Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

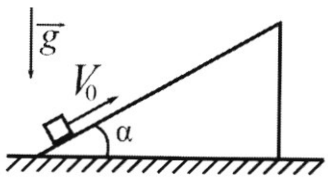
1. Фейерверк массой $m = 1$кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3$с разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800$Дж. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$с.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2$м. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

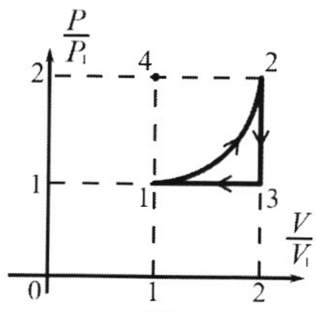
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1$м. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1.

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

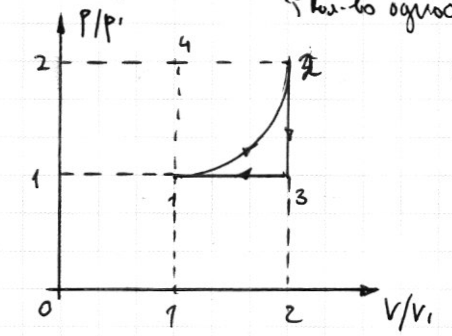
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

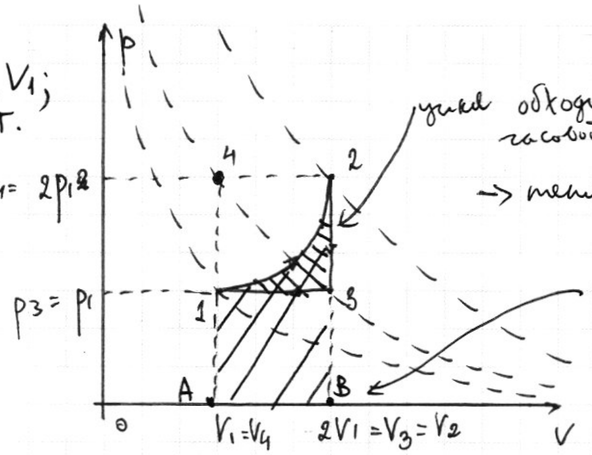
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 ~~Зад~~ Дано: $\nu = 1$ моль; p_1; V_1;
Т.к. кол-во одноат. ИГ.





1) Перерисуем гр-к цикла в осях P-V. Пусть давл. в 2 точке равно p_2; объем — V_2; давл. в 3 т. — p_3; ~~давл.~~ объем в 3 т. — V_3. Также обозначим точку в 4 (как центр окр.). Давл. в т. 4 — p_4; объем — V_4; В т. 1. давл. p_1 и объем V_1 (отношение $\frac{p_1}{p_1} = 1$; $\frac{V_1}{V_1} = 1$)

По усл. задачи $\frac{p_4}{p_1} = 2 \Rightarrow p_4 = 2p_1$; $\frac{V_4}{V_1} = 1 \Rightarrow V_4 = V_1$

$\frac{p_2}{p_1} = 2 \Rightarrow p_2 = 2p_1$; $\frac{V_2}{V_1} = 2 \Rightarrow V_2 = 2V_1$; $\frac{V_3}{V_1} = 2 \Rightarrow V_3 = 2V_1$;

$\frac{p_3}{p_1} = 1 \Rightarrow p_3 = p_1$

2) Нарисуем изотермы. Т.к. $p_4V_4 = p_3V_3$ $(2p_1V_1 = p_1 \cdot 2V_1)$, то т. 4 и 3 лежат на 1 изотерме.

$T_1 < T_3 < T_2$ (см. рис.)

3) Расс-м каждый процесс в цикле: (Работа г. $\delta A = p\,dV$ — зависит от изм. V; Изм. вн. Э. газа: $dU = \frac{3}{2}\nu R\,dT$ — зависит от изм. T (1ат. газ.))

~~1-2: газ расширяется ($\delta A > 0$); температура растёт (V и T растут монотонно) =>~~
~~=> нагреватель! ($\delta Q = \delta A + \Delta U$ — I начало термодинамики; $\delta Q > 0$ => нагреватель) получение тепла~~
~~2-3: газ не меняет объем ($V = const$)~~;

1-2: По I началу термодинамики: $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$, где Q_{12} — кол-во теплоты получ. или отд. газом (знак); A_{12} — работа газа в пр-се 1-2; ΔU_{12} — изм вн. эн. газа в пр-се 1-2

$A_{12} > 0$ (монотонное расширение); $\Delta U_{12} > 0$ (монотонное повышение темп.) =>

=> $Q_{12} > 0$ => получ. тепла => нагреватель.

2-3. По I началу т/д: $Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23}$ (введенные обозн. аналог. предыдущему пр-су.) $A_{23} = 0$ ($V = Const$); $\Delta U_{23} < 0$ (монотонное уменьш. температуры) => $Q_{23} < 0$ => холодильник (отдаём тепло) =>

3-1: По I началу т/д: $Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31}$; $\Delta U_{31} < 0$ (монотонное уменьш. температуры); $A_{31} < 0$ (монотонное уменьш. объема) =>

=> $Q_{31} < 0$ => холодильник (т.к. отдаём тепло.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

(4) продолж.   4) $Q_H = +Q_{12}$; $Q_x = -Q_{23} - Q_{31}$
кол-во получ., ~~кол~~ отд. нагр.   кол-во теплоты ~~отд.~~ получ. холодильн.

5) Q_H - подв. кол-во теплоты к газу. Найдем Q_{12} по 1 нач. т/д.

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(4T_1 - T_1) = \frac{9\nu R T_1}{2} = \frac{9p_1V_1}{2}$

Менд-Кл.: т.1: $p_1V_1 = \nu RT_1$; $2p_1 \cdot 2V_1 = \nu RT_2$ $\Rightarrow T_2 = 4T_1$ штриховка ///

A_{12} численно равна площади под гр-ком изм. p от V. т.к. расширение

$A_{12} = +S_{гр.}$; $A_{12} = S_{A42B} - S_{сект. 142} = (2p_1 - 0)(2V_1 - V_1) - S_{сект.}$ ⊜

в общем случае фигура 142 - четвертая часть эллипса с полуосями p_1, V_1. $S_{сект 142} = \frac{\pi}{4}p_1V_1$

⊜ $2p_1V_1 - \frac{\pi}{4}p_1V_1 = p_1V_1\left(2 - \frac{\pi}{4}\right)$ штриховка \\\

6) $A_{цикла} = S_{внутри\ цикла}$, т.к. обход по час. стрелке. $=$

$= S_{\cancel{12}123} - S_{сект 142} = (2p_1 - p_1)(2V_1 - V_1) - \frac{\pi}{4}p_1V_1 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)p_1V_1$

7) КПД газа за цикл $= \eta = \frac{A_{1231}}{Q_H} = \frac{\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)p_1V_1}{\left(2 - \frac{\pi}{4}\right)p_1V_1} = \frac{4-\pi}{8-\pi}$

Ответ: 1) ~~$(8-\pi)p_1V_1$~~ $\left(2 - \frac{\pi}{4}\right)p_1V_1$

2) ~~$4-\pi$~~ $\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)p_1V_1$

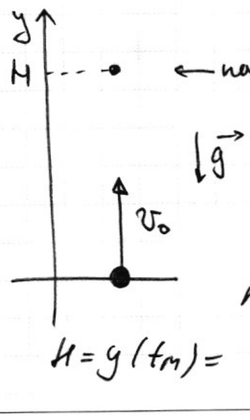
3) $\frac{4-\pi}{8-\pi}$

лишн.

(N1) Дано: $m = 1$ кг ; $T = 3$ с ; $K = 1800$ Дж ; ~~$t = 10$ с~~ ; $g = 10$ м/с^2.

Найти: 1) H - ? ; 2) τ_* - ? ~~(t уже изв.)~~

Реш. 1) Двигатель работал мгновенно, значит можно считать, что скорость фейерверка в нач. момент вр. равна v_0 и дальше он движется только под действием силы $m\vec{g}$ - силы тяжести (до взрыва.)



2) Фейерверк движется равноускоренно до ← наив. т. траектории взрыва, Верны ф-лы РУД:

$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{g}t$; y : $v_y = v_0 - gt$

$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$; y : $y = v_0t - gt^2/2$

При $v_y = 0$: $0 = v_0 - gT$; $T = \frac{v_0}{g}$ ~~- время подъема~~ подъема на max. высоту., Тогда

$H = y(t_m) = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 продолж. $T=\frac{v_0}{g} \Rightarrow v_0=gT$; $H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{g^2T^2}{2g}=\frac{gT^2}{2}=\frac{10\cdot 3^2}{2}=45$ м

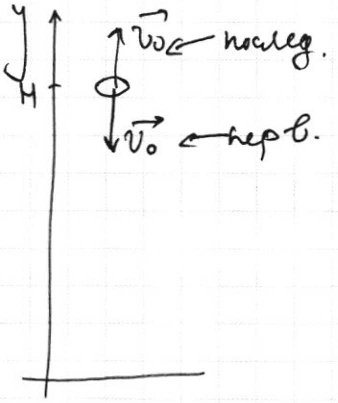
3) У всех осколков будет одинаковая скорость после взрыва в СО фейерверка, но т.к. скорость фейерверка в верхней т. траектории равна 0 (т.к. $v_x=0\ \forall t$; $v_y=0$ при $t=T$), то и в с.о. земли скорости осколков равны.)

Пусть фейерверк разлетелся ровно на N осколков, каждый из них двигался со ск. v_0. m_1 - масса 1 ~~ра~~ осколка, все они имеют одинак. массу. m - масса фейерверка $K=\frac{mv^2}{2}$

По усл. $K=N\cdot K_1=\frac{Nm_1v_0^2}{2} \Rightarrow \cancel{K=\frac{mv_0^2}{2}}$ $\cancel{v_0=\sqrt{\frac{2K}{m}}}$ $v=\sqrt{\frac{2K}{m}}$

Можно записать, что зависимость координаты от времени (пусть отсчет времени начался заново, с момента взрыва)

$$y(t)=H+v_yt-gt^2/2$$



Отсюда видно, что первым упадёт, у которого v_y - наим, т.е. $=-v_0$, последним - у кого v_y наиб, т.е. $=v_0$

~~последн~~ ~~первый~~ перв. упал через $t=t_1$:

$$y(t_1)=0=H-v_0t_1-\frac{gt_1^2}{2};\quad \frac{gt_1^2}{2}+v_0t_1-H=0$$

$$D=v_0^2+2gH;\quad t_1=\frac{-v_0\pm\sqrt{v_0^2+2gH}}{g}$$ т.к. $-\sqrt{D}<0$ и $-v_0<0$

корень с зн. „–" <0 (~~т.к. $\sqrt{D}>v_0$~~) не подх

$$t_1=\frac{+v_0+\sqrt{v_0^2+2gH}}{g}$$

Последний:

$$y_2(t_2)=0=H+v_0t_2-gt_2^2/2;\quad \frac{gt_2^2}{2}-v_0t_2-H=0$$

$$D=v_0^2+2gH$$

$$t_2=\frac{+v_0\pm\sqrt{v_0^2+2gH}}{g},$$ корень с „–" <0 (~~$v_0<0$, $-\sqrt{D}<0$, не подх.~~) $\sqrt{D}>v_0 \Rightarrow$ корень отстор.)

$$t_2=\frac{+v_0+\sqrt{v_0^2+2gH}}{g}$$

$$\cancel{T=t_1=\frac{-v_0+\sqrt{v^2+2gH}}{g}}$$

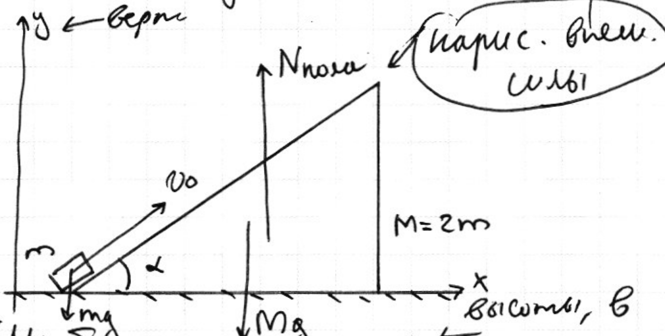
~~По усл. $\tau=t_2-t_1=\frac{2v_0}{g}$, $v=\frac{g\tau}{2}$~~ — ~~мало этой строчки быть не должно.~~

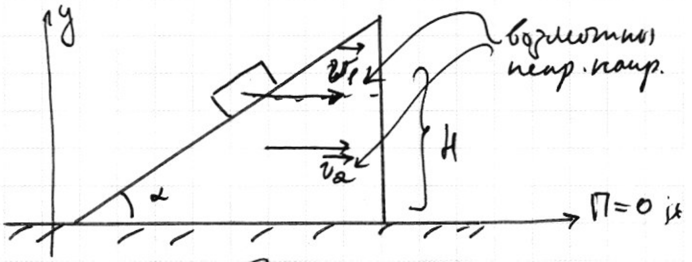
$$\cancel{=\frac{-\sqrt{\frac{2k}{m}}+\sqrt{\frac{2k}{m}+2g\cdot\frac{gT^2}{2}}}{g}=\frac{-\sqrt{\frac{2\cdot1800}{1}}+\sqrt{\frac{2\cdot1800}{1}+2\cdot10\cdot\frac{10\cdot3^2}{2}}}{10}}$$

№2 Дано α: $\cos\alpha = 0{,}6$; $H=0{,}2$ м, $g=10$ м/с² Найти: v_0-?; V-?

1 вопрос

Решение. Пусть масса шайбы равна m, тогда масса клина равна $M=2m$





1) Шайба достигнет max высоты, в момент, когда ~~горц~~ вертик. компонента скорости тела (шайбы) станет равной 0, т.е. $v_{1y}=0$

Введем скорости в 2 случае, решаем в проекциях, т.е. возможна ошибка с напр скорости.

Т.к. клин расположен на ~~по~~ гориз. поверхности, то его скорость горизонтальна ∀ моменты времени.

2) Заметим, что все внешние силы системы "шайба + клин" действуют в вертикальном напр (см. рис.). Тогда импульс данной системы в пр. на Ox сохраняется

$p_{0x}=mv_0\cos\alpha$; $p_{1x}=mv_{1x}+Mv_{2x}$; $M=2m$; $p_{0x}=p_{1x} \Rightarrow v_{1x}+2v_{2x}=v_0\cos\alpha$

3) З-н изм. полной мех эн. в ИСО земли для системы шайба + клин: $A_{неконс}=\Delta П+\Delta K$

$A_{неконс}=A_{N\,пола}=0$ (т.к. $v_{клина}\perp N_{пола}$) $\Rightarrow 0=(mgH-0)+\left(\frac{mv_{1x}^2}{2}+\frac{2mv_{2x}^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}\right)$

↑т.е. верен З-н сохр. мех эн.

↑$v_1^2=v_{1x}^2$ (знак не важен)

$v_{1x}+2v_{2x}=v_0\cos\alpha$

$v_{1x}^2+2v_{2x}^2=v_0^2-2gH$

4) Важно, что если тело достигнет max высоты, то оно должно покоиться относительно клина, т.е. ~~v_{1x}^2+~~ $v_{1x}=v_{2x}$

$$\begin{cases}3v_{1x}=v_0\cos\alpha\\ 3v_{1x}^2=v_0^2-2gH\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}v_{1x}=\frac{v_0\cos\alpha}{3}\\ \frac{3v_0^2\cos^2\alpha}{9}=v_0^2-2gH\end{cases} \Leftrightarrow \quad v_{1x}=v_{2x}=\frac{v_0\cos\alpha}{3}$$

$$v_0^2\cos^2\alpha=3v_0^2-6gH$$

$$v_0^2(3-\cos^2\alpha)=6gH$$

$$v_0=\sqrt{\frac{6gH}{3-\cos^2\alpha}}=\sqrt{\frac{6\cdot10\cdot0{,}2}{3-\left(\frac{3}{5}\right)^2}}=\sqrt{\frac{12}{\frac{75-9}{25}}}=\sqrt{\frac{12\cdot25}{66}}=\sqrt{\frac{50}{11}}=$$

$= \cancel{5\sqrt{\frac{5}{11}}=\frac{5}{11}\sqrt{55}}$ ~~Ответ: $\frac{5}{11}\sqrt{55}$~~

$= 5\sqrt{\frac{2}{11}}=\frac{5}{11}\sqrt{22}$ м/с ~~Ответ: а 1) $\frac{5}{11}\sqrt{22}$ м/с~~

Задача 1. продолжение.

$$T = t_1 = \frac{-v_0 + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$ — время, через которое упадет 1 осколок.

$$\frac{-\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{2k}{m} + 2g\cdot\frac{gT^2}{2}}}{g} = \frac{-\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{2k}{m} + g^2T^2}}{g} =$$

$$= -\sqrt{\frac{2k}{mg^2}} + \sqrt{\frac{2k}{mg^2} + T^2} =$$

$$= -\sqrt{\frac{1800\cdot 2}{1\cdot 100}} + \sqrt{\frac{1800\cdot 2}{1\cdot 100} + 3^2} = -\sqrt{36} + \sqrt{36+9} =$$

$$= -6 + 3\sqrt{4+1} = 3(\sqrt{5}-2)\ с.$$

Ответ. 1) 45 м

2) $3(\sqrt{5}-2)$ с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

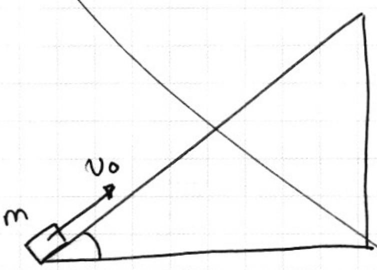
ШИФР
(заполняется секретарём)

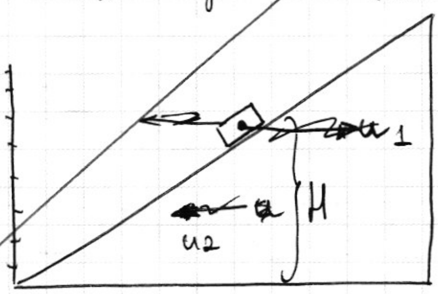
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^n \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{x}$

перейти в ИСО ц.м.

Тело поднимется на макс высоту, когда





Подним. на max. высоту, когда в с.о. клина оно непод.

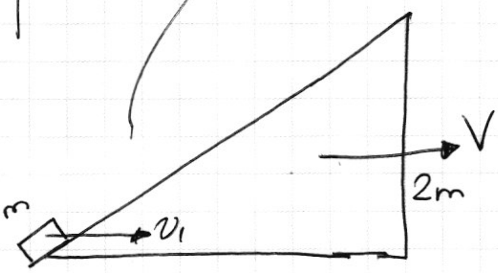
$m v_0 \cos\alpha = mu - 2mu$; $u = -v_0\cos\alpha$

$\cos\alpha = 0{,}6 = 3/5 \Rightarrow \cos^2\alpha = 3^2/5^2$

Суммарн. КЭ:

ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{2mu^2}{2} + mgH$

$\frac{v_0^2}{2} = \frac{3}{2} v_0^2 (\cos^2\alpha) + mgH$

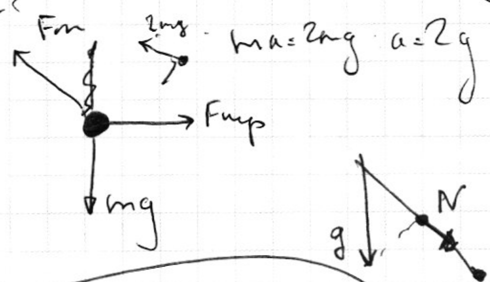


$\frac{v_0^2(1 - 3\cos^2\alpha)}{2} = mgH$

$75 - 9 = 76 - 10 = 66$

v_{1x}

$\frac{mv_0^2\cos^2\alpha}{2} =$



$ma = 2mg$ $a = 2g$

$\sqrt{2 \cdot 1800} = 10\sqrt{36} = 60$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

$\int x^1 dx = \frac{x^2}{2} + C$

$\frac{-\sqrt{3600} + \sqrt{3600 + \cancel{900}\, 2 \cdot 10 \cdot 45}}{2\ 10} =$

$\frac{10 \cdot 10}{2}$ 50

$= \frac{-60 + \sqrt{60^2 + 900}}{10} =$

$= -6 + \sqrt{6^2 + 9^2}$

$K \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} =$

$= 30\sqrt{4}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

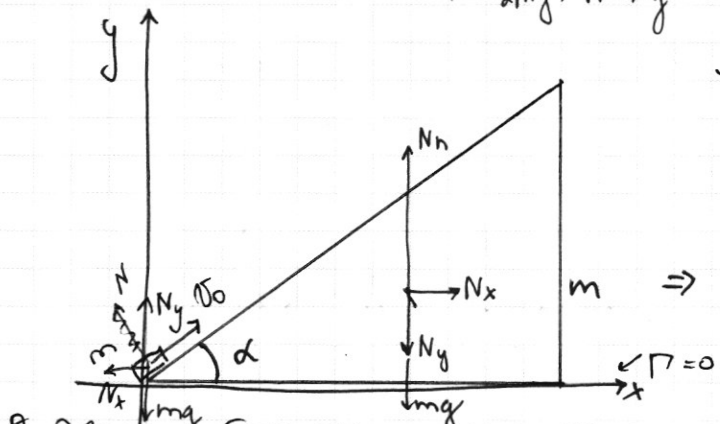
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

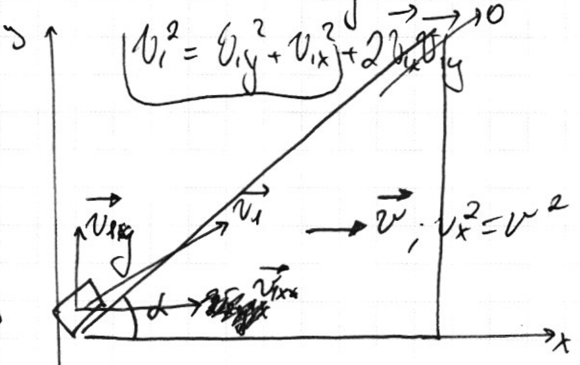
№2 продолж. Вопрос 2

$m = M_{кл.}$ $\quad N_п = 2mg;\ N = mg$

$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1y} + \vec{v}_{1x}$

$v_1^2 = v_{1y}^2 + v_{1x}^2 + 2v_{1x}v_{1y}$





Введем обозначение для конечных скоростей. Причем задача будет решаться в проекциях, значит, если мы получим отр. значение скорости, значит мы угадали с напр.

Как и в решение вопроса 1 можно полагать, что ~~З-н изм. и~~ верен ЗСИ$_x$ для системы, а также З-н сохранение мех. энергии. в ИСО земли

ЗСМЭ: $E_0 = \frac{mv_0^2}{2}$; $E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2} + 0$; Потенц. эн. не изм.

Значит $\boxed{v_0^2 = v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_x^2}$;

$P_{0x} = mv_0\cos\alpha$; $P_{1x} = mv_{1x} + mv_x \Rightarrow p_{0x} = p_{1x} \Rightarrow mv_{1x} + mv_x = v_0\cos\alpha$;

$\boxed{v_{1x} + v_x = v_0\cos\alpha} \Rightarrow$

$v_{1x}^2 + v_{x}^2 = v_0^2\cos^2\alpha - 2v_{1x}v_{x}$

$v_0^2 = v_0^2\cos^2\alpha - 2v_{1x}v_x + v_{1y}^2 = 0$;

$2v_{1x}v_x = v_{1y}^2 - v_0^2\sin^2\alpha$

Растием силы, которые действ. в системе ~~тел~~ клин + шайба и внешние, и внутренние. Также мы раскладываем силу взаимодействия N на 2 составляющие: N_x и N_y

~~Для всей системы~~ $N_y = N\cos\alpha$, $N_x = N\sin\alpha$. По 3ЗН на клин также действ. силы, равные по величине и противоположн. по напр. N_x и N_y.

2ЗН в пр. на оси

Для шайбы: $ma_x = -N_x$; $ma_y = N_y - mg = \cancel{mg} \; N_п - 2mg = \text{Const}$.

Для клина: $m\tilde{a}_x = N_x$; $ma_y = 0 = N_п - N_y - mg \Rightarrow N_y = N_п - mg$

Значит $a_y = \text{Const}$; $\tilde{a}_x + a_x = 0 \Rightarrow$ и при прохождении телом 1 и той же точки скорость тела меняется на противоположную

*: вертик. компонента. скорости

№2 продолж.

Значит $v_{1y} = -v_0 \sin\alpha$ ($a_y = \text{Const}$)

И значит $\boxed{2 v_{1x} v_x = 0}$

$\begin{cases} \begin{cases} v_{1x} = 0 \\ v_x = v_0 \cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \left(v_x = v_0 \cos\alpha\right) \\ \begin{cases} v_{x} = 0 \\ v_{1x} = v_0 \cos\alpha \end{cases} \leftarrow \text{начало движения, не подходит} \end{cases} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{6gH\cos^2\alpha}{3-\cos^2\alpha}}$

$v_x = v_0 \cos\alpha$; $v = v_x = v_0 \cos\alpha$ $(v_x > 0)$

$\vec{v}$ напр. вдоль оси Ox.

$v = 0{,}6 \cdot \cancel{3}\,\frac{5}{11}\sqrt{22} = \frac{3}{11}\sqrt{22}$ м/с

Ответ: 1) $\frac{5}{11}\sqrt{22}$ м/с; 2) $\frac{3}{11}\sqrt{22}$ м/с

Видно, что v_0 не изм. по величине в каждом из случаев.

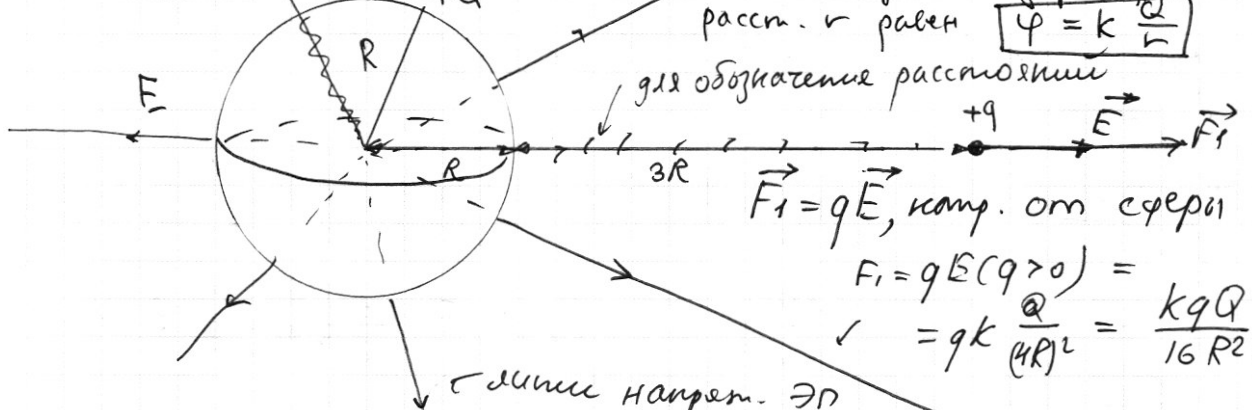
☐ черновик ☑ чистовик Страница №7

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 $Q>0$, R; $q>0$; $3R$; k; Найти: F_1, F_2.

Вопрос 1 1) ~~Напряженность, создаваемая заряже~~ Напряженность ЭП, созд. заряженной сферы равна 0 внутри сферы и равна $E = k\frac{|qQ|}{r^2}$ на границе и ~~внут~~ вне сферы, где r - расстояние до центра сферы. Т.к. $Q>0$, то напрев. напр. от сферы. Потенциал в поле зар. сферы на расст. r равен $\boxed{\varphi = k\frac{Q}{r}}$



$\vec{F_1} = q\vec{E}$, напр. от сферы

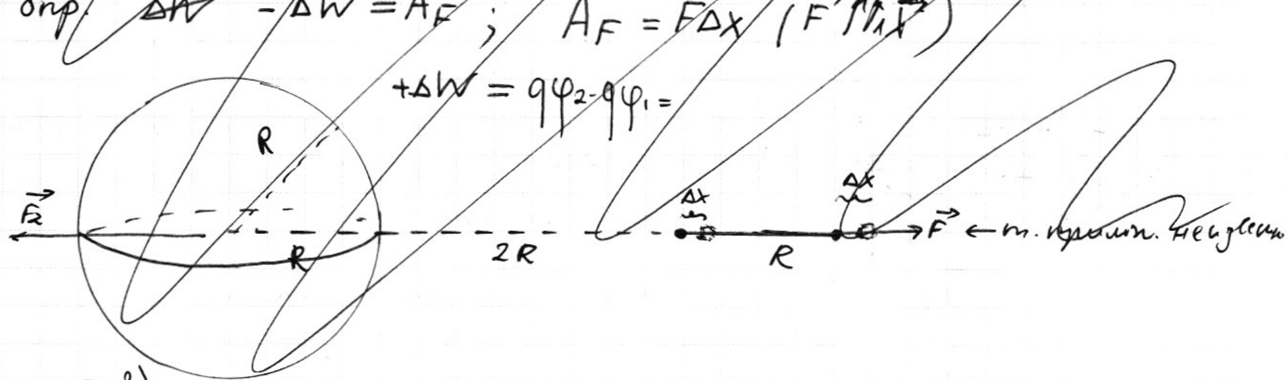
$F_1 = qE(q>0) =$

$= qk\frac{Q}{(4R)^2} = \frac{kqQ}{16R^2}(Q>0)$

~~Вопрос 2 1) Пусть λ - линейная плотность заряда на стержне. $\lambda = \frac{q}{R}$. Рассмотрим малое перемещение стержня влево. Если стержень действ на сферу с силой F_2, то сфера дейст. на стержень с силой F равной F_2 и противопол. ей по направлению. Стержень и сфера заряжены зарядами 1 знака => отталкиваются.~~

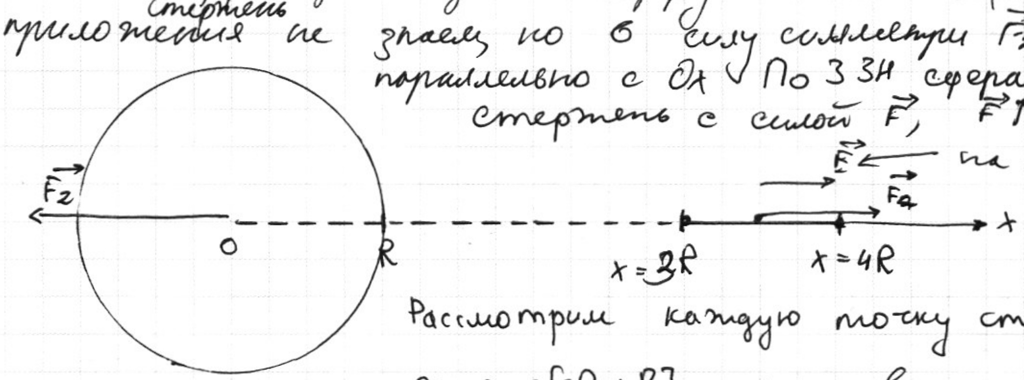
~~По опр. $-\Delta W = A_F$; $A_F = F\Delta x$ $(\vec{F}\uparrow\uparrow\vec{x})$~~

~~$+\Delta W = q\varphi_2 - q\varphi_1 =$~~



Вопрос 2. 2) Пусть λ - линейная плотность заряда на стержне. $\lambda = q/R$; Очевидно, что сфера и стержень должны отталк. (т.к. каждая точка стержня, заряж. на $\lambda\Delta x$, отталк от сферы ($\Delta q Q > 0$))

если ~~сила~~ ~~сфера~~ стержень действует на сферу с силой $\vec{F_2}$ (см. рис., точку приложения не знаем, но в силу симметрии $\vec{F_2}$ напр. параллельно с Ox) По 3 ЗН сфера действ на стержень с силой $\vec{F}$, $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{F_2}$; $F = F_2$



Рассмотрим каждую точку стержня

$x = x$; $x \in [3R; 4R]$: ~~сила~~ в т. с коорд x

заряд равен λdx, $E_{сф.} = k\frac{Q}{x^2}$ $(Q>0)$, $\vec{E} \uparrow\uparrow x$

$$\Delta F_{сф.x}(x) = k\frac{\lambda Q dx}{x^2}$$

Просуммируем от $x = 3R$ до $x = 4R$

$$F_2 = \sum \Delta F_{сф.}(x) = \int_{3R}^{4R} k\frac{\lambda Q dx}{x^2} = k\lambda Q \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} =$$

$$= k\lambda Q \int_{3R}^{4R} x^{-2}dx =$$

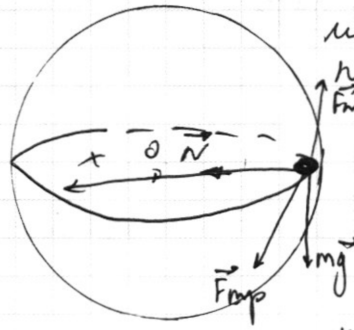
$$= k\lambda Q \left[\frac{x^{-1}}{-2+1}\Big|_{3R}^{4R}\right] = k\lambda Q\left[-\frac{1}{x}\Big|_{3R}^{4R}\right] = k\lambda Q\left[-\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R}\right] =$$

$$= \frac{k\lambda Q}{R}\left(\frac{4-3}{12}\right) = \frac{k\lambda Q}{12R} = \frac{kqQ}{12R^2} \quad \left(\lambda = \frac{q}{R}\right); \quad F = \frac{kqQ}{12R^2}. \quad F = F_2 \text{ 3ЗН}$$

Ответ: 1) ~~$\frac{kQ^2}{}$~~ $\frac{kqQ}{\cancel{4}}$ $\frac{kqQ}{16R^2}$ 2) $\frac{kqQ}{12R^2}$

Задача 3. решение

~~Дано~~: Вопрос 1 Движение происходит в горизонтальной пл-ти большого круга. Чертеж:



если машина действует на сферу с силой N, то сфера действует на машину с силой, равной N, но $\uparrow\downarrow$ по напр. исходной.

Т.е сила реакции опоры, действ. на машинку равна N. и направлена к центру сферы

Противоположно движ. т.е. по радиусу напр. $F_{тр}$; $\vec{mg}$ напр вниз.

$N = 2mg$

$\vec{F_т} + \vec{F_{тр}} + \vec{mg} = 0$ (сила тяги: равномерное движ. по окр.)

(сила тяги компенс. все силы, раст в пл-ти, $\perp$ оси Ox)

Т.к. $\vec{a_\tau} = 0$, то $\vec{a_n} = \vec{a}$; напр. к центру

2ЗН Ox: $N = ma_n$; $a_n m = 2mg$; $a_n = a = 2g$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

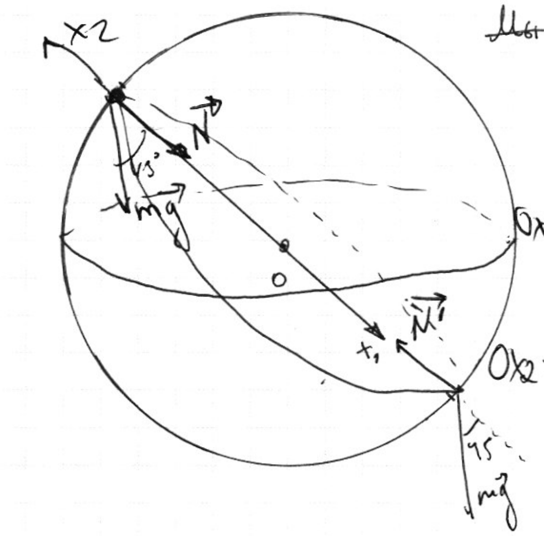
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. Продолжение. $R = 1$ м; $\alpha = 45°$; $g = 10$ м/с^2; $\mu = 0{,}8$.

Нам нужно достичь того, чтобы машинка не падала вниз. Рассм критические точки. Верх и низ.

~~Мы считаем~~



В верхней:

Ox в x_1: $ma_n = N + mg\cos 45° = \left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)mg$

Ox2: Нижн $ma_n = N' - mg\cos 45° = \left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)mg$

$a_{n\,min} = \left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)mg \quad \left| a_n = \frac{v^2}{R}\right)$

$v^2 = R\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)mg$

$v_{min} = \sqrt{\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)Rmg} = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}}{2}10} = \sqrt{20-5\sqrt{2}}$ м/с

Ответ: а) 20 м/с^2

б) $\sqrt{20-5\sqrt{2}}$ м/с