Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

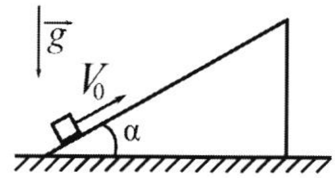
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

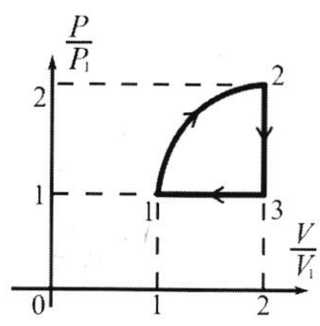
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

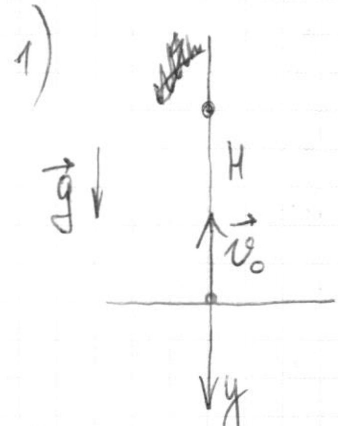
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

1)

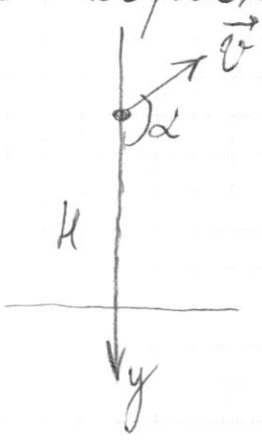


$$y:\ S_y = \frac{0^2 - (v_{0y})^2}{2g_y}$$

$$-H = \frac{-(-v_0)^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 65м} = 10\sqrt{13}\ \frac{м}{с} \approx 36\ \frac{м}{с}$$

2) Рассмотрим один из осколков, вылетающий под углом α к вертикали (Oy) со скоростью v.



$$y:\ H = v_y t + \frac{g_y t^2}{2}$$

$$H = v\cos\alpha\, t + \frac{g t^2}{2}$$

$$gt^2 + 2v\cos\alpha\, t - 2H = 0$$

$$t = \frac{-v\cos\alpha \pm \sqrt{v^2\cos^2\alpha + 2gH}}{g}$$

$$t>0 \Rightarrow \quad t(\alpha) = \frac{-v\cos\alpha + \sqrt{v^2\cos^2\alpha + 2gH}}{g}$$

~~При $\alpha > 90°$, т.е. $\cos\alpha < 0$ функция (т.к.) ... $t(\alpha)$ ..., т.к. $-\cos\alpha$~~

При $\alpha > 90°$, т.е. $\cos\alpha < 0$, функция $t(\alpha)$ ↑(т.к.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

тогда $-\cos\alpha\uparrow\uparrow$ и $\cos^2\alpha\uparrow\uparrow$).
При $\alpha\le 90^\circ$, т. е. $\cos\alpha\ge 0$ функция

$$t(\alpha)=\frac{-v\cos\alpha+\sqrt{v^2\cos^2\alpha+2gH}}{g}=\frac{2gH}{\left(v\cos\alpha+\sqrt{v^2\cos^2\alpha+2gH}\right)g}$$

тоже возрастающая (т.к. функции $\cos\alpha$ и $\cos^2\alpha$ будут убывающими)
Итого, $t(\alpha)\uparrow\uparrow$, значит за t_{min} до земли долетит осколок, начальная скорость которого направлена вертикально вниз ($\alpha=0$), а за t_{max} до земли долетит осколок, начальная скорость которого направлена вертикально вверх ($\alpha=180^\circ$)

$$t_{max}=\frac{v+\sqrt{v^2+2gH}}{g}$$

$$t_{min}=\frac{-v+\sqrt{v^2+2gH}}{g}$$

$$\tau=t_{max}-t_{min};\quad \tau=\frac{2v}{g}$$

$$\Rightarrow v=\frac{g\tau}{2}$$

Кинетическая энергия одного осколка

$$K_i=\frac{m_i v^2}{2}\quad\Rightarrow K=\sum K_i=\frac{mv^2}{2}=$$

$$=\frac{mg^2\tau^2}{8}$$

$$K=\frac{2\text{кг}\cdot\left(10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)^2\cdot(10\text{с})^2}{8}=2{,}5\text{ кДж}$$

Ответ: 1) $36\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
2) 2,5 кДж

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

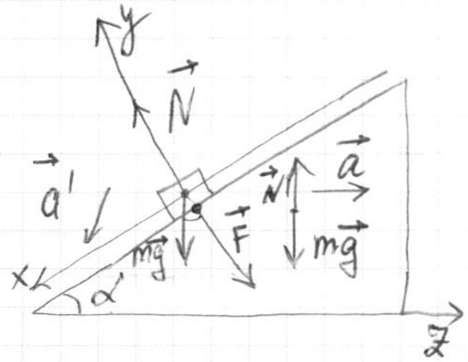
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2.



Пусть шайба двигается с ускорением $\vec{a_1}$ относительно клина. Клин двигается с ускорением $\vec{a}$.

Тогда в лабораторной СО ускорение шайбы $\vec{a'} = \vec{a_1} + \vec{a}$

По II з.Н. (для клина):

$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} = m\vec{a}$

$OZ: \ F\sin\alpha = ma$

По III з.Н. $\vec{F} = -\vec{N} \Rightarrow N = F = \frac{ma}{\sin\alpha}$

По II з.Н. (для шайбы):

$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a'}$

$$\begin{cases} OX: \ mg\sin\alpha = m(a_1 - a\cos\alpha) \\ OY: \ -mg\cos\alpha + N = -ma\sin\alpha \end{cases}$$

$$-mg\cos\alpha + \frac{ma}{\sin\alpha} + ma\sin\alpha = 0$$

$$a = g\,\frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{1+\sin^2\alpha}$$

$$a_1 = g\sin\alpha + a\cos\alpha = g\left(\frac{\sin\alpha + \sin^3\alpha + \sin\alpha\cos^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}\right) =$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$= g\dfrac{2\sin\alpha}{1+\sin^2\alpha}$

Пройденное шайбой расстояние $S = \dfrac{v_0^2}{2a_1}$.

$$H = \frac{v_0^2}{2a_1}\sin\alpha = \frac{v_0^2}{2\cdot 2g\sin\alpha}(1+\sin^2\alpha)\sin\alpha =$$

$$= \frac{v_0^2}{2\cdot 2g}(1+\sin^2\alpha)$$

$$H = \frac{\left(2\frac{м}{с}\right)^2}{2\cdot 2\cdot 10\frac{м}{с^2}}\cdot(1+\sin^2 30^\circ) = \frac{4}{2\cdot 20}\cdot\frac{5}{4}\,м = 0{,}125\,м$$

2) Шайба оказалась в верхней точке через время $t = \dfrac{v_0}{a_1}$.

Шайба вернется в начальное положение еще через время t. Итого, скорость клина будет равна:

$$v = a\cdot 2t = g\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cancel{1+\sin^2\alpha}}\cdot 2\frac{v_0}{g\,2\sin\alpha}\cancel{(1+\sin^2\alpha)} =$$

$$= v_0\cos\alpha$$

$$v = 2\frac{м}{с}\cdot\cos 30^\circ = \left(2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{м}{с} = \sqrt{3}\,\frac{м}{с} \approx 1{,}7\,\frac{м}{с}$$

Ответ: 1) 0,125 м

2) $1{,}7\,\frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

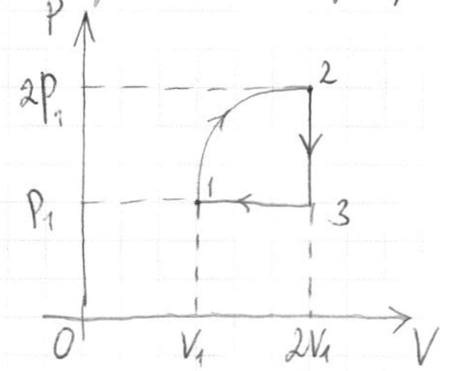
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4.

Изобразим график в координатах PV.



Запишем ур. Менделеева – Клапейрона для состояний 1, 2 и 3 (ν – кол-во газа; $\nu = 1$ моль)

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ 2p_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2 \\ p_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_3 \end{cases}$$

$\Rightarrow T_2 = 4T_1;\ T_3 = 2T_1$

1) По I началу термодинамики:

Для процесса 1-2: $Q = A_{1-2} + \Delta U_{1-2}$

$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R \cdot 3T_1$

Работа A_{1-2} может быть вычислена как площадь под графиком процесса 1-2 $P(V)$:

$A_{1-2} = P_1 V_1 (1 + \frac{1}{4}\pi) = (1 + \frac{\pi}{4})\nu R T_1$

$Q = (1 + \frac{\pi}{4})\nu R T_1 + \frac{9}{2}\nu R T_1 = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1 \approx$

~~$\approx (5,5 + \frac{3,14}{4}) \cdot 1$ моль $\cdot\ 8,31 \frac{Дж}{моль}$~~

$\approx 6,285\,\nu R T_1$

2) $A = \frac{\pi}{4} \cdot p_1 V_1 = \frac{\pi}{4}\nu R T_1 \approx 0,785\,\nu R T_1$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

3) На участке 1-2: $A_{1-2} > 0$; $\Delta U_{1-2} > 0 \Rightarrow Q_{1-2} > 0$;
На участке 2-3: $A_{2-3} = 0$; $\Delta U_{2-3} < 0 \Rightarrow Q_{2-3} < 0$;
На участке 3-1: $A_{3-1} < 0$; $\Delta U_{3-1} < 0 \Rightarrow Q_{3-1} < 0$.

$$\eta = \frac{Q_{пол.}}{Q_{затр.}} = \frac{Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-1}}{Q_{1-2}}$$

$$Q_{1-2} = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1$$

$$Q_{2-3} = A_{2-3} + \Delta U_{2-3} = 0 + \frac{3}{2}\nu R(2T_1 - 4T_1) = -3\nu R T_1$$

$$Q_{3-1} = A_{3-1} + \Delta U_{3-1} = -p_1 V_1 + 0 = -\nu R T_1$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1 - 3\nu R T_1 - \nu R T_1}{\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1} = \frac{5{,}5 + \frac{\pi}{4} - 4}{5{,}5 + \frac{\pi}{4}} =$$

$$= \frac{1{,}5 + \frac{\pi}{4}}{5{,}5 + \frac{\pi}{4}} = \frac{6 + \pi}{22 + \pi} \approx \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0{,}36 \ (36\%)$$

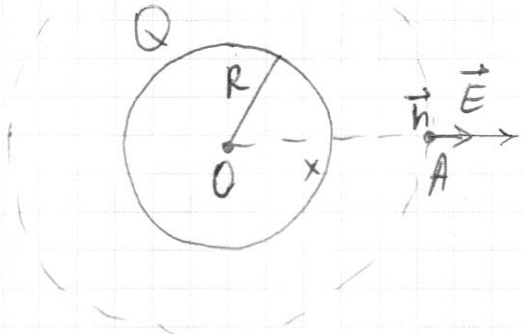
Ответ: 1) $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{11}{2}\right)\nu R T_1 \approx 6{,}285\,\nu R T_1$

2) $\frac{\pi}{4}\nu R T_1 \approx 0{,}785\,\nu R T_1$

3) 36%

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5.



Рассмотрим т. A, находящуюся на расстоянии X от центра заряженной сферы O $(X > R)$.

Найдем напряженность в этой точке E.

Выберем замкнутую поверхность - сфера с центром O и радиусом X. Тогда по т. Гаусса суммарный поток через неё

$N = 4\pi k Q$

По определению $N_i = S_i E \cdot \cos\alpha$, где α - угол между $\vec{E}$ и вектором нормали к площадке.

$\cos\alpha = 1$

Если просуммировать все N_i (E из симметрии в каждой точке сферы одинаковая по модулю), то

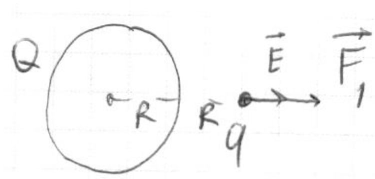
$N = 4\pi X^2 \cdot E$

$$4\pi k Q = 4\pi X^2 E \rightarrow E = \frac{kQ}{X^2}$$

1) На заряженный шарик действует сила

$\vec{F_1} = q\vec{E}$

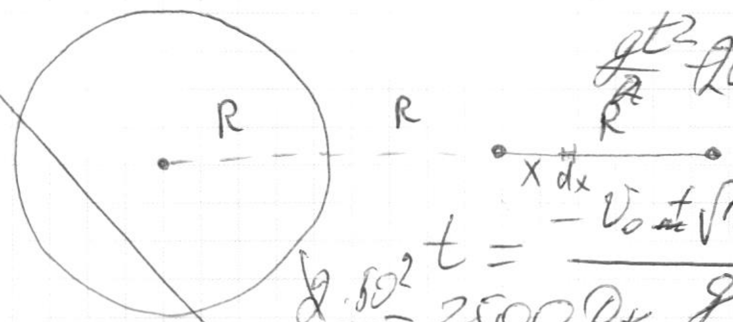
$$F_1 = q \cdot \frac{kQ}{(2R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$$



2)

$H = V_0 t + \frac{gt^2}{2}$

$gt^2 + 2V_0 t - 2H$



$t = \frac{-V_0 \pm \sqrt{V_0^2 + 2gH}}{g}$

$\frac{10 \cdot 10}{2} = 50$

$\frac{2 \cdot 50^2}{2} = 2500 D_x$

Рассмотрим маленький отрезок стержня длиной dx на расстоянии x от ближайшего к сфере конца стержня. На него действует сила $dF_2 = dq \cdot E$

Заряд отрезка стержня $dq = \frac{dx}{R} q$

$\frac{4}{10^2} = \frac{1}{8}$

$E = \frac{kQ}{(2R+x)^2}$

$dF_2 = \frac{kQ\,dx}{R(2R+x)^2} q$

Значит,

$F_2 = \int_0^R \frac{kQq}{R} \frac{dx}{(2R+x)^2} = \frac{kQq}{R} \int_0^R \frac{1}{(2R+x)^2} dx =$

$= \frac{kQq}{R} \int_{2R}^{3R} \frac{1}{x^2} dx$

$\int x = \frac{x^2}{2}$

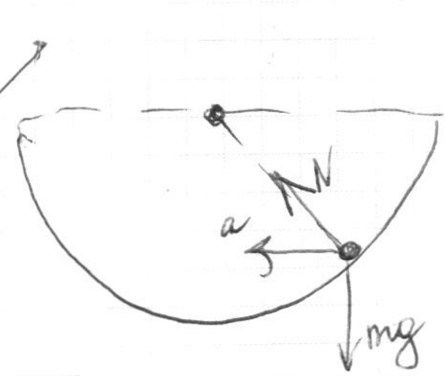
$\int x^{-2} = \frac{x^{-1}}{-2}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$a^2 + b^2 \le 2$

$a + b \le 2\sqrt{ab}$

$\cos\alpha > 0$



$2H = gt^2 - 2V\cos\alpha t$

$gt^2 - 2V\cos\alpha t - 2H = 0$

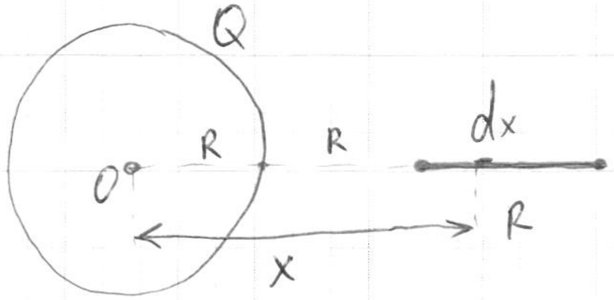
$t = \frac{V\cos\alpha \pm \sqrt{V^2\cos^2 + 2gH}}{2g}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



Рассмотрим маленький отрезок стержня длиной dx на расстоянии x от центра сферы. На него действует сила $dF_2 = dq \cdot E$.

Заряд отрезка стержня $dq = \frac{dx}{R} q$

$$E = \frac{kQ}{x^2}$$

$$dF_2 = \frac{kQ}{x^2} \frac{dx}{R} q \quad \text{Значит,}$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} \frac{kQq}{R} \frac{dx}{x^2} = \frac{kQq}{R} \int_{2R}^{3R} \frac{1}{x^2} dx =$$

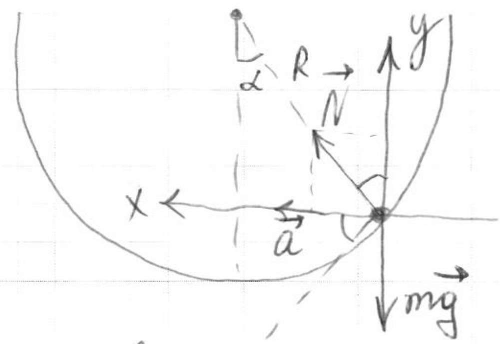
$$= \frac{kQq}{R} \cdot \frac{-1}{x}\Big|_{2R}^{3R} = -\frac{kQq}{R}\left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{2R}\right) = \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ: 1) $\frac{kQq}{4R^2}$

2) $\frac{kQq}{6R^2}$

Задача №3.

1)



По II з. Н.:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\begin{aligned} OX&: \begin{cases} N\sin\alpha = ma \\ -mg + N\cos\alpha = 0 \end{cases} \\ OY&: \end{aligned}$$

$$a = \frac{v^2}{R\sin\alpha} \quad ;$$

$$\cancel{N = \sqrt{(N\sin\alpha)^2 + (N\cos\alpha)^2} = A}$$

$$\begin{cases} N\sin^2\alpha = m\frac{v^2}{R} \\ N\cos\alpha = mg \end{cases} \qquad N(1-\cos^2\alpha) = \frac{mv^2}{R}$$

$$N\left(1 - \frac{m^2g^2}{N^2}\right) = \frac{mv^2}{R}$$

$$N^2 - m^2g^2 = \frac{mv^2}{R}N$$

$$N^2 - \left(\frac{mv^2}{R}\right)N - m^2g^2 = 0$$

$$N = \frac{\frac{mv^2}{R} \pm \sqrt{\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + 4m^2g^2}}{2} \quad ; \quad N > 0 \Rightarrow$$

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{mv^2}{R} + \sqrt{\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + 4m^2g^2}\right)$$

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{0{,}4\,кг \cdot \left(3{,}7\,\frac{м}{с}\right)^2}{1{,}2\,м} = \frac{3{,}7^2}{3}\,Н \approx 1{,}23\cancel{3} \cdot 3{,}7\,Н \approx \cancel{4{,}5}$$

$$\approx 4{,}551\,Н$$

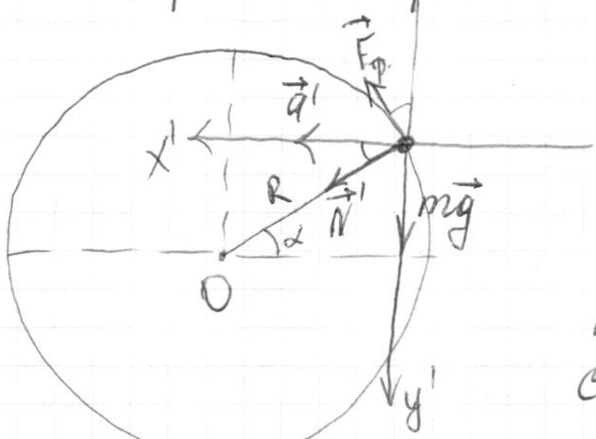
$$4m^2g^2 = 4 \cdot \left(0{,}4\,кг \cdot 10\,\frac{Н}{кг}\right)^2 = 64\,Н$$

$$N \approx \frac{1}{2}\left(4{,}551\,Н + \sqrt{(4{,}551)^2 + 64}\,Н\right) \approx \frac{1}{2}(4{,}55 + 9)\,Н \approx 6{,}78\,Н$$

По III з.Н.: $\vec{N} = -\vec{P} \Rightarrow P = N$

$P = 6{,}78\,H$

2) Чтобы мог так двигаться он не должен падать при прохождении верхней точки траектории.



(Сила трения будет иметь 2 компоненты: $\vec{F}_{тр.}'$ – направленная против скорости (ее уравновешивает сила двигателя $\vec{F}$) и $\vec{F}_{тр}$ – лежащая в одной вертикальной плоскости с $m\vec{g}$ и $\vec{N}'$).

По II з.Н.: $m\vec{g} + \vec{N}' + \vec{F}_{тр.} + \vec{F} + \vec{F}_{тр.}' = m\vec{a}'$

$$\begin{aligned} OX'&: \\ OY'&: \end{aligned} \begin{cases} N'\cos\alpha + F_{тр.}\sin\alpha = ma' \\ -mg - N'\sin\alpha + F_{тр.}\cos\alpha = 0 \\ F_{тр.} = \mu N' \end{cases}$$

(в критическом случае с min скоростью сила трения будет максимальной).

$$-mg - N'\sin\alpha + \mu N'\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow N' = \frac{mg}{\mu\cos\alpha - \sin\alpha}$$

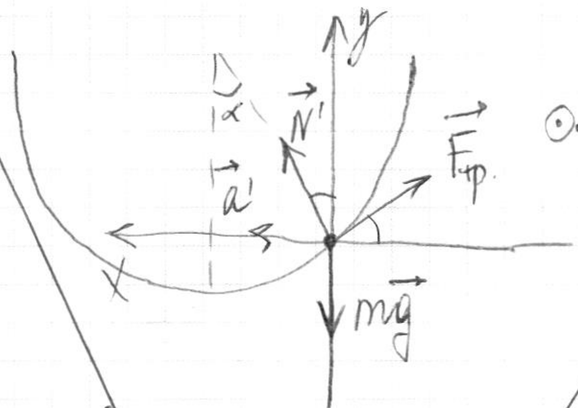
$$ma' = N'\cos\alpha + \mu N'\sin\alpha \Rightarrow a' = g\,\frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\mu\cos\alpha - \sin\alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) По III з.Н. $\vec{N} = -\vec{P} \rightarrow P = N$

$P = 6,78\ H$

2)



Сила трения имеет 2 компоненты: $\vec{F}_{тр.}$, лежащая в плоскости сил $m\vec{g}$ и $\vec{N'}$ и $\vec{F}_{тр.}'$, направленная против скорости (ее уравновешивает сила двигателя $\vec{F}$)

По II з.Н.: $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{тр.}' + \vec{F}_{тр.} + \vec{N'} = m\vec{a}$

$$\begin{cases} OX: N'\sin\alpha - F_{тр.}\cos\alpha = ma' \\ OY: -mg + N'\cos\alpha + F_{тр.}\sin\alpha = 0 \\ F_{тр.} = \mu N' \end{cases}$$

$-mg + N'\cos\alpha + \mu N'\sin\alpha = 0$

$\Rightarrow N' = \dfrac{mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$

$ma' = N'\sin\alpha - \mu N'\cos\alpha$

$a' = g\,\dfrac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a' = \frac{v_{min}^2}{R\sin\alpha}$$

$$\frac{v_{min}^2}{R\sin\alpha} = g\,\frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\mu\cos\alpha - \sin\alpha}$$

$$v_{min} = \sqrt{gR\sin\alpha\,\frac{1+\mu\,tg\alpha}{\mu - tg\alpha}}$$

$$v_{min} = \sqrt{10\,\frac{м}{с^2}\cdot 1{,}2м\cdot\frac{1}{2}\;\frac{1+0{,}9\cdot}{}}$$

$$v_{min} = \sqrt{gR\sin\alpha\,\frac{ctg\alpha + \mu}{\mu\,ctg\alpha - 1}}$$

$$v_{min} = \sqrt{10\,\frac{м}{с^2}\cdot 1{,}2м\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}+0{,}9}{\sqrt{3}\cdot 0{,}9 - 1}} \approx$$

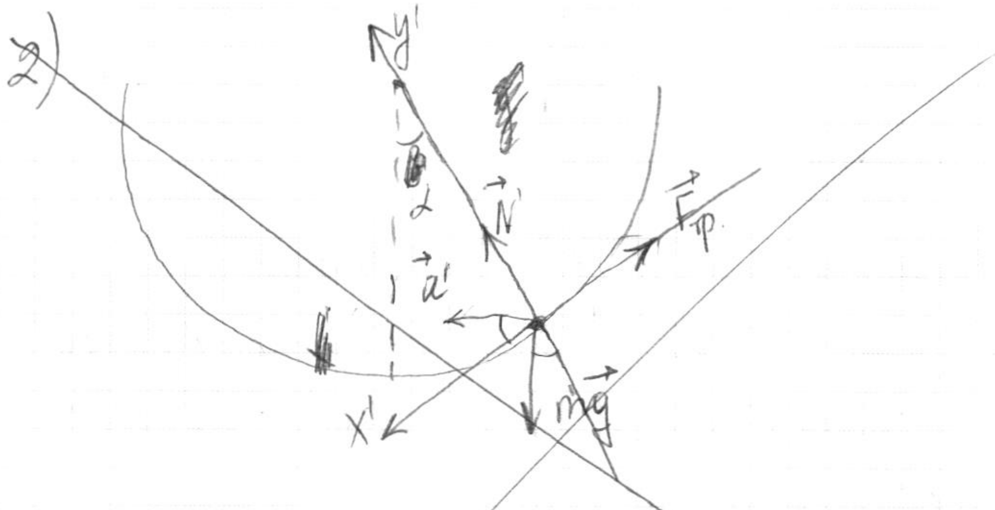
$$\approx \sqrt{6\cdot\frac{1{,}73+0{,}9}{1{,}73\cdot 0{,}9-1}} = \sqrt{6\cdot\frac{2{,}63}{0{,}557}}\,\frac{м}{с} = \sqrt{\frac{15{,}78}{0{,}56}}\,\frac{м}{с} \approx$$

$$\approx \sqrt{28}\,\frac{м}{с} \approx 5{,}3\,\frac{м}{с}$$

Ответ: 1) 6,78Н
2) $5{,}3\ \frac{м}{с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



При минимальной возможной скорости $F_{тр.}$ – max, направлена по касательной к поверхности и лежит в плоскости сил $m\vec g$ и $\vec N'$.

По II з.Н.: $m\vec g + \vec N' + \vec F_{тр.} = m\vec a'$

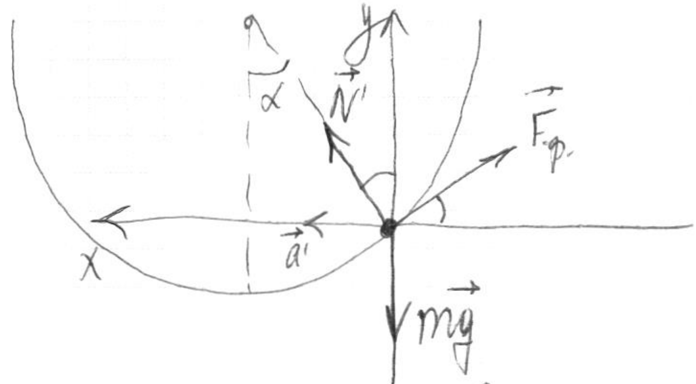
OX': $mg\sin\alpha - F_{тр.} = ma'\cos\alpha$

OY': $-mg\cos\alpha$

По III з.Н. $\vec N = -\vec P \Rightarrow P = N$

$P = 6{,}78$ Н

2) Задача



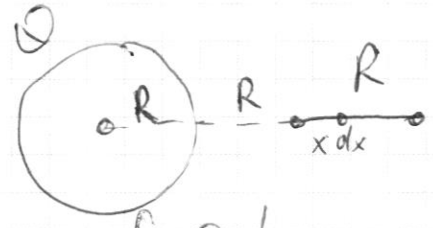
При минимально возможной скорости сила трения будет max, направлена вдоль касательной к поверхности и будет лежать в плоскости сил $m\vec{g}$ и $\vec{N'}$.

По II з.Н.: $m\vec{g} + \vec{N'} + \vec{F}_{тр.} = m\vec{a'}$

$$\begin{cases} OX: -F_{тр.}\cos\alpha + N'\sin\alpha = ma' \\ OY: -mg + N'\cos\alpha + F_{тр.}\sin\alpha = 0 \\ F_{тр} = \mu N \end{cases}$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

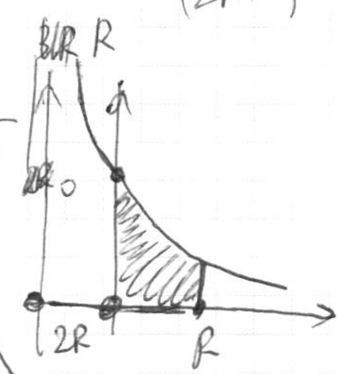
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$$\int_{2R}^{3R} \frac{1}{x^2}\,dx$$

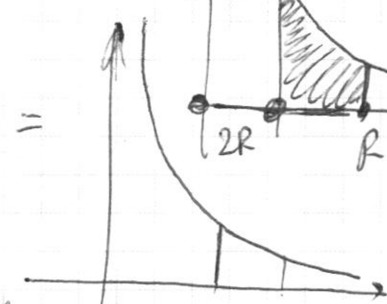
$$dF = \int \frac{kQ\,dq}{(2R+x)^2} = \frac{kQ\,dx\,q}{R\,(2R+x)^2} = \frac{kQq}{R}\frac{1}{(2R+x)^2}dx \qquad \frac{1}{(2R+x)^2}$$

$$F = \frac{kQq}{R}\int (2R+x)^{-2}dx = \frac{kQq}{R}\int \frac{-1}{2R+x}$$

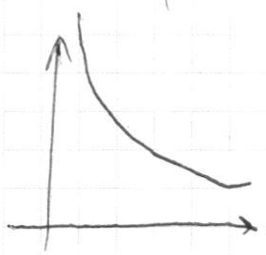


$\cancel{\int f(g(x))}$ $\cancel{f(x)dx = x}$

$\cancel{f(x)' = (2R+x)^{-1}}$ $\quad q =$

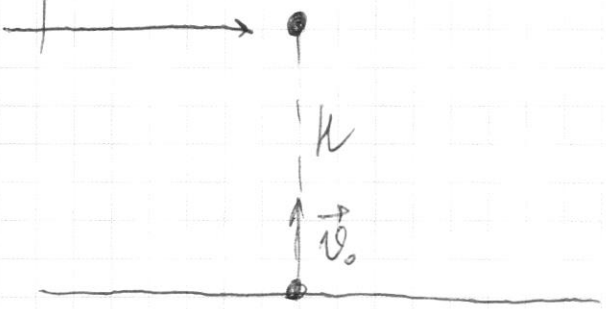


$$(2R+x)^{-1\,'} = (2R+x)' \cdot (2R$$



$$(x^n)' = n\,x^{n-1}$$

$$3{,}14 \,|\, 4 \quad 0{,}785$$



$$\int (2R+x)^{-2}dx =$$

$$\left((2R+x)^{-1}\right)' = -1\,(2R+x)^{-2}\,dx$$

$$f(x)' = g(x) \iff \int g(x) = f(x)$$

$5{,}500 + 0{,}785 = 6{,}285$

1) $P_1, V_1, T_1 \longrightarrow$ 2) $2P_1;\ 2V_1;\ 4T_1;$ 3) $P_1;\ 2V_1;\ 2T_1$

$Q = \Delta U + A = \nu R \cdot 3T_1 +$

I начало

$\frac{1}{4}\pi R^2 \quad 5{,}5 + \frac{3{,}14}{4} \approx$

$\frac{1}{4}\pi R^2$

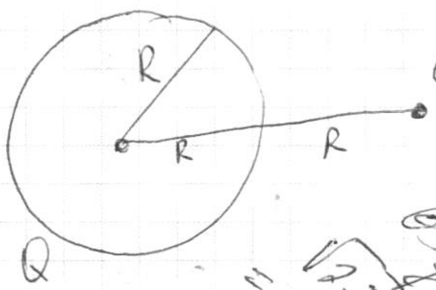
$1 + \frac{1}{4}\pi$

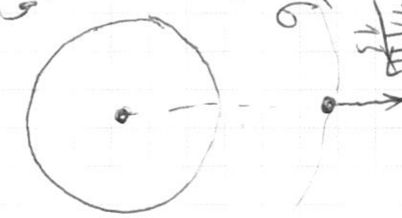
$0{,}785 + 5{,}5 =$
$= 6$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

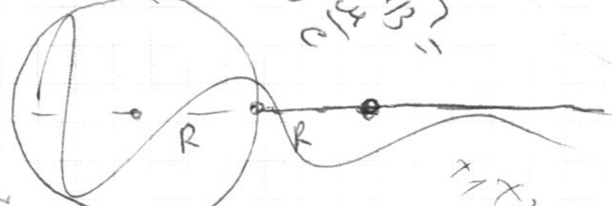




$$E = \frac{kQ}{(2R)^2}$$

$N = E$

$9 + 4{,}55 = 13{,}55$



$$kQ = E\cdot(2R)^2$$

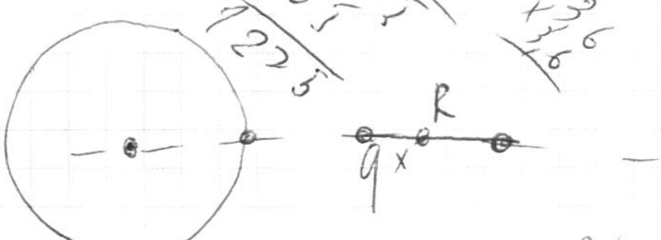
$$E = \frac{kQ}{(2R)^2}$$

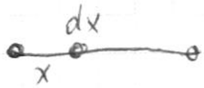
$$F = \frac{kQq}{(2R)^2}$$

$ma' = N\cos\alpha + F_{тр}\sin\alpha$

$a = \frac{v^2}{R}$

$N - mg\cos\alpha = ma\sin\alpha$





ρ — лин. пл. зар

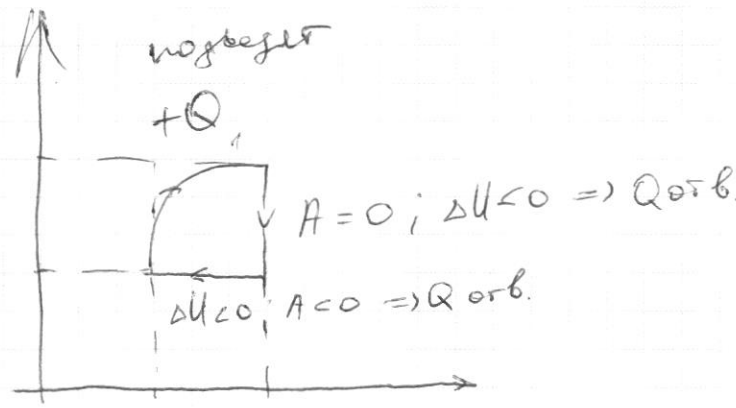
$$dF = \frac{kQ\,dx\,q}{R\cdot(2R+x)^2} \qquad \int x\,dx = \frac{x^2}{2} \qquad \int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$mg\cos\alpha + N =$

$$F = \int \frac{kQq}{R}\cdot\frac{dx}{(2R+x)^2} = \frac{kQq}{R}\int\frac{1}{(2R+x)^2}\,dx =$$

$$= \frac{kQq}{R}\int(2R+x)^{-2}\,dx = \frac{kQq}{R}$$

$$\int(2R+x)^{-2}\,dx = (2R+x)'\cdot\frac{(2R+x)^{-1}}{-1}\,dx$$



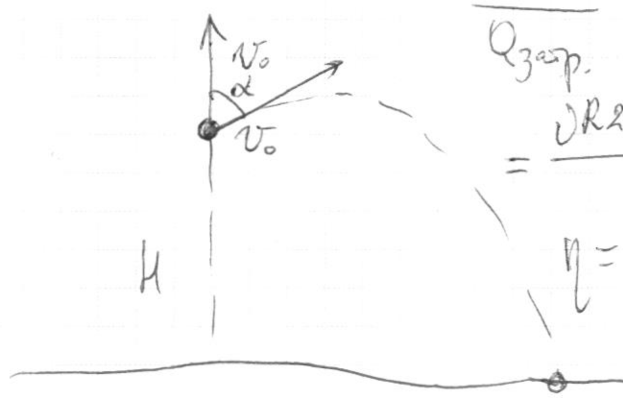
$\frac{9}{25} = \frac{36}{}$

$$\frac{Q_{пол.}}{Q_{затр.}} = \frac{Q_2 + Q_3}{Q_1} =$$

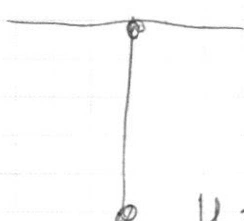
$$= \frac{\nu R 2T + \nu R T +}{}$$

$$\eta = \frac{Q_{пол.}}{Q_{затр.}} = \frac{Q_{под} - Q_{отв.}}{Q_{под.}} =$$

$$= 1 - \frac{Q_{отв.}}{Q_{под.}}$$



$ma + ma\sin^2\alpha = mg\cos\alpha\sin\alpha$



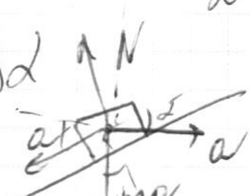
$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\cancel{H = v_0\cos\alpha\, t}$$

$$v_0 t + \frac{gt^2}{2} = H$$

$$H = -v_0\cos\alpha\, t + \frac{gt^2}{2}$$

$\cos\alpha$



$$\frac{gt^2}{2} - 2 v_0\cos\alpha\, t - 2H = 0$$

$$t = \frac{v_0\cos\alpha \pm \sqrt{(v_0\cos\alpha)^2 + 2gH}}{2g}$$

$$\frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{2g} \le \frac{v_0\cos\alpha + \sqrt{v_0^2\cos^2\alpha + 2gH}}{2g} \le \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{2g}$$

$N = S \cdot E \cdot \cos\alpha$

$N_i = S_i \cdot E\cos\alpha$

$N = 4\pi R^2$

$\cos\alpha_0$

$$t_{min} = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{2g}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

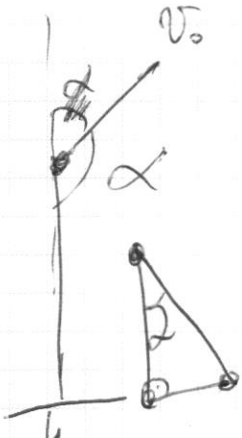
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$g\sin\alpha + g\frac{\sin\alpha\cos^2\alpha}{1+\sin^2\alpha} = \sin\alpha+\sin^3\alpha+\sin\alpha\cos^2\alpha$$



$$H = \frac{gt^2}{2} + V_0\cos\alpha\, t$$

$$gt^2 + 2V_0\cos\alpha\, t - 2H = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-V_0\cos\alpha + \sqrt{V_0^2\cos^2\alpha + 2gH}}{g} =$$

При $\cos\alpha >$ t_1

При $\cos\alpha > 0$ t'

$$= \frac{\left(-V_0\cos\alpha + \sqrt{V_0^2\cos^2\alpha + 2gH}\right)\left(\sqrt{} + V_0\cos\alpha\right)}{g\left(\sqrt{} + V_0\cos\alpha\right)} =$$

$$\frac{\cancel{V_0^2\cos^2\alpha} + 2gH - \cancel{V_0^2\cos^2\alpha}}{g\left(\sqrt{V_0^2\cos^2\alpha + 2gH} + V_0\cos\alpha\right)}$$

$$\frac{2\cdot 10000}{\cancel{8}\,4} = 2500$$

$N\sin^2\alpha = m\frac{v^2}{R}$

$N\cos\alpha = mg$

$N(1-\sin^2\alpha) = \frac{m^2g^2}{N}$

$N(1-\cos^2\alpha) = m\frac{v^2}{R}$

$N\left(1-\left(\frac{mg}{N}\right)^2\right) = m\frac{v^2}{R}$

$N - \frac{m^2g^2}{N} = m\frac{v^2}{R}$

$N^2 - m$

$\cos W$

При

При $\alpha \neq 90^\circ$

$\cos\alpha\, W$, $\cos^2\alpha$

$\frac{3{,}7^2}{3} = \frac{3{,}6^2}{3} = 3{,}6\cdot 1{,}2$

$N =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{array}{r} 4{,}5 \\ \times\, 4{,}5 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 18{,}25 \end{array}$$

$\sqrt{18{,}25+64} =$

$$\begin{array}{r} 64{,}00 \\ +\,18{,}25 \\ \hline 82{,}25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2{,}63 \\ \times\, 1{,}6 \\ \hline 15{,}78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9{,}0 \\ +\,4{,}5 \\ \hline 13{,}5 \end{array}$$

2,46

$13{,}5 / 2 = 6{,}75$

$0{,}56 \cdot 4 = 2{,}24$

$6{,}75 + \frac{0{,}05}{2} =$

$= 6{,}750 + 0{,}025 = 6{,}775$

$0{,}56 \cdot 5 = 2{,}8$

$3{,}14 / 4 = 0{,}785$

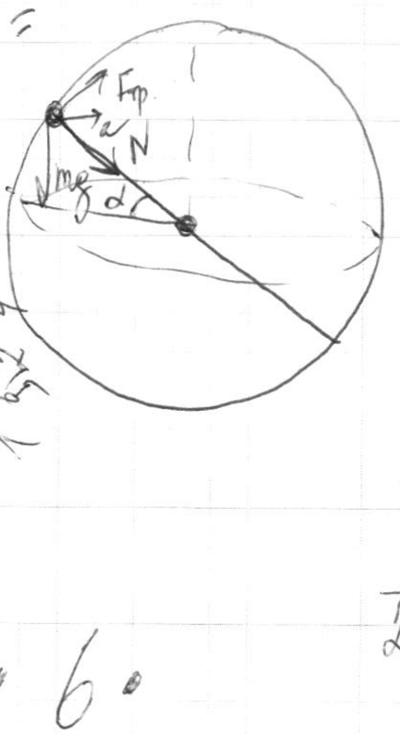
$$\begin{array}{r} 3{,}14 \\ -\,28 \\ \hline 34 \\ -\,32 \\ \hline 20 \end{array}$$

$5{,}5 + \frac{\pi}{4}$

2,8

$$\begin{array}{r} 1{,}75 \\ \times\, 1{,}75 \\ \hline 875 \\ 1225 \end{array}$$

$2{,}63 \cdot 6 =$



$$\begin{array}{r} 1{,}72 \\ \times\, 1{,}72 \end{array}$$

$\sqrt{3}$

$$\begin{array}{r} 1{,}73 \\ \times\, 1{,}73 \\ \hline 519 \\ 1211 \\ 173 \\ \hline 2{,}9929 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1{,}75 \\ \times\, 1{,}75 \\ \hline 875 \\ 1225 \\ 175 \\ \hline 3{,}0625 \end{array}$$

$0{,}56 \cdot 30 = 16{,}8$

$6°$

$6° \quad \frac{1{,}73+0{,}9}{1{,}557-1}$

$$\begin{array}{r} 1{,}730 \\ -\,0{,}173 \\ \hline 1{,}557 \end{array}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

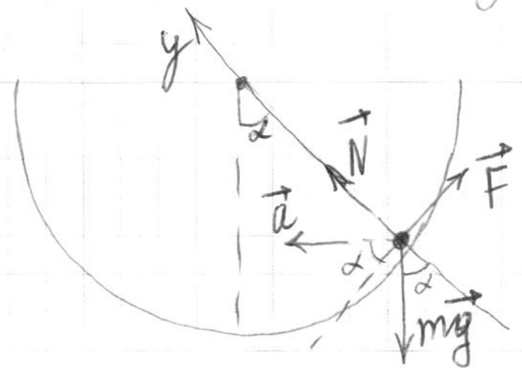
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N3.

1)



(Сила ~~д~~ двигателя – $\vec F$ параллельна поверхности в данной точке; т.к. сила трения равна 0, $\vec F$ будет лежать в вертикальной плоскости, в которой лежат все другие силы).

По II з.Н.: $m\vec g + \vec N + \vec F = m\vec a$

OY: $-mg$

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{mv^2}{R} + \sqrt{\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + 4m^2g^2}\right) =$$

$3,7 \,|\, 3 = 1,2003$

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{\cancel{0,4}\cdot 3,7^2}{\cancel{1,2}\; 3} \approx 3,7 \cdot 1,23 \approx 4,5$$

$1,23 \times 3,7 = 4,551$

$3,7 \,|\, 3 = 1,22$

$3,7 \,|\, 3 = 1,23$

$mg = 4$

$$N = \frac{1}{2}\left(4,5 + \sqrt{4,5^2 + 4\cdot 4}\right)$$

$4\cdot 4^2 = 4\cdot 16 = 64$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)