2) $V_{x0} = \frac{V_0 \cos \alpha}{2} \approx 0.866 \frac{u}{c}$
 $\approx 0.05 u$ $\frac{3.4 u}{c}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.



$R_{\text{ш}} = R = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $v_0 = 37 \frac{\text{м}}{\text{с}}; d = \frac{2R}{\theta};$
 $m = 0.4 \text{ кг};$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 Вопрос 1) P-?
 2) Vmin-?

Решение:

1) Т.к. \neq сила реакции опоры равна $Q = P_2$

$\sqrt{N_1^2 + N_2^2}$, а из 2 законов Ньютона: $v = \text{const} \Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 0$; $(F_{\text{mp}})_2 N_2 = mg$; $\frac{mv_0^2}{R} = N_1 \rightarrow$

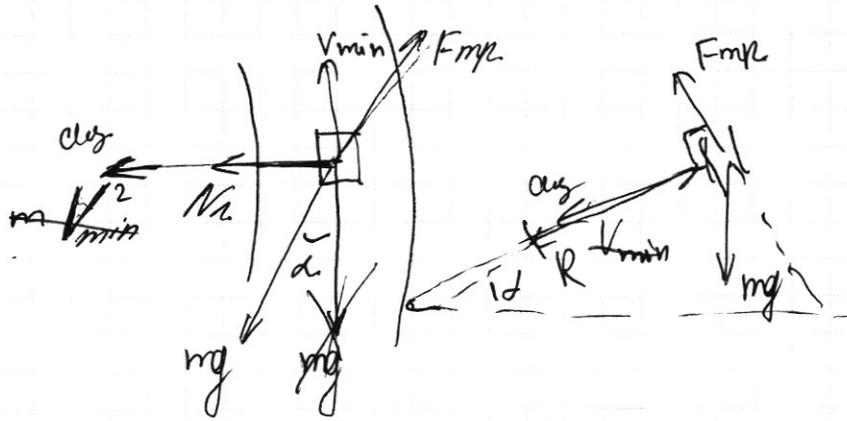
$\rightarrow Q = P_2$
 $\frac{mg^2 + m^2 v_0^4}{R^2} = m \sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2} = 0.4 \cdot \sqrt{100 + \frac{37^4}{12^2}}$
 $\approx 0.4 \cdot \sqrt{221} \text{ Н} \approx 0.4 \cdot 15 \text{ Н} \approx 6 \text{ Н}.$



Т.к. стрелка может наступить в верхней точке при нулевой скорости то необходимо рассмотреть

Верх. точку \rightarrow Запишем 2 закона Ньютона на:
 в точке: \perp к радиусу: \perp к касат.: $\frac{mv_{\text{min}}^2}{R} = N_1 - mg \sin \alpha$
 \perp к радиусу: \perp $F_{\text{mp}} = mg \cos \alpha$

2)



В эту точку скорость минимальна, когда в верхней точке ось отрыва, $N=0 \rightarrow$

д) в v_{min} криво кинетика в этой точке \rightarrow

\rightarrow $m \cdot v$ сумма 2 сил N_1 и mg :

$$\frac{m v_{min}^2}{R} = N_1 - mg \sin \alpha$$

$$N_1 = mg \cos \alpha \rightarrow \frac{m v_{min}^2}{R} = mg \cos \alpha - mg \sin \alpha$$

$$\rightarrow N_1 = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} \rightarrow \frac{m v_{min}^2}{R} = mg \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} - \sin \alpha \right)$$

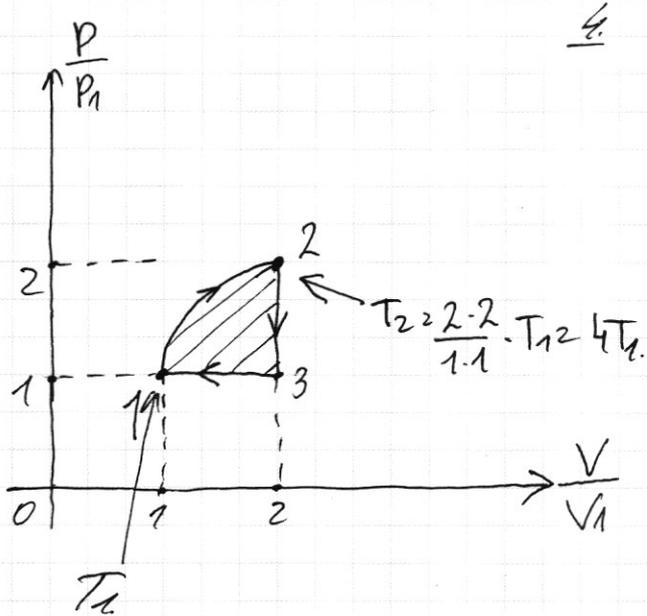
$$\rightarrow v_{min} = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} - \sin \alpha \right)} = \sqrt{12 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 1000} - \frac{1}{2} \right) \frac{m}{c}}$$

$$\approx \sqrt{12 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) \frac{m}{c}} \approx \sqrt{6} \frac{m}{c}$$

Сила $F_{pr} = m \sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R} \right)^2} \approx 6H$

; 2) $v_{min} = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} - \sin \alpha \right)}$
 $\approx \sqrt{6} \frac{m}{c} \approx 2,5 \frac{m}{c}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $T_1, j, \rho = 2 \text{ шага};$
 $i = 3.$

Найти: $Q_{нагр} - ?$
2) $A - ?$
3) $\eta - ?$

Решение:

1) По к формуле первого закона - смена энергии
 $A_{1-2-3} = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-1} = A_{1-2} + A_{3-1} \rightarrow$

$\Rightarrow A_{1-2-3} = \frac{\nu}{4} \cdot P_1 V_1 \Rightarrow$ из уравнения Максвелла -
- температура постоянна.

$P_1 V_1 = \nu R T_1 \rightarrow A_{1-2-3} = \frac{\nu \nu R T_1}{4} = \frac{\nu \nu R T_1}{4} (\rho = 2 \text{ шага})$

2) Найти что $Q_{нагр} = Q_{вх} = A_{1-2-3} \rightarrow$

$- Q_{нагр} = \left(\frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) \right) + \left(\frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) \right) \cdot -$
 $- \times (P_1 \cdot V_1) + \frac{\nu \nu R T_1}{4} \left(\frac{3}{2} \nu R T_2 - \nu R T_1 \right) + \frac{\nu \nu R T_1}{4}$
 $= \frac{11}{2} \nu R T_1 + \frac{\nu \nu R T_1}{4} \left(\frac{\nu \nu + 22}{4} \right) \nu R T_1.$

3) Найти $\eta = \frac{A}{Q_{нагр}} = \frac{\frac{\nu \nu R T_1}{4}}{\frac{\nu \nu + 22}{4} \nu R T_1} = \frac{\nu \nu}{\nu \nu + 22} \approx \frac{1}{1 + \frac{22}{\nu \nu}} \approx \frac{1}{8} \approx 0.125$
 $\approx 12.5\%$

Ответ: 1) $Q_{нагр} = \left(\frac{\nu \nu + 22}{4} \right) \nu R T_1$; 2) $A = \frac{\nu \nu R T_1}{4}$; 3) $\eta = \frac{\nu \nu}{\nu \nu + 22} \approx 12.5\%$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.



Дано: $Q > 0, q > 0;$
 $R, k.$

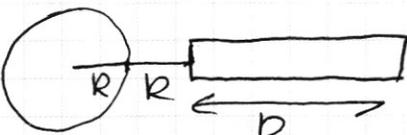
Найти: 1) $F_1 - ?$
2) $F_2 - ?$

Решение:

$Q > 0$ и $q > 0 \Rightarrow$ статическое состояние

1) Заметим что $F \sim \frac{1}{r^2}$, так же как и $F_{эвб.} \sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow$ Значит можно использовать

в виде статического состояния q на расстоянии
на высоте R над землей, найти величину
силы, действующей на нас между $M_2 = Q$ и $B = k \rightarrow$
 $\rightarrow F_1 = \frac{kQq}{(2R)^2} = \frac{kqQ}{4R^2}.$

2)  $\rightarrow \delta F = \frac{kqQ}{x^2(x+2R)^2}$, заметим что

$$\delta q = \frac{q \cdot dx}{R} \rightarrow \delta F = \frac{kqQ \cdot dx}{R(x+2R)^2} \rightarrow F = \int \frac{kqQ dx}{R(x+2R)^2}$$

$$\text{от } \rightarrow \delta F = \frac{kqQ \cdot dx}{R \cdot x^2} \rightarrow F_{\text{полн}} = \int_{2R}^{3R} \frac{kqQ dx}{R \cdot x^2}$$

$$= \frac{kqQ}{R^2} \cdot \left(\frac{1}{2R} \right) \Big|_{2R}^{3R} = \frac{kqQ}{R} \cdot \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{kqQ}{6R^2}.$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$; 2) $F_2 = \frac{kqQ}{6R^2}$. (Значит статическое)

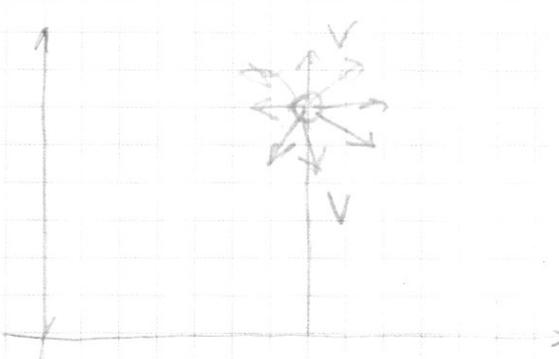


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



$$\sqrt{2gh} = v_0$$

$$v_0 t + \frac{gt^2}{2} = H$$

$$-v_0 t + \frac{gt^2}{2} = H$$

$$v(t_1 + t_2) = \frac{g}{2} (t_1 - t_2)$$

$$v = \frac{g\delta}{2}; K = \sum dm \frac{v^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} = \frac{Mg^2 \delta^2}{8}$$

2.

$$m v_0 \cos \alpha = m v_1 + m v_2 \Rightarrow v_1 = 0; v_2 = v_0 \cos \alpha$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{m v_2^2}{2} + \frac{m v_1^2}{2}$$

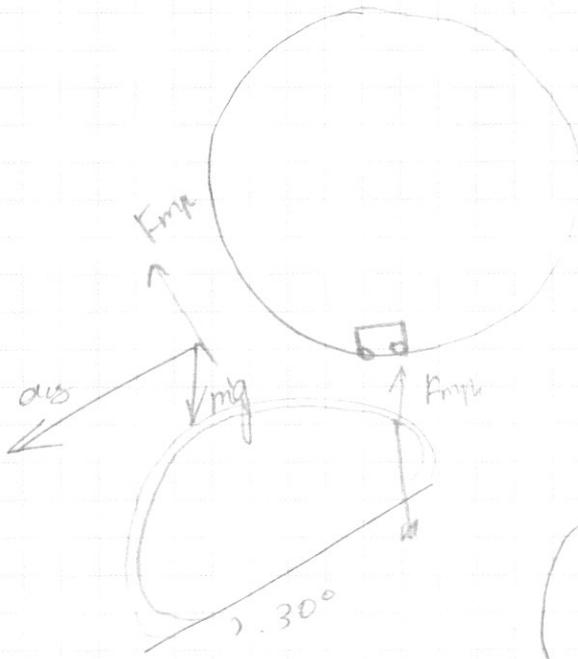
$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + \frac{mgh}{1} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2}$$

$$v_1 \cos \alpha = v_2 \Rightarrow \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{v_2^2}{\cos^2 \alpha} + v_2^2 \right)$$

$$v_0^2 = \frac{v_2^2}{\cos^2 \alpha} + v_2^2 \Rightarrow v_0^2 = v_2^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 \right)$$

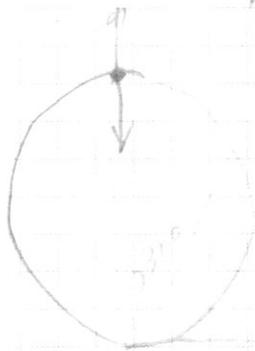
$$v_0^2 = v_2^2 \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right) \Rightarrow v_2 = \frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}$$

3



$$N_1 = \frac{m v_0^2}{R}, \quad N = mg$$

$$N = \frac{m g^2 + \frac{m^2 v_0^4}{R^2}}{R^2}$$

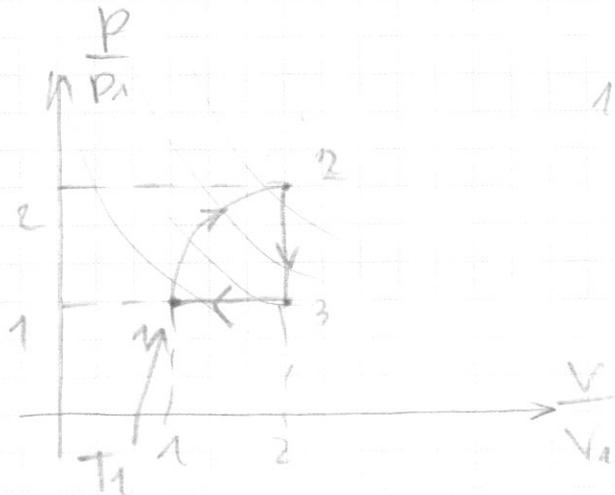


$$mg \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha = \frac{m v^2}{R}$$

$$v_{min} = R \left(\frac{mg \sin \alpha}{R} \right) = \frac{9.8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{1.2}$$

4.



$$Q_n = Q_x = A$$

$$Q_n = Q_x + A$$

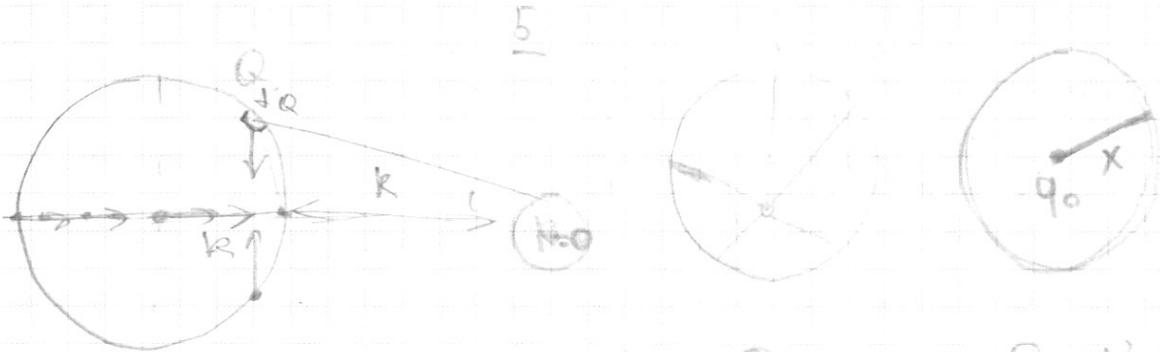
$$= \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) + p_1 \cdot V_1 + \frac{\gamma}{4} \cdot p_1 V_1$$

$$= \frac{3}{2} R \cdot 3T_1 + \frac{\gamma+4}{4} p_1 V_1 = \frac{9R}{2} T_1 + \frac{(\gamma+4)}{4} \cdot RT_1$$

$$= RT_1 \left(\frac{\gamma+22}{4} \right); \quad 2) A = \frac{\gamma}{4} \cdot p_1 V_1$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q_n} = \frac{\gamma}{\gamma+22}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$q_0 = Q \cdot \frac{\pi \cdot x^2}{\pi R^2} = \frac{Q \cdot x^2}{R^2}$$

$$\delta F = \frac{q_0 Q k}{\left(\frac{x}{\sin \alpha}\right)^2} = \frac{Q^2 x^2 k}{4R^2 \frac{x^2}{\sin^2 \alpha}} = \frac{Q^2 k \sin^2 \alpha}{4R^2}$$



$$\frac{V_y}{V_x \sin \alpha} = \text{tg} \alpha \Rightarrow \frac{V \sin \alpha}{V \cos \alpha + V \sin \alpha} = \text{tg} \alpha$$

27	13,6°
22	13,6°
25,9	1
1,1	
1,3,6,5	



$$Q = \frac{9}{2} RT_1 + \frac{\pi k T_1}{4} + RT_1 = \frac{(\pi + 22)}{4} RT_1$$

Элементарный заряд $\Rightarrow \frac{kQq}{4R^2} = F_1$
(заряды)

$$F = \frac{kqQ}{(2R+x)^2} \rightarrow dF = kqQ \frac{1}{((2R+x)(2R+x))^2} dx$$

$$dF = F_2 - F_1 = kqQ \left(\frac{1}{(2R+x+\Delta x)^2} - \frac{1}{(2R+x)^2} \right)$$

$$= kqQ \left(\frac{(2R+x) - (2R+x+\Delta x)}{(2R+x+\Delta x)^2 (2R+x)^2} \right)$$

$$= kqQ \left(\frac{-\Delta x \cdot (4R+2x)}{((2R+x)^2 + 2(2R+x)\Delta x)(2R+x)^2} \right)$$

$$= kqQ \left(\frac{-\Delta x \cdot 2(2R+x)}{(2R+x)^4} \right) \approx \frac{-kqQ \Delta x \cdot 2}{(2R+x)^3}$$

$$\rightarrow F_{узел} = \left(\frac{kqQ}{(2R+x)^2} \right) \Big|_R^{2R} = \frac{kqQ}{4R^2} - \frac{kqQ}{16R^2}$$

$$= \frac{7kqQ}{16R^2}$$