

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

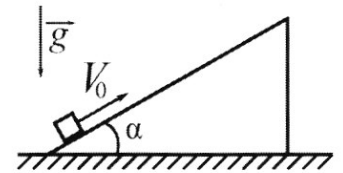
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

- 1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.
- 2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



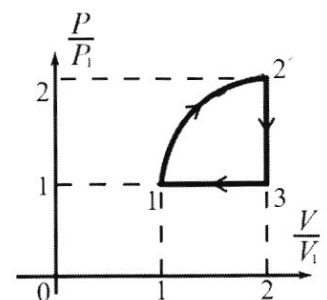
- 1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?
- 2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
 - 2) Найдите работу A газа за цикл.
 - 3) Найдите КПД η цикла.
- Универсальная газовая постоянная R .

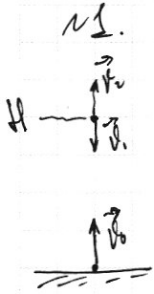


5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.
- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1. \quad \frac{m}{2} v_0^2 = m g H$$

$$v_0 = \sqrt{2 g H}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



2. Пусть \vec{v}_2 скорость снаряда, направленная верт. вверх, t_2 - его время полета, \vec{v}_1 - скорость снаряда, направленная верт. вниз, t_1 - его время полета до момента падения.

Поэтому $v_1 = v_2 = v$

$$\begin{cases} H = v_0 t_1 + \frac{g}{2} t_1^2 \\ 0 = H + v_0 t_2 - \frac{g}{2} t_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H = v t_1 + \frac{g}{2} t_1^2 \\ H = \frac{g}{2} (t_1 + \tau)^2 - v(t_1 + \tau) \end{cases}$$

$$v t_1 + \frac{g}{2} t_1^2 = \frac{g}{2} (t_1 + \tau)^2 - v t_1 - v \tau$$

$$v t_1 + \frac{g}{2} t_1^2 = \frac{g}{2} t_1^2 + g t_1 \tau + \frac{g}{2} \tau^2 - v t_1 - v \tau$$

Подставляем известные значения

$$v t_1 = 100 t_1 + 500 - v t_1 - 10 v \tau$$

$$2 v t_1 + 10 v - 100 t_1 - 500 = 0$$

$$v t_1 + 5 v - 50 t_1 - 250 = 0$$

$$v(t_1 + 5) - 50(t_1 + 5) = 0$$

$$(t_1 + 5)(v - 50) = 0$$

$$t_1 = -5 \text{ с или } v = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

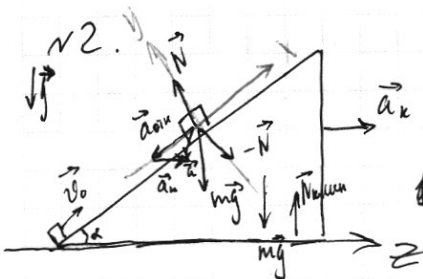
не подходит $t_1 > 0$

✓

Поэтому все снаряды $v_{\text{снаряд}}$ имеют скорость $50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$W_{\text{кин}} = \frac{m}{2} v^2 = \frac{2}{2} \cdot 50^2 = 2500 \text{ Дж} = 2,5 \text{ кДж}$$

Ответ: $36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $2,5 \text{ кДж}$.



$$\vec{a}_{\text{кин}} = \vec{a}_{\text{кин}} + \vec{a}_{\text{норм}}$$

Перемещение в CO, связанную с кинетикой.

$$m a_x = -m g \sin \alpha$$

$$a_x = -g \sin \alpha$$

$$1. \quad \begin{cases} v_0 = g \sin \alpha \cdot t_{\text{пол}} \\ X(t_{\text{пол}}) = \frac{H}{\sin \alpha} = v_0 t_{\text{пол}} - \frac{g \sin \alpha}{2} t_{\text{пол}}^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{v_0^2}{g \sin \alpha} - \frac{g \sin \alpha}{2} \frac{v_0^2}{g^2 \sin^2 \alpha} = \frac{v_0^2}{2 g \sin \alpha}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ м}$$

2) ЗУ: $m v_0 \cos \alpha = (m + m) v_{\text{шмб}}$
 $m v_0 \cos \alpha = 2m v_{\text{шмб}}$
 $v_{\text{шмб}} = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$

Перейдем в Ω , движущуюся с клином.

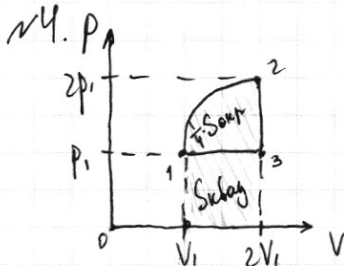
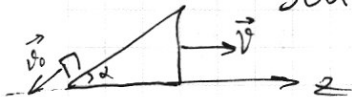
В момент, когда шайба касается в точку старта на клине, скорость шайбы относительно клима будет такая же как и в момент старта, т.е. v_0

$v_{\text{шмб}}$ - скорость клима в момент когда шайба на высоте H .
 В этот момент скорость шайбы относительно клима $= 0 \Rightarrow$ шайба и клим движутся со скоростью клима $v_{\text{шмб}}$.

В этот момент шайба относительно гориз. поверхности будет двигаться со скоростью $-v_0 \cos \alpha + v$, где v - искомая скорость клима.

ЗУ: $2m v_{\text{шмб}} = m(-v_0 \cos \alpha + v) + m v$
 $m v_0 \cos \alpha = -m v_0 \cos \alpha + m v + m v$
 $2m v_0 \cos \alpha = 2m v$
 $v = v_0 \cos \alpha$
 $v = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \approx 1,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: $0,2 \text{ м}$; $1,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



$Q_{\text{впуск}} = Q_{12}$

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \nu R T_1 \left(\frac{9}{2} + \frac{1}{4} \pi + 1 \right) = \nu R T_1 \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$
 $= \nu R T_1 \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$

$A_{12} = \text{Sumpr} = \frac{1}{4} \pi (V_2 - V_1) p_1$
 $= \frac{1}{4} \pi R^2 + S_{\text{subag}} = \frac{1}{4} \pi p_1 V_1 + p_1 V_1 \left(\frac{1}{4} \pi + 1 \right)$

$p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow A_{12} = \nu R T_1 \left(\frac{11}{4} + 1 \right)$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2} \nu R T_1$

используем уравнение Клапейрона

$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = p_3 V_3 = \nu R T_2 \\ p_1 \cdot 2V_1 = p_3 V_3 = \nu R T_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 = 4T_1 \\ T_3 = 2T_1 \end{cases}$

$A_{\text{цикл}} = A_{00} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = A_{12} + A_{31} = \text{Sumpr} - S_{\text{subag}}$

$A_{31} = \text{Subag} - S_{\text{subag}}$, т.к. $\Delta V_{31} = (V_1 - V_3) = V_1 - V_1(3-1) = 0$

т.о. $A_{\text{цикл}} = p_1 V_1 \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) - p_1 V_1 = p_1 V_1 \frac{\pi}{4} = \nu R T_1 \frac{\pi}{4} = \nu R T_1 \frac{\pi}{4}$

$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{00}} = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}}$

$Q_{12} = \nu R T_1 \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$

$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = \Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = -\frac{3}{2} \nu R 2T_1 = -3 \nu R T_1$

$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = -p_1 V_1 - \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) = -\nu R T_1 - \frac{3}{2} \nu R T_1 = -\frac{5}{2} \nu R T_1$

черновик чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 2

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(~4)

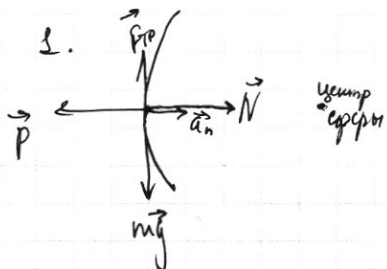
$$\eta = \frac{\partial R T, \frac{\pi}{4}}{\partial R T, \frac{\pi}{2} + \partial R T, \frac{\pi}{4} - 3 \partial R T, -\frac{\pi}{2} \partial R T,} \approx \frac{\partial R T, \frac{\pi}{4}}{\partial R T, \frac{\pi}{4}} \approx 1.$$

Ответ: ~~1. R T, \frac{\pi}{2}~~ 1. R T, (\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4})

2. R T, \frac{\pi}{4}

3. 100%.

N3.



$$m a_n = N$$

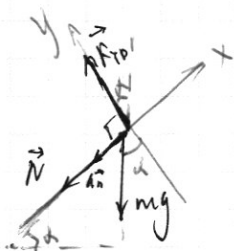
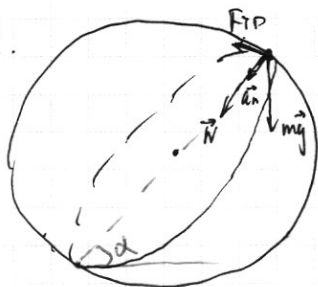
$$m \frac{v_0^2}{R} = N$$

$$N = P \text{ (по III з. H)}$$

$$P = m \frac{v_0^2}{R}$$

$$P = 0,4 \frac{3,7^2}{1,2} = \frac{13,69}{3} \approx 4,5 \text{ Н}$$

2.



$$m a_n = N + m g \sin \alpha \Rightarrow$$

$$m g \cos \alpha = F_{TP} = m v^2 / R$$

$$\Rightarrow m \frac{v_{\text{min}}^2}{R} = \frac{m g \cos \alpha}{m} + m g \sin \alpha$$

$$v_{\text{min}}^2 = g R \left(\frac{\cos \alpha}{m} + \sin \alpha \right)$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{g R \left(\frac{\cos \alpha}{m} + \sin \alpha \right)}$$

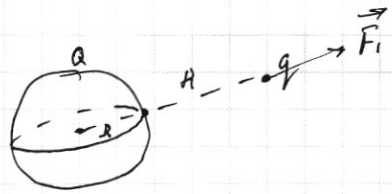
$$v_{\text{min}} = \sqrt{10 \cdot 1,2 \left(\frac{0,86}{0,9} + \frac{1}{2} \right)} \approx \sqrt{12 \left(1 + \frac{1}{2} \right)} =$$

$$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

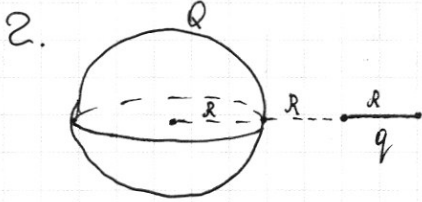
$$\approx 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 4,6 Н ; 4,2 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$

№5. 1. $E_{cp} = \frac{k|Q|}{z^2}$, где $Q > 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow E_{cp} = \frac{kQ}{4R^2}$



$$F_1 = E_{cp} \cdot q_{ш} = \frac{kQ}{4R^2} \cdot q = \frac{kQq}{4R^2}$$

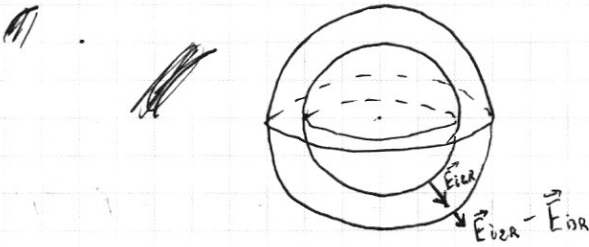


$$F_2 = \sum_{i=1}^n \frac{kQq_i}{r_i^2}, \text{ где } r_i \in [2R; 3R]$$

$$F_2 = Q \sum_{i=1}^n \frac{kq_i}{r_i^2} = Q \cdot (E_{cp3R} + E_{cp2R})$$

$$= Q \left(\frac{kq}{9R^2} + \frac{kq}{4R^2} \right) = Q \frac{5kq}{36R^2} =$$

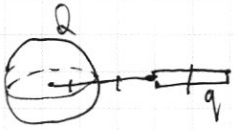
$$= \frac{5Qkq}{36R^2}$$



т.о. \vec{E} поля сферы ~~равно~~
 с внешним радиусом $3R$,
 и внутренним радиусом $2R$
~~равно~~ совмещено с нулем
 равно $\vec{E}_{2R} - \vec{E}_{3R}$

Ответ: $\frac{kqQ}{4R^2}$; $\frac{5Qkq}{36R^2}$

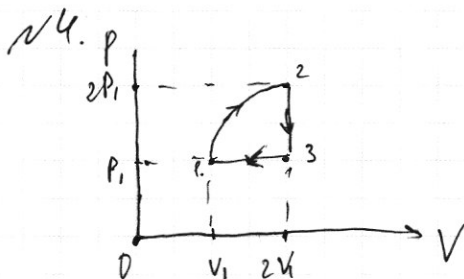
NS. $E = \frac{k|Q|}{r^2}$
 $F_{\text{пр}} = Eq \Rightarrow F = \frac{k|Q|q}{r^2} = \frac{k|Q|q}{4R^2}$



q_0
 $F = \frac{kQq_0}{r_0^2}$
 ~~$F(x) = \dots$~~

$\text{где } r_0 \in [2R, 3R]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



T₁

~~$(p - p_1) + (pV - 2V_1) = p_1$~~
 ~~$p^2 = 2pp_1 + p_1^2$~~
 ~~$p \Delta V = \Delta p \Delta V$~~

$Q_{12} > 0$
 $Q_{23} < 0$
 $Q_{31} < 0$

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R T_1$

~~$A_{12} = p \Delta V = p_1 (2V_1 - V_1) = p_1 V_1 = \nu R T_1$~~

$A_{12} = p \Delta V = \nu R \Delta T = \nu R 3T_1$

$Q_{12} = 3\nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_1 = \frac{15}{2} \nu R T_1$

$A_{12} = p \Delta V = \nu R \Delta T = 3\nu R T_1$

$A_{23} = 0$

$A_{31} = p_1 (V_1 - 2V_1) = -p_1 V_1 = -\nu R T_1$

$A_{об.} = 2\nu R T_1$

$\eta = \frac{A_{об.}}{Q_{12}} = \frac{2\nu R T_1}{\frac{15}{2} \nu R T_1 - \frac{6}{2} \nu R T_1 - \frac{5}{2} \nu R T_1} = \frac{2}{\frac{4}{2}} = 1$

$Q_{23} = \frac{15}{2} \nu R T_1$

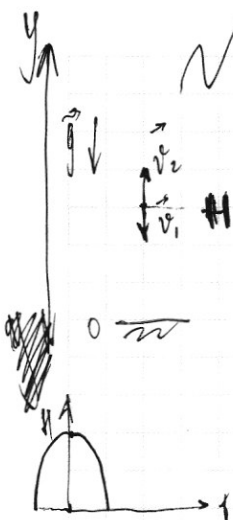
$Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R (2T_1 - 4T_1) = -3\nu R T_1$

~~ΔU_{23}~~
 $p_1 2V_1 = \nu R T_3$

$T_3 = 2T_1$

$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = -\nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) = -\nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R (T_1 - 2T_1) = -\nu R T_1 - \frac{3}{2} \nu R T_1 = -\frac{5}{2} \nu R T_1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1. ~~0 = H - v_1 t_1 - g t_1^2~~

2. $0 = H + v_1 t_2 - g t_2^2 = H + v_1 (t_1 + \Delta t) - g (t_1 + \Delta t)^2$

$$v_1 t_1 + \frac{g}{2} t_1^2 = \frac{g}{2} (t_1 + \Delta t)^2 - v_1 (t_1 + \Delta t)$$

$$v_1 t_1 + \frac{g}{2} t_1^2 = \frac{g}{2} t_1^2 + g t_1 \Delta t + \frac{g}{2} \Delta t^2 - v_1 t_1 - v_1 \Delta t$$

$$v_1 t_1 + \cancel{\frac{g}{2} t_1^2} = \cancel{\frac{g}{2} t_1^2} + 100 t_1 + 500 - v_1 t_1 - 10 v_1$$

$$2 v_1 t_1 + 10 v_1 = 100 t_1 + 500 = 0$$

$$v_1 t_1 + 5 v_1 - 50 t_1 - 250 = 0$$

$$v_1 (t_1 + 5) - 50 (t_1 + 5) = 0$$

$$(t_1 + 5) (v_1 - 50) = 0$$

$$t_1^2 - 5 \quad v_1 = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

~~$0 = 65 - 50 t_1 - 5 t_1^2$~~

~~$0 = 132 - 10 t_1$~~

~~$t_1^2 + 10 t_1 - 13 = 0$~~

~~$t_1 = 25 + 13 = 38$~~

~~$t_1 = \frac{-5 \pm \sqrt{35}}{2} = -5 + \sqrt{35} \approx 1,2 \text{ с}$~~

$$\begin{array}{r} 61 \\ 161 \\ \hline 61 \\ 3721 \end{array} \quad \begin{array}{r} 62 \\ 162 \\ \hline 62 \\ 3724 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

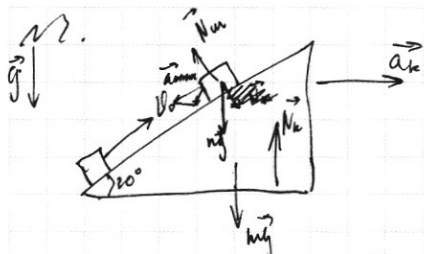
~~1. $\frac{m}{2} v_0^2 = mgh$~~

~~$\frac{m}{2} v_0^2 = mgh$~~

$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

~~$W_{кин} = \frac{m}{2} v_0^2 = 2500 \text{ Дж}$~~

$W_{кин} = \frac{m}{2} v_0^2 = 2500 \text{ Дж}$



$$-ma = mg \sin \alpha$$

$$a = -g \sin \alpha$$

$$v_0 = g \sin \alpha \cdot t_{\text{stop}} \quad t_{\text{stop}} = \frac{v_0}{g \sin \alpha}$$

$$L = \frac{H}{\cos \alpha} = \frac{g \sin \alpha \cdot t_{\text{stop}}^2}{2} = \frac{g \sin \alpha \cdot \frac{v_0^2}{g^2 \sin^2 \alpha}}{2} = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

$$L = H \cos \alpha = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha} \cdot \cos \alpha = \frac{v_0^2}{2g} \cot \alpha = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

$$H = \frac{v_0^2 \cos \alpha}{2g \sin \alpha} = \frac{v_0^2}{2g} \cot \alpha = \frac{4}{20} \cdot \sqrt{3} \approx 0,34 \text{ m.}$$

$$\frac{1,7}{15} \left| \frac{15}{0,34} \right.$$

$$\frac{1,7}{20} \left| \frac{20}{0,86} \right.$$

~~300~~

~~300~~

300! $m v_0 \cos \alpha = 2 m v_k$

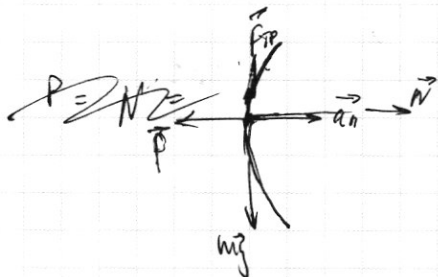
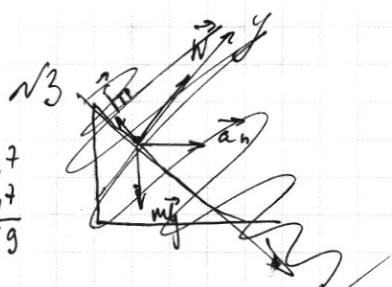
$$v_k = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \approx 0,86 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$2 m v_k = -m v_0 \cos \alpha + m v_{kk}$$

$$2 v_k = -v_0 \cos \alpha + v_{kk}$$

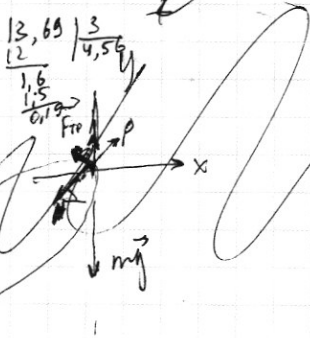
$$v_0 \cos \alpha = -v_0 \cos \alpha + v_{kk}$$

$$v_{kk} = 2 v_0 \cos \alpha = 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \approx 3,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$P = N \quad N/2 = \frac{v^2}{R} = \frac{3,7^2}{1,2} \approx 11,4 \text{ H.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3,7 \\ 3,7 \\ \hline 25,9 \\ 111 \\ \hline 13,69 \end{array} \left| \begin{array}{l} 12 \\ 12 \\ 11,2 \\ \hline 4,9 \end{array} \right.$$



$$\begin{cases} -m a_n \cos \alpha = N \cos \alpha \\ -m a_n \sin \alpha = -N \sin \alpha + m g + F_{FP} \end{cases}$$

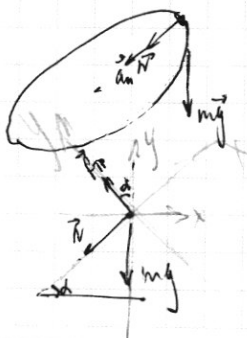
$$\begin{array}{l} 1,4 \\ 3 \\ 4,2 \end{array}$$

$$\Rightarrow m a_n = \frac{m g \cos \alpha}{\mu} + m g \sin \alpha$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{g \cos \alpha}{\mu} + g \sin \alpha$$

$$v^2 = g R \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right) = 10 \cdot 1,2 \left(\frac{0,86}{0,5} + \frac{1}{2} \right) = 12 \frac{3}{2} = 18$$

$$v = 3\sqrt{2} \approx 4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\begin{cases} \text{Ox: } -m a_n \cos \alpha = N \cos \alpha + F_{FP} \sin \alpha \\ \text{Oy: } m a_n \sin \alpha = N \sin \alpha + F_{FP} \cos \alpha + m g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m a_n \cos \alpha = N \cos \alpha + \mu N \sin \alpha \\ m a_n \sin \alpha = N \sin \alpha + m g - \mu N \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} m a_n = N + m g \sin \alpha \\ m g \cos \alpha = \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m a_n = N + m g \sin \alpha \\ m g \cos \alpha = \mu N \end{cases} \Rightarrow$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Blank grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)