Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

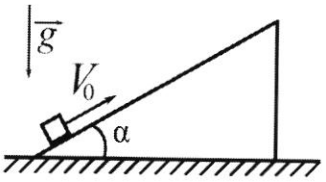
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

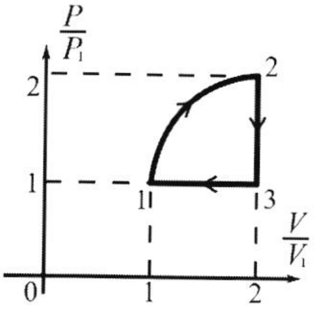
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$m = 2$ кг.

$H = 65$ м

$\tau = 10$ с.

1) $v_0 = ?$

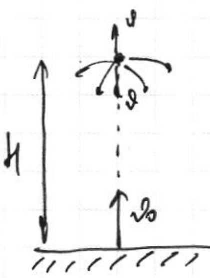
2) $E = ?$

Решение:

ЗСЭ для всего фейерверка в целом:

$\exists\, v_0$ - его начальная скорость.

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH \rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13}\ \frac{м}{с}$$



Скорость самого фейерверка в высшей точке равна нулю → суммарный импульс осколков равен 0.

Последним на землю упадёт осколок, который после разрыва полетел вертикально вверх;

Пусть v - начальная скорость всех осколков сразу после разрыва.

Если согласно условию

1) Время τ - время от падения первого осколка до прилёта последнего.

Первый осколок: $vt_1 + \frac{gt_1^2}{2} = H$; t_1 - время его падения на землю.

Последний осколок: $-vt_2 + \frac{gt_2^2}{2} = H$; t_2 - время падения последнего осколка на землю.

$$vt_1 + \frac{gt_1^2}{2} = -vt_2 + \frac{gt_2^2}{2} \rightarrow v(t_1 + t_2) = \frac{g}{2}(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)$$

$$v = \frac{g}{2} \cdot (t_2 - t_1) = \frac{g}{2} \cdot \tau \qquad t_2 - t_1 = \tau = 10с$$

$$v = 50\ \frac{м}{с}$$

Согласно условию все осколки летят с одинаковой скоростью v:

$$E = \sum_{i=0}^{N} E_i = \sum_{i=0}^{N} \frac{m_i v^2}{2} = \frac{v^2}{2} \sum_{i=0}^{N} m_i = \frac{m v^2}{2} = \frac{2кг}{2} \cdot \left(50\ \frac{м}{с}\right)^2 = 2500\ Дж$$

Ответ: $v_0 = 10\sqrt{13}\ \frac{м}{с}$; $E = 2500$ Дж

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. Решение:

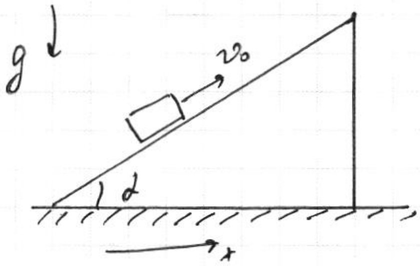
$\alpha = 30^\circ$

$v_0 = 2\ \frac{м}{с}$

$m_ш = m_к \equiv m$

1) $H = ?$

2) $V = ?$



На систему клин-шайба в проекции на ось x не действуют никакие внешние силы → импульс системы в проекции на эту ось сохраняется.

$m v_0 \cos\alpha = m u_{1x} + m u_{2x}$, где m – масса клина (оно по условию равно и массе шайбы);

u_{1x} и u_{2x} – проекции скоростей клина и шайбы соответственно.

Запишем ЗСЭ для системы для того момента времени, когда шайба остановится относительно клина и достигнет максимальной высоты. Пусть в этот момент шайба и клин имеют скорость v в земной СО:

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{2m\cdot v^2}{2} \Rightarrow \frac{v_0^2}{2} = gH + v^2$$

Максимальная высота подъёма шайбы

Из ЗСИ: $m v_0 \cos\alpha = 2mv \to v = \frac{v_0\cos\alpha}{2}$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v^2}{g} = \frac{v_0^2\cos^2\alpha + v_0^2\sin^2\alpha}{2g} - \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{4g} = \frac{2v_0^2\sin^2\alpha + v_0^2\cos^2\alpha}{4g}$$

1) $$H = \frac{2\cdot 4\cdot \frac{1}{4}\ \frac{м^2}{с^2} + 4\cdot\frac{3}{4}\ \frac{м^2}{с^2}}{4\cdot 10\ \frac{м}{с^2}} = \frac{50}{400} = \frac{5}{40}\ м = 0{,}125\ м = 12{,}5\ см$$

2) Энергия системы сохраняется; v_1 – скорость шайбы внизу; v_2 – скорость клина, когда шайба находится внизу. Запишем ЗСЭ и ЗСИ, учитывая то, что на систему в горизонтальном направлении не действуют внешние силы, а сила реакции работы не совершает.

см. продолжение на стр. 3.

№2 (продолжение решения)

Решение:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2 + m v_2^2}{2}$$

$|v_{1x}| = v_1 \cos\alpha$

$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$

$m v_0 \cos\alpha = m v_{1x} + m v_{2x}$

$v_0 \cos\alpha = v_{1x} + v_{2x}$ Если тело едет вправо, нас интересует моменты, когда шайба вернулась в точку старта на клине.

Предположим, что $v_{1x} > 0$; $\underline{v_{2x} > 0}$ - это тогда

$v_{2x} = (v_0 - v_1)\cos\alpha \equiv v_2$

$v_0^2 = \underline{v_1^2} + v_0^2\cos^2\alpha - 2v_1 v_0 \cos\alpha + \underline{v_1^2\cos^2\alpha}$

$v_1^2 \cdot \frac{7}{4} - 2\sqrt{3}\, v_1 - 4\left(\frac{м}{с}\right)^2 = 0$

$$v_1 = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{\cancel{12} + 28}}{7/2} = \frac{4\sqrt{3} \pm 2\sqrt{40}}{7} = \frac{4\sqrt{3} \pm 4\sqrt{10}}{7}$$

+ соответствует положительной проекции v_x

$v_{1+} = 2{,}679 > v_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при таком значении $v_{2x} < 0$, что невозможно

$v_{x-} = \frac{4(\sqrt{3} - \sqrt{10})}{7}$

Таким образом, скорость клина, когда шайба вернётся в точку старта:

$$v_2 = \left(2 + \frac{4(\sqrt{10} - \sqrt{3})}{7}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{м}{с} \approx$$

Ответ:

☑ черновик ☒ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№2 (продолжение решения)

Решение.

$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$

$|v_{1x}| = v_1 \cos\alpha$

$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$

$m v_0 \cos\alpha = m v_{1x} + m v_{2x}$

$v_0 \cos\alpha = v_{1x} + v_{2x}$ клин точно поедет вправо,

Предположим:

$\exists\, v_{1x} > 0$; $v_{2x} > 0$ - это точно.

$v_{2x} = (v_0 - v_1)\cos\alpha$

$v_0^2 = v_1^2 + v_0^2 \cdot \frac{3}{4} - 2v_0 v_1 \frac{\sqrt{3}}{2} + v_1^2 \frac{3}{4}$

$\frac{7}{4}v_1^2 - \frac{1}{4} \cdot 4\frac{м^2}{с^2} - 2\sqrt{3}v_1 \cdot \frac{м}{с} = 0$

$\frac{7}{4}v_1^2 - 2\sqrt{3}v_1 - 1\left(\frac{м}{с}\right)^2 = 0$

$v_1 = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{12 + 7}}{7/2} = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{19}}{7/2}$ Если берём с +,

+ соответствует положительному направлению $v_{1x} \approx \frac{7{,}7 \cdot 2\frac{м}{с}}{7} = 2{,}2 > v_0$.

При таком значении v_{1x} $v_{2x} < 0$, что невозможно → v_{1x} отрицательный,

подходит отрицательный корень $v_{1x} = -\frac{1{,}8}{7} = -0{,}26\ \frac{м}{с}$

Тогда: $v_{2x} = v_2 = (2 + 0{,}26) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \simeq 1{,}92\ \frac{м}{с}$

Ответ: 1) $H = 0{,}125$ м; $v_2 = 1{,}92\ \frac{м}{с}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$v_1^2 \cdot \frac{7}{4} + 2\sqrt{3} v_1 - 1$

$v_1 = -2\sqrt{3} \pm \sqrt{}$

0,4 ·

210
49
259

$\times$ 3,7
3,7
259
111
13,69

1,2 = 0,4 · 3

13,69

13,69 | 3
12 | 4,56
16
15
19

13,69 | 3
12 | 4,563
16
15
19
18
10

$v_0^2 = v_1^2 + v$

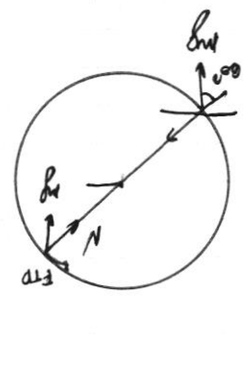
$v_1^2 \cdot \frac{7}{4} + 2\sqrt{3} v_1 - 4$

$\frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{19}}{7/2}$

$-2\sqrt{3} -$

$-3,4 -$

$-3,14$



$N - mg\sin 30^\circ = \frac{mv^2}{r}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№ 3.

Решение.

$R = 1{,}2$ м

$v_0 = 3{,}7\ \frac{м}{с}$

$m = 0{,}4$ кг

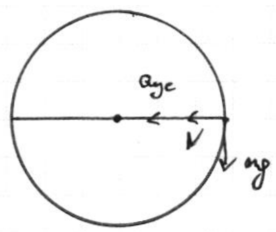
1) $P = ?$

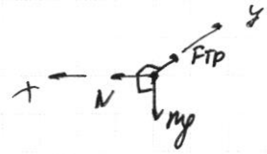
2) $\alpha = \frac{\pi}{6}$

$v_{min} = ?$

$\mu = 0{,}9$

$a_{цс} = \frac{v_0^2}{R}$





Согласно II з-ну Ньютона в проекции на ось x, направленную к центру шара:

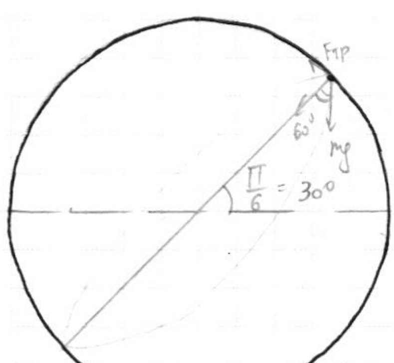
$N = m\frac{v_0^2}{R}$ – сила нормальной реакции;

$F_{тр} = \mu N$ – сила трения

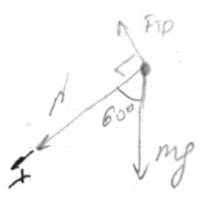
1) $P' = \sqrt{F_{тр}^2 + N^2} = \sqrt{\left(\frac{m(v_0)^2}{R}\right)^2 + \left(\mu\frac{m v_0^2}{R}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{m v_0^2}{R}\right)^2(1+\mu^2)} =$

$= \frac{m v_0^2}{R}\sqrt{1+\mu^2}$ – сила с которой сфера действует на модель. Согласно III-ему з-ну Ньютона $|P'| = |P| = \frac{m v_0^2}{R}\sqrt{1+\mu^2}$

2)



$a_{цс} = \frac{v_{min}^2}{R}$



в проекции на ось x, направленную вдоль силы N:

$m\frac{v_{min}^2}{R} = N + mg\sin\alpha$

~~В проекции на ось, направленную перпендикуляр~~

Для того, чтобы движение, описанное в 2) было возможно, необходимо, чтобы в самой верхней точке своего движения автомобиль ещё касался поверхности сферы $\rightarrow N \geq 0$

Для предельного случая: $N = 0 \rightarrow \frac{m v_{min}^2}{R} = mg\sin\alpha$

$v_{min} = \sqrt{gR\sin\alpha} = \sqrt{10 \cdot 1{,}2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{6}\ \frac{м}{с}$

Ответ: $P = \frac{m v_0^2}{R}\sqrt{1+\mu^2} \simeq \frac{0{,}4кг \cdot 13{,}69\left(\frac{м}{с}\right)^2}{0{,}4 \cdot 3} \cdot \sqrt{1{,}81} = 4{,}56\sqrt{1{,}81}$ Н ; $v_{min} = \sqrt{6}\ \frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 Решение:

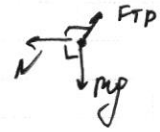
$R = 1{,}2$ м

$V_0 = 3{,}7$ м/с

$m = 0{,}4$ кг

1) $P = ?$

2)

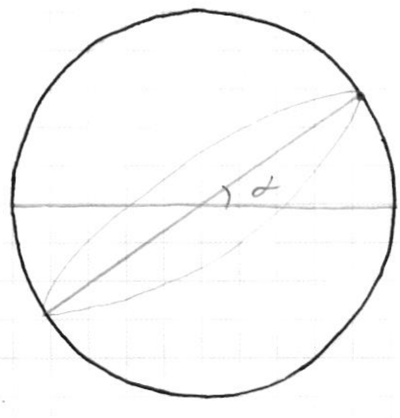


II з-н Ньютона для случая, когда модель движется в горизонтальной плоскости вдоль круга. Её центростремительное ускорение: $a_{ц с} = \frac{v_0^2}{R}$

$N = m\frac{v_0^2}{R}$ – сила реакции со стороны сферы на машину.

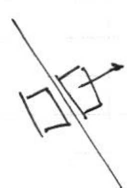
1) Согласно III з-ну Ньютона: $|P| = |N| = m\frac{v_0^2}{R}$

2)



№2.

На стойку в направлении



$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.
Одноатомный газ
$\nu = 1$ моль

$T_{(1)} = T_1$

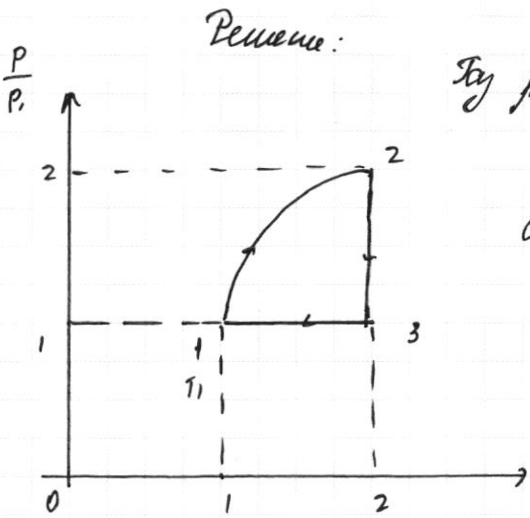
1) $Q = ?$

2) $A = ?$

3) $\eta = ?$

$dA = PdV$

Решение:



Газ расширяется в процессе $1 \to 2$

Согласно I з-ну термодинамики:

$$\delta Q = \delta A + dU$$

Для процесса $1 \to 2$ уравнение состояния газа:

$]P_1 \equiv P$

$P_1V_1 = \nu RT_1$; $P_2V_2 = \nu RT_2$

(1) $P_1V_1 = \nu RT_1$
$2P_1 \cdot 2V_1 = \nu RT_2$ $\Big\} \to T_2 = 4T_1$

Работу газа в процессе $1 \to 2$ найдём как площадь под графиком (она пропорциональна ей):

$$A_{12} = P_1V_1 + \frac{1}{4}\pi P_1V_1 \xrightarrow{(1)} A_{12} = \nu RT_1\left(1 + \frac{1}{4}\pi\right).$$

Изменение внутренней энергии в процессе 1-2: $\Delta U_{12} = C_v \nu R(\underset{4T_1 - T_1}{T_2 - T_1}) = \frac{3}{2}\nu R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2}\nu RT_1$ ($C_v = \frac{3}{2}$ т.к. газ одноатомный).

Тогда из I з-на термодинамики для процесса $1 \to 2$:

1) $Q_{12} \equiv Q = A_{12} + \Delta U_{12} = \nu RT_1\left(1 + \frac{1}{4}\pi\right) + \frac{9}{2}\nu RT_1 = \nu RT_1\left(\frac{11}{2} + \frac{1}{4}\pi\right).$

2) Работа A газа за весь цикл пропорциональна площади под графиком цикла: $A = \frac{1}{4}\pi P_1V_1 = \nu RT_1 \cdot \frac{1}{4}\pi$

3) $\eta = \dfrac{A}{Q_н} = \dfrac{\nu RT_1 \cdot \frac{1}{4}\pi}{\nu RT_1\left(\frac{11}{2} + \frac{1}{4}\pi\right)} = \dfrac{\frac{1}{4}\pi}{\frac{11}{2} + \frac{1}{4}\pi} \simeq \overset{12,4}{\cancel{10,25}}\%$

подведённое к газу кол-во теплоты (в исследуемом процессе $Q_н = Q_{12}$)

Ответ: $Q_{12} = \nu RT_1\left(\frac{11}{2} + \frac{1}{4}\pi\right) \simeq 6,28\nu RT_1$; $A = 0,78RT_1$; $\eta = \overset{12,4}{\cancel{10,25}}\%$
$6,28 RT_1$

В - 10 - 01 2 ряд, 2 место.

№1. τ - время от начала взрыва до падения последнего осколка или время от момента падения первого до падения ~~второго~~ последнего на землю -?

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

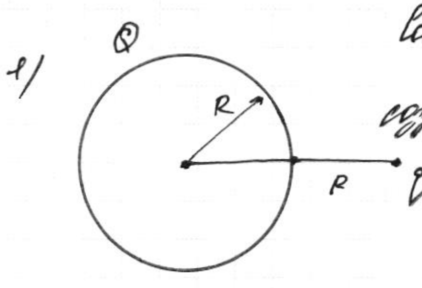
№5.

Решение:

$Q>0$,
(однородно распределён)
R
1) $2R$; $q>0$
1) $F_1 = ?$

2) q однородно распределяют по стержню длин R.
$l_{min} = 2R$

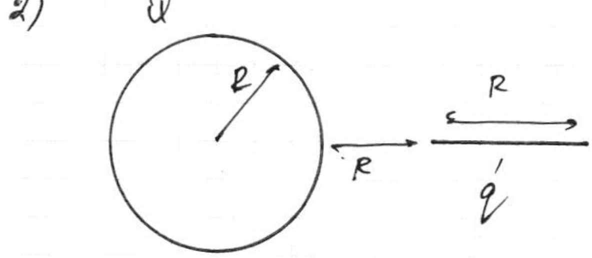
2) $F_2 = ?$

1) 

Согласно th. Гаусса сфера создаёт снаружи поле напряжённостью:
$E = \frac{kQ}{r^2}$, где r – расстояние от центра сферы.

$F = q \cdot E \rightarrow F_1 = \frac{kQq}{(2R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$

заряд отталкивается от сферы.

2) 

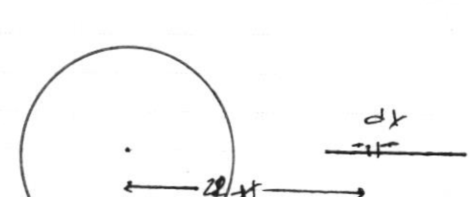
Как и в первом опыте сфера создаёт вне себя поле $E = \frac{kQ}{r^2}$

$\exists\ \lambda$ – линейная плотность заряда стержня: $\lambda = \frac{q}{R}$

Рассмотрим маленький кусочек dx, находящийся на расстоянии $2R + x$ от центра сферы.

Сила, с которой сфера действует на этот кусочек:

$dF = \frac{kQ}{(2R+x)^2} \cdot \frac{q}{R} \cdot dx$



Полная сила, с которой сфера действует на стержень: $F = \int dF = \frac{kQq}{R}\int_0^R \frac{dx}{(2R+x)^2}$

$F = \frac{kQq}{6R^2}$

Значение силы можно было найти и другим способом.
См. решение на обратной стороне листа.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

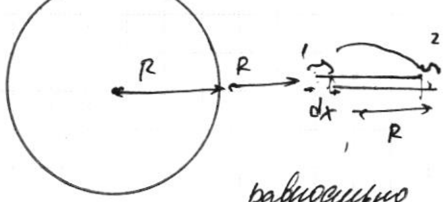
№5. (продолжение решения). Решение.

Рассмотрим работу сил F_2 по перемещению стержня на малое расстояние dx

$dF_2 = qE \cdot dx$; $E = -\frac{d\varphi}{dx}$; φ — потенциал; $W = q \cdot \varphi$ — потенциальная энергия.

Из ЗСЭ:

$$F_2 \cdot dx = -\frac{kQ}{3R} \cdot \frac{q}{R} dx + \frac{kQ}{2R} \cdot \frac{q}{R} \cdot dx$$



$$F_2 = \frac{kQq}{R^2} \cdot \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = \frac{kQq}{6R^2}$$

равносильно тому, что кусочек dx переместили из $1 \to 2$

$W_1 = \frac{kQ}{2R} \cdot \frac{q}{R} \cdot dx$ — начальная потенциальная энергия кусочка

$W_2 = \frac{kQ}{3R} \cdot \frac{q}{R} \cdot dx$

В итоге получили ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решение:

№2.

гладкие горизонтальные поверхность
гладкая поверхность клина.

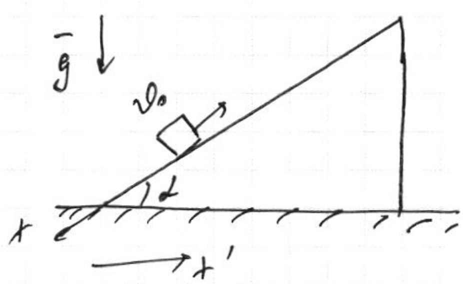
$\alpha = 30^\circ$

$v_0 = 2\ \frac{м}{с}$

$m_ш = m_к = m$

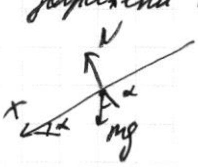
1) $H_{max} = ?$

2) $V = ?$



На систему клин-шайба не действуют никакие внешние силы → энергия системы сохраняется.

Силы, которые действуют на шайбу в процессе её движения изображены на рисунке



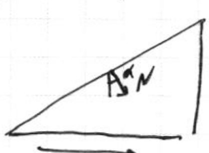
ускорение шайбы вдоль клина:

$m a_x = mg\sin\alpha$

$a_x = g\sin\alpha$

На клин со стороны шайбы действует сила нормальной реакции опоры со стороны шайбы

$N = mg\cos\alpha$



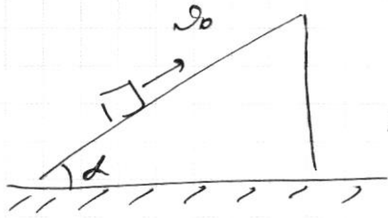
$m_к \cdot x' = N \cdot \sin\alpha = mg\cos\alpha\sin\alpha = \frac{1}{2} mg\sin 2\alpha$

В проекции вдоль клина на шайбу со стороны клина не действуют никакие внешние силы → для движения шайбы вверх по клину не имеет значения то, как клин движется по горизонтали:

$$\frac{v_0^2}{2g\sin\alpha} = H_{max} \text{ (клин не движется вертикально)}$$

$H_{max} =$

ЗСЭ для случая, когда шайба поднимется по клину на максимальную высоту и



$$\frac{m\vartheta^2}{2} = mgH + \frac{2m\vartheta^2}{2}$$

$$m v_0 \cos\alpha = 2m v$$

$$v = \frac{v_0\cos\alpha}{2}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{m v_0^2\cos^2\alpha}{4}$$

$$\frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{4g} = H$$

$$\frac{2v_0^2\sin^2\alpha + 2v_0^2\cos^2\alpha - v_0^2\cos^2\alpha}{4g}$$

$$\frac{2v_0^2\sin^2\alpha + v_0^2\cos^2\alpha}{4g} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} + \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{4g}$$

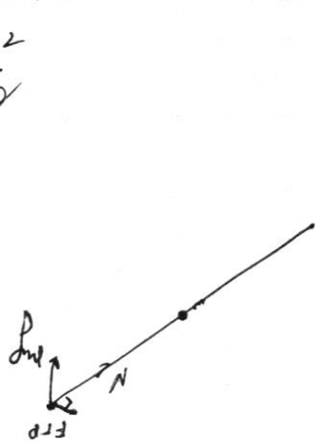
$$\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g\sin\alpha} \qquad \frac{2\cdot 2\cdot \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{20} + \frac{2\cdot 2\cdot \frac{3}{4}}{40}$$

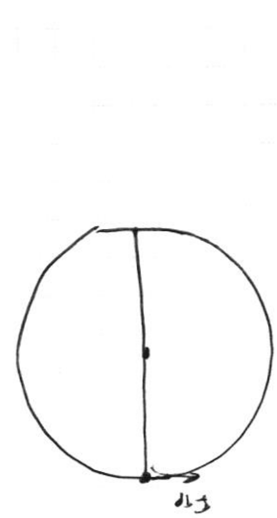
$$\frac{1}{20} + \frac{3}{40} = \frac{5}{40}$$

$$\frac{2\cdot 2\cdot \frac{1}{4}}{2\cdot 10\cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$





☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{3} = 1{,}7$

$v_0^2 = v_1^2 \cos^2\alpha$

$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$ $\quad v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$

$v_0\cos\alpha = v_{1x} + v_{2x}$

v_0

$v_{1x} = v_0\cos\alpha - v_{2x}$

$v_0\cos\alpha =$

v_0^2 $\quad v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$

$\cancel{v_0 \cos\alpha = v_{1x}^2}$

$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$

$v_0^2 = v_1^2 + (v_0 - v_1)^2\cos^2\alpha$

$v_0\cos\alpha = v_1\cos\alpha + v_2$

$v_2 = (v_0 - v_1)\cos\alpha$

$v_0^2 = v_1^2 + v_0^2\cos^2\alpha + v_1^2\cos^2\alpha - 2v_0v_1\cos^2\alpha$

$v_0^2\sin^2\alpha = v_1^2(1+\cos^2\alpha) - 2v_0v_1\cos^2\alpha$

$v_1^2(1+\cos^2\alpha) - 2v_0v_1\cos^2\alpha - v_0^2\sin^2\alpha = 0$

$$v_1 = \frac{2v_0\cos^2\alpha \pm \sqrt{4v_0^2\cos^4\alpha + 4\cdot(1+\cos^2\alpha)v_0^2\sin^2\alpha}}{2(1+\cos^2\alpha)}$$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2 \quad 4\cdot 3 \quad 4\cdot\frac{7}{4}\cdot 4$

$\frac{3}{4}+1 = \frac{4+3}{4}$

$4\cdot 3 = 12 \quad 4\cdot\frac{7}{4}\cdot 4$

$\frac{1}{2}$

4 4 1	4 2 3	1 9 3
4 9	1 8	1 9
0 8	4 4 1	1 7 1
	1 8	1 9
	1 8	1 9

1 1 9	4 8 9
4 9	1 7
4 0	1 1 9
	1 7
	1 7

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$v_0^2\cos^2\alpha + v_0^2\sin^2\alpha = v_1^2 + v_2^2$

$v_0^2\cos^2\alpha = v_{1x}^2 + 2v_{1x}v_{2x} + v_{2x}^2$

$v_0^2\cos^2\alpha = v_1^2\cos^2\alpha + 2v_{1x}v_{2x} + v_{2x}^2$

$v_0^2\cos^2\alpha + v_0^2\sin^2\alpha = v_1^2 + v_2^2$

$v_0^2\cos^2\alpha = v_1^2\cos^2\alpha + 2v_{1x}v_{2x} + v_2^2$

$v_0^2\sin^2\alpha = v_1^2\sin^2\alpha - 2v_{1x}v_{2x}$

$\frac{4(\sqrt{3}+\sqrt{10})}{7}$

$\frac{4(\sqrt{3}-\sqrt{10})}{7}$

0,571 ·

$1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$

$1{,}7 \times 1{,}7$

$0{,}571 \cdot (3 + 1{,}7)$

$5{,}5 + 0{,}78$

$0{,}78 + 0{,}50 = 1{,}28$

$65 \times 2 = 130$

$3{,}14 : 4 = 0{,}78$

$4 : 7 = 0{,}571$

$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$\alpha = 30°$

$v_0 = 2\ \frac{м}{с}$

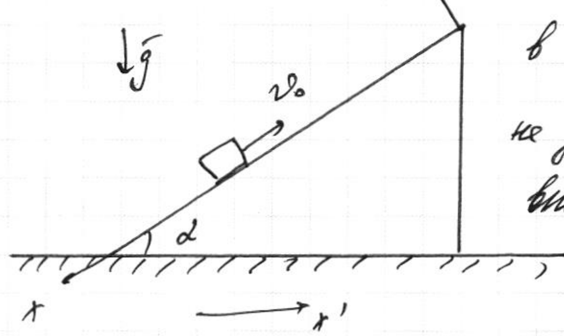
$m_ш = m_{кл} = m$

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

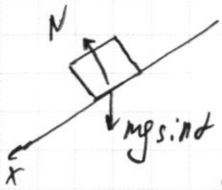
1) $H = ?$

2) $v_1 ?$

Решение:



На систему шайба-клин в проекции на ось x' не действуют никакие внешние силы → импульс в проекции на эту ось y системы сохраняется: $mv_0\cos\alpha = mu_{1x'} + mu_{2x'}$, где $u_{1x'}$ и $u_{2x'}$ – проекции скоростей шайбы и клина соответственно.



На движение шайбы вдоль клина относительно клина не влияет взаимодействие шайбы с клином.

Ускорение шайбы вдоль оси x: $ma_x = mg\sin\alpha \to a_x = g\sin\alpha$

$1 - \frac{3}{4}$

$v_{2x} = (2v_0 + v_1)\cos\alpha$ 4.

$\underline{v_0^2} = \underline{v_1^2} + \underline{v_0^2\cos^2\alpha} + 2 \cdot 2 v_0 v_1 \cos\alpha + v_1^2\cos^2\alpha$

$v_0^2 = \frac{7}{4}v_1^2 + \qquad + 2 \cdot \cancel{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} v_1$

$4 \cdot \frac{3}{4} - 4$

3,4

1,7 · 2

3,4 + 3,4 = 3,4 · 2 = 6,8 | 7

3,4 + 3,4 = 7,7

1,8 | 7 = 0,25

3,4

4,3 − 3,4 = 0,9

4,2 · 4,2 = 17,64

4,3 · 4,3 = 18,49

4,4 · 4,4 = 19,36

4,5

1,8 | 7 = 0,258