Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

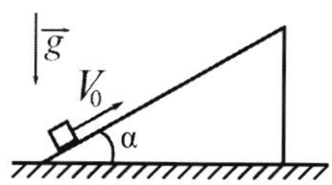
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

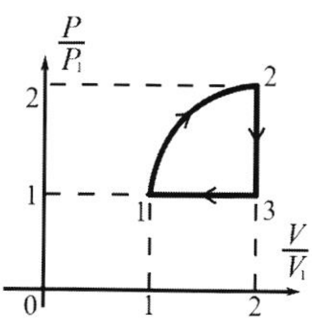
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

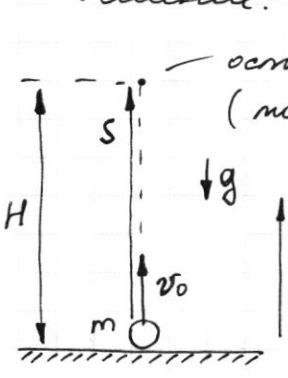
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание номер 1.

Дано:

$m = 2$ кг
$H = 65$ м
$\tau = 10$ с
$g = 10 \frac{м}{с^2}$

Решение:



1) по 2 ЗН:
$m\vec{g} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \vec{const}$

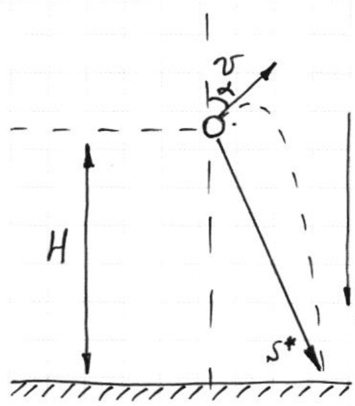
~~Раз.~~ Работают формулы кинематики равноускоренного движения

2) $v_0^{*2} - v_0^2 = -2gH \rightarrow$

$\rightarrow v_0^2 = 2gH \rightarrow$

$\rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{м}{с^2} \cdot 65 м} = \sqrt{1300} \frac{м}{с} = 10\sqrt{13} \frac{м}{с}$

3) Осколки после разрыва фейерверка подают в течении τ секунд $\rightarrow$ это значит, что через τ секунд упал на поверхность Земли последний осколок



Рассмотрю произвольно взятый осколок, который составляет угол α с ~~горизонтом~~ вертикально

Пусть этот осколок будет в полёте время t

$\vec{s}^* = \vec{v}t + \vec{g}\frac{t^2}{2}$

y': $H = \frac{gt^2}{2} - vt\cos\alpha \rightarrow$

$\rightarrow gt^2 - 2vt\cos\alpha - 2H = 0$

$D = (2v\cos\alpha)^2 + 4g \cdot 2H = 4v^2\cos^2\alpha + 8gH$

$t = \frac{2v\cos\alpha \pm \sqrt{4v^2\cos^2\alpha + 8gH}}{2g} \rightarrow t = \frac{v\cos\alpha \pm \sqrt{v^2\cos^2\alpha + 8gH}}{g}$

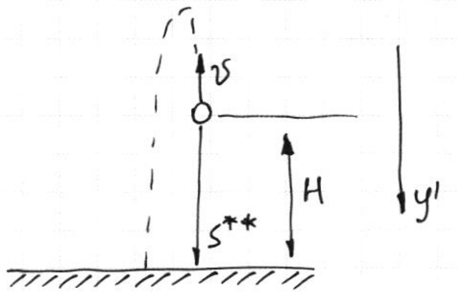
из получившегося соотн видно, что со знаком „$-$" решение ур-ия не подходит т.к $t > 0$ $\rightarrow$

→ подходит со знаком „+"

$$t = \frac{v\cos\alpha + \sqrt{v^2\cos^2\alpha + 8gH}}{g}$$

Т.к последний осколок упал через максимально возможное время $t = \tau$ → → $\cos\alpha = 1$ → $\alpha = 0°$

4) Рассмотрю движение тела (осколка), которое полетело под углом $\alpha = 0°$ к вертикали (т.е. верт. вверх)



$$\vec{s}^{**} = \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2}$$

$$y': \; H = -v\tau + \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \frac{g\tau}{2} - \frac{H}{\tau} \rightarrow$$

Энергия (кинетическая)

$$K = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\frac{g\tau}{2} - \frac{H}{\tau}\right)^2 = \frac{2кг}{2}\left(\frac{10\frac{м}{с^2}\cdot 10с}{2} - \frac{65м}{10с}\right)^2 =$$

$$= (43{,}5)^2 Дж = \left(\frac{87}{2}\right)^2 Дж = 3784{,}5\, Дж$$

Ответ: 1) $v_0 = \sqrt{2gH} = 10\sqrt{13}\,\frac{м}{с}$

2) $K = \frac{m}{2}\left(\frac{g\tau}{2} - \frac{H}{\tau}\right)^2 = 3784{,}5\, Дж$

Задание номер 2

Дано:

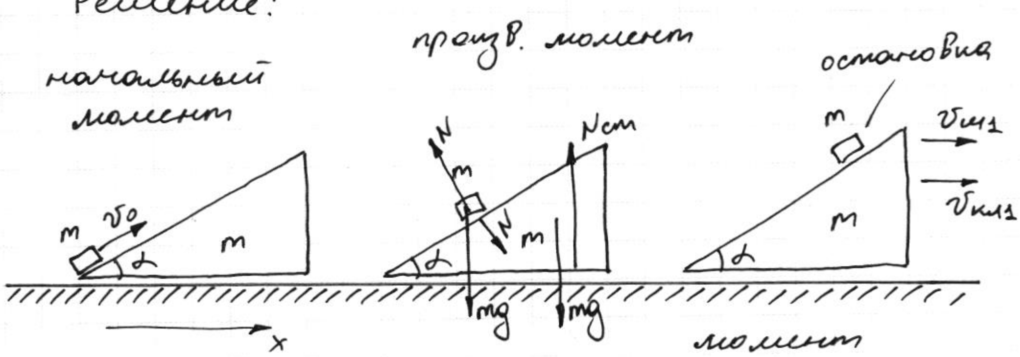
$m_{кл} = m_{ш} = m$

$v_0 = 2\,\frac{м}{с}$

$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

$\alpha = 30°$

Решение:



$v_{ш1} = v_{кл1} = v_1$

момент достяжения max высоты ~~бр~~ шайбой

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Взаимодействие упругое значит работает ЗСЭ: (для системы „$M_ш + M_{кл}$")

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{2mv_1^2}{2} \to v_0^2 = 2gH + 4v_1^2 \quad (1)$$

2) $\vec{R} = 0$ для системы → выполняется ЗСИ: (для системы „$M_ш + M_{кл}$")

$$\cancel{mv_0 = 2mv_1 \to v_0 = 2v_1 \quad (2)}$$

~~3) из (1) и (2)~~ $\cancel{\to v_0^2 = 2gH + 4\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 \to 2gH = v_0^2 - \frac{4v_0^2}{4}}$

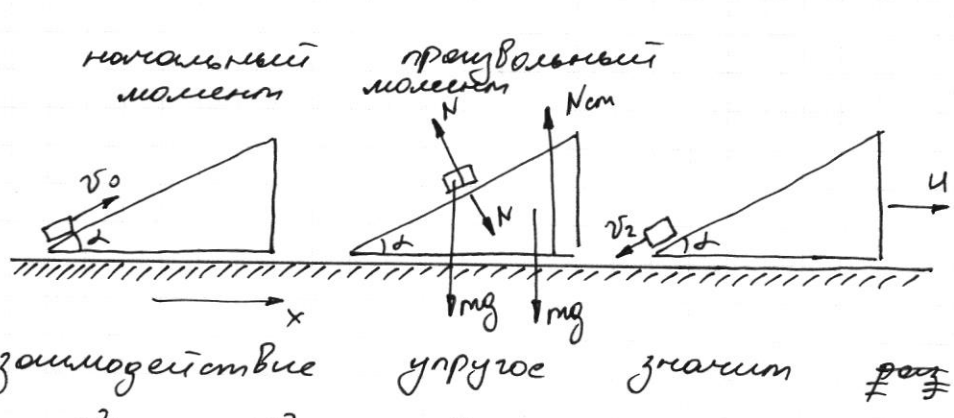
X: $mv_0\cos\alpha = 2mv_1 \to 2v_1 = v_0\cos\alpha \quad (2)$

3) из (1) и (2) → $v_0^2 = 2gH + 4\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{4}$ →

→ $v_0^2 = 2gH + v_0^2\cos^2\alpha \to 2gH = v_0^2(1-\cos^2\alpha) \to$

→ $H = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{2^2\frac{м^2}{с^2}\cdot\frac{1}{4}}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}} = \frac{1}{20}\text{ м} = 0{,}05\text{ м}$

4)



Взаимодействие упругое значит ~~раз~~ работает ЗСЭ: (для системы „$M_ш + M_{кл}$")

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mu^2}{2} \to v_0^2 = v_2^2 + u^2 \quad (3)$$

5) $\vec{R}=0$ для системы $\to$ работает ЗСИ: (для системы „$m_ш+m_{кл}$")

x: $m v_0 \cos\alpha = m u - m v_2 \cos\alpha$

$v_0 \cos\alpha = u - v_2 \cos\alpha \quad | : \cos\alpha \neq 0$

$v_0 = \frac{u}{\cos\alpha} - v_2 \to v_2 = -v_0 + \frac{u}{\cos\alpha} \quad (4)$

6) из (3) и (4) $\to$ ~~$v_0^2 = (v_0 + \frac{u}{\cos\alpha})$~~

$\to \begin{cases} v_2 = \frac{u}{\cos\alpha} - v_0 \\ v_0^2 = v_2^2 + u^2 \end{cases} \to \begin{cases} (v_0 - v_2)(v_0 + v_2) = u^2 \\ v_2 + v_0 = \frac{u}{\cos\alpha} \end{cases} \to$

$\to \begin{cases} v_2 + v_0 = \frac{u}{\cos\alpha} \\ (v_0 - v_2)\frac{u}{\cos\alpha} = u^2 \quad | : u \neq 0 \end{cases} \to \begin{cases} v_2 = \frac{u}{\cos\alpha} - v_0 \\ (v_0 - v_2)\frac{1}{\cos\alpha} = u \end{cases} \to$

$\to \begin{cases} v_2 = \frac{u}{\cos\alpha} - v_0 \\ v_0 - v_2 = u\cos\alpha \end{cases} \to v_0 = u\cos\alpha + \frac{u}{\cos\alpha} - v_0 \to$

$\to 2v_0 = \frac{u\cos^2\alpha + u}{\cos\alpha} \to$

$\to u = \frac{2v_0\cos\alpha}{1+\cos^2\alpha}$ – скорость клина в момент когда шайба вернулась в точку старта

$$u = \frac{2v_0\cos\alpha}{1+\cos^2\alpha} = \frac{2 \cdot 2\,\frac{м}{с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{7}{4}}\,\frac{м}{с} = \frac{8\sqrt{3}}{7}\,\frac{м}{с}$$

Ответ: 1) $H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = 0{,}05\,м$

2) $u = \frac{2v_0\cos\alpha}{1+\cos^2\alpha} = \frac{8\sqrt{3}}{7}\,\frac{м}{с}$

~~Задание номер 3~~

~~Дано:~~	~~Решение~~:
~~$v_0 = 3{,}7\,\frac{м}{с}$~~	
~~$R = 1{,}2\,м$~~	

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

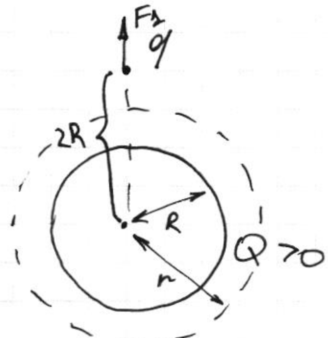
Задание номер 5

Дано:

$Q > 0$

$q > 0$

Решение:



1) Рассмотрим на произвольном расстоянии r от ц. сферы (эквипотенциальную поверхность) сферу радиуса r

сфера (заряженная)

Поток напряжённости через сферу из Th. Гаусса →

→ $N = 4\pi k Q = \sum E \Delta S$ в силу симметрии напряжённость на равных расстояниях от ц. сферы радиуса r равны →

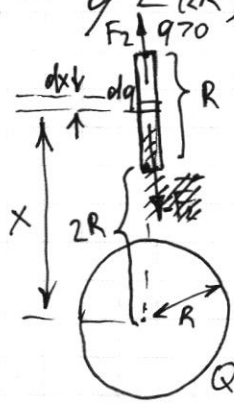
→ $4\pi k Q = E(r) \sum \Delta S$ → $4\pi k Q = E(r) 4\pi r^2$ →

→ $E(r) = \dfrac{kQ}{r^2}$

2) На заряженный шарик действует сила

$F_1 = q E(2R) = q \dfrac{kQ}{(2R)^2} = \dfrac{kQq}{4R^2}$

3)



Рассмотрю заряд dq_i на стержне на расстоянии x

$F_2 = \sum\limits_i F_i = \int \dfrac{kQ\,dq_i}{x^2} =$

$\boxed{\text{в силу однородности } \dfrac{dq_i}{q} = \dfrac{dx}{R} \rightarrow \ \rightarrow dq_i = \dfrac{q}{R} dx}$

$= \int\limits_{2R}^{3R} \dfrac{kQq}{Rx^2} dx = \dfrac{kQq}{R} \int\limits_{2R}^{3R} x^{-2} dx =$

$= \dfrac{kQq}{R} \left(-\dfrac{x^{-1}}{1} + C \right) \Bigg|_{3R}^{2R} = \dfrac{kQq}{R} \left(-\dfrac{1}{3R} - \left(-\dfrac{1}{2R} \right) \right) =$

$= \dfrac{kQq}{R^2} \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} \right) = \dfrac{kQq}{6R^2}$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$

2) $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

Задание номер 4

Дано:

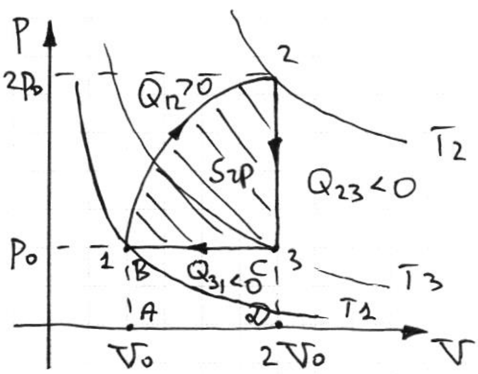
$i = 3$

$\nu = 1$ моль

T_1, R

Решение:

Пусть объём в точке 1 V_0, а давление в точке 1 p_0



Построю график зависимости $p(V)$ для цикла

1) по ур-ию Менделеева-Клапейрона:

$$1: \quad p_0 V_0 = \nu R T_1$$
$$2: \quad 4 p_0 V_0 = \nu R T_2$$
$$3: \quad 2 p_0 V_0 = \nu R T_3$$
$\rightarrow$

$$\rightarrow \begin{matrix} T_2 = 4T_1 \\ T_3 = 2T_1 \end{matrix} \rightarrow \cancel{T_2 = \frac{16T_1}{4}} \quad \cancel{T_3 = \frac{4T_1}{2}} \quad \begin{matrix} T_2 = 4T_1 \\ T_3 = 2T_1 \end{matrix}$$

2) по I началу термодинамики:

$$1-2: \quad Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$$

т.к в процессе 2-3 работа не совершается $\rightarrow A_{12} = A_\Sigma - A_{31}$

$$Q_{12} = A_\Sigma - A_{31} + \Delta U_{12} \quad (1)$$

3) Работа газа за цикл $A_\Sigma = + S_{гр} = \pi p_0 V_0$ — площадь эллипса

$(A_\Sigma = \pi \nu R T_1)$

4) Работа за процесс 31 $A_{31} = - S_{ABCD} = - p_0 V_0$

5) $Q_{12} = A_\Sigma - A_{31} + \Delta U_{12} \rightarrow$ $\cancel{\pi p_0}$ $Q_{12} = \pi p_0 V_0 + p_0 V_0 + \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_1) \rightarrow Q_{12} = (\pi + 1) p_0 V_0 + \frac{3}{2}\nu R \left(\frac{16T_1}{4} - T_1\right) \rightarrow$

$\rightarrow Q_{12} = (\pi + 1) p_0 V_0 + \frac{3}{2}\nu R T_1 \cdot \frac{3}{1} \rightarrow$ $\cancel{Q_{12} = (\pi + 2)\nu R T_1 / \tfrac{3}{8} \nu R T_1}$

$\cancel{Q_{12} = \nu R T_1 (\pi - \tfrac{1}{8})}$ $\rightarrow Q_{12} = (\pi + 1)\nu R T_1 + \frac{9}{2}\nu R T_1 \rightarrow$

$$\rightarrow Q_{12} = \nu R T_1 \left(\pi + \frac{11}{2}\right)$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) В процессе 2-3 и 3-1 теплоту отводят

(I нач. термодин $\downarrow Q_{23} = \Delta U_{23}\downarrow + \underbrace{A_{23}}_{=0}$; $\downarrow Q_{31} = \Delta U_{31}\downarrow + A_{31}\downarrow$

- $Q_{23} < 0$ т.к $T\downarrow\downarrow \Rightarrow \Delta U_{23} < 0$
- $Q_{31} < 0$ т.к $T\downarrow\downarrow \Rightarrow \Delta U_{31} < 0$ и $A_{31} < 0$ (т.к сжатие))

И в процессе 1-2 происходит подвод теплоты т.к газ расширяется и температура увеличивается

$$\eta = \frac{A_\Sigma}{Q_{под}} \rightarrow \eta = \frac{A_\Sigma}{Q_{12}} \rightarrow \eta = \frac{\pi p_0 V_0}{\nu R T_1 (\pi + \frac{11}{2})} \rightarrow$$

$$\rightarrow \eta = \frac{\pi \nu R T_1}{\nu R T_1 (\pi + \frac{11}{2})} = \frac{\pi}{\pi + \frac{11}{2}}$$

Ответ: 1) $Q_{12} = \nu R T_1 (\pi + \frac{11}{2})$

2) $A_\Sigma = \pi \nu R T_1$

3) $\eta = \frac{\pi}{\pi + \frac{11}{2}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\mu = 0{,}9$
$m = 0{,}4$ кг

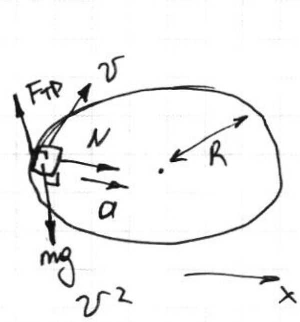


Рисунок описывает движение тела в горизонтальной плоскости большого круга.

1) Движение равномерное по ок-ти →

$$\rightarrow \quad a = a_n = \frac{v^2}{R}$$

2) по 2ЗН: $\quad x: \; N = ma_n = m\frac{v_0^2}{R}$

т.к $\; F_{тр} = \mu N = \mu m \frac{v_0^2}{R}$ $\quad \Big\} \rightarrow P = \sqrt{F_{тр}^2 + N^2} \rightarrow$

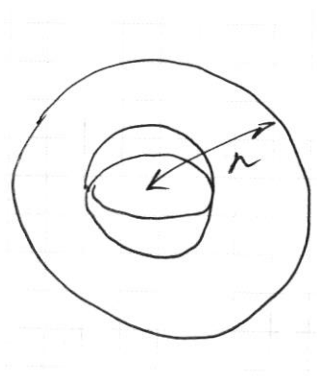
$$P = \sqrt{\mu^2 m^2 \frac{v_0^4}{R^2} + m^2\frac{v_0^2}{R^2}} \rightarrow P = m\frac{v_0^2}{R}\sqrt{\mu^2+1} =$$

$$= 0{,}4\,кг \cdot \frac{3{,}7^2\,\frac{м^2}{с^2}}{1{,}2\,м}\sqrt{0{,}9^2+1}$$

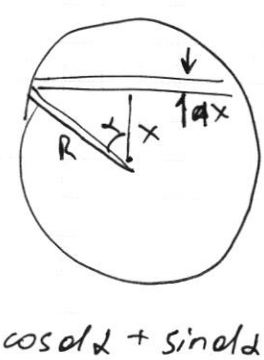
$$N = \frac{q}{\varepsilon_0} = \int E\,dS = E\oint dS \rightarrow$$

$$S = \int 2\pi R \sin\alpha \qquad \rightarrow \frac{q}{\varepsilon_0} = E\,2\pi R^2 \cdot 2R = E\,4\pi R^2$$

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{q}{\frac{1}{4\pi k}\cdot 4\pi r^2} = \frac{qk}{r^2}$$



$2\pi R \sin\alpha$

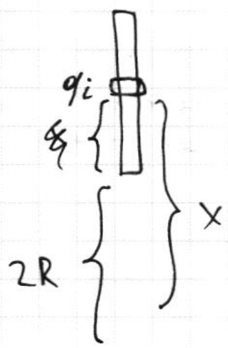


$$dx = 2\pi R\sin(\alpha + d\alpha) -$$
$$- 2\pi R\sin\alpha = 2\pi R\left(\sin\alpha\cos d\alpha + \sin d\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\right)$$
$$= 2\pi R\left(\sin\alpha + d\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\right) = 2\pi R\,d\alpha\cos\alpha$$

$$\frac{q_i}{Q} = \frac{dx}{R} \longrightarrow q_i = \frac{Q\,dx}{R}$$

$$q_i \frac{kQ}{(2R+x)^2} =$$

$$= \frac{q_i\, kQ}{(2R+x)}$$



$$F = \sum F_i = \sum \frac{q_i\, kQ}{x^2} =$$

$$= \sum \frac{Q\,k\,Q}{R\,x^2}\,dx =$$

$$= \frac{q k Q}{R} \int_{2R}^{3R} \frac{dx}{x^2} =$$

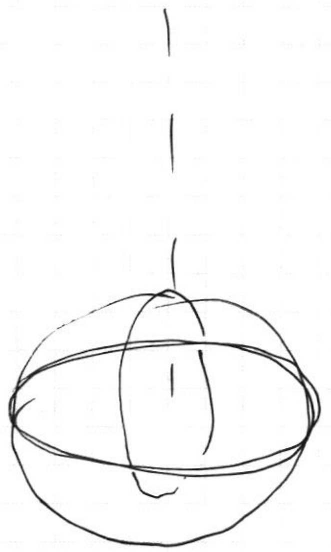
$$= \frac{kQq}{R} \int_{2R}^{3R} x^{-2}\,dx = \frac{kQq}{R} \frac{x^{-1}}{-2} + C \Bigg|_{3R}^{2R}$$

$$\frac{kQq}{R}\left(-\frac{1}{2\cdot 3R} - \left(-\frac{1}{2\cdot 2R}\right)\right) =$$

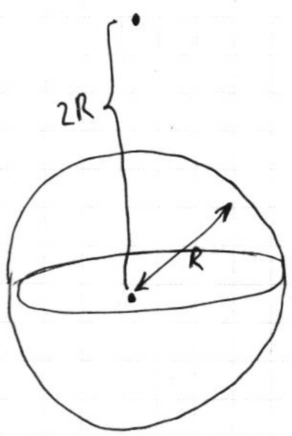
$$= \frac{kQq}{R}\left(\frac{1}{4R} - \frac{1}{6R}\right) = \frac{kqQ}{R^2}\cdot$$

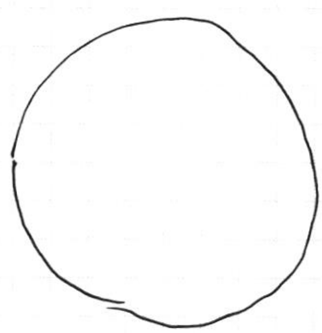
$$\cdot\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = \frac{kqQ}{R^2}\left(\frac{6-4}{24}\right) =$$

$$= \frac{kqQ}{12R^2}$$



Q>0





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

→ подходит со знаком „+".

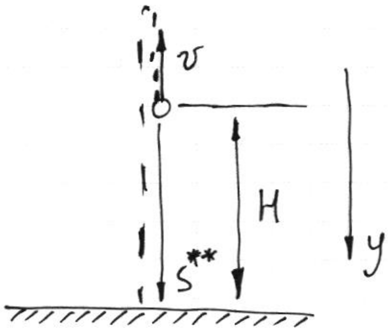
$$t = \frac{v\cos\alpha + \sqrt{v^2\cos^2\alpha + 8gH}}{g}$$

Т.к последний осколок упал через максимально возможное время $t = \tau \to \cos\alpha = 1 \to$

$\to$ ~~$\alpha = 0^\circ$ картина~~ ~~$\alpha = 180^\circ$ движения~~

$\alpha = 0^\circ$

4) Рассмотрю движение тела (осколка) которое полетело под углом $\alpha = 0^\circ$ к вертикали.



$$\vec{S}^{**} = \vec{v}\tau + \vec{g}\frac{\tau^2}{2}$$

$$y':\ H = -v\tau + g\frac{\tau^2}{2} \to$$

$$\to v = \frac{-H + g\frac{\tau^2}{2}}{\tau} \to$$

$$\to v = g\frac{\tau}{2} - \frac{H}{\tau} = \frac{10\frac{м}{с^2}\cdot 10с}{2} - \frac{65м}{10с} =$$

$$= 50\frac{м}{с} - 6{,}5\frac{м}{с} = 43{,}5\frac{м}{с}$$

87×87: 609, 696, 7569

$7569 : 2 = 3784{,}5$ (6, 15, 14, 16, 16, 09, 8, 10)

$3{,}7 \times 3{,}7$: 259, 111, 13,69

$13{,}69 : 1200 = 1{,}140$ (1200, 1690, 1200, 4900, 4800, 1000)

$$F_{тр} = mg = \mu\frac{v^2}{R}$$

$4 = 0{,}9\ \cdot$