Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

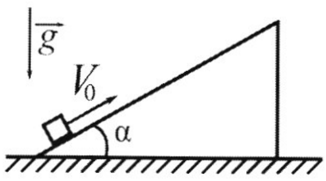
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

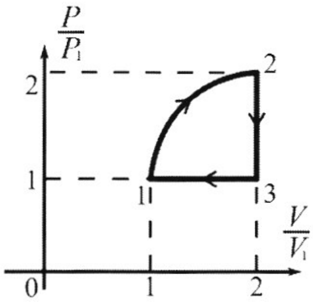
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

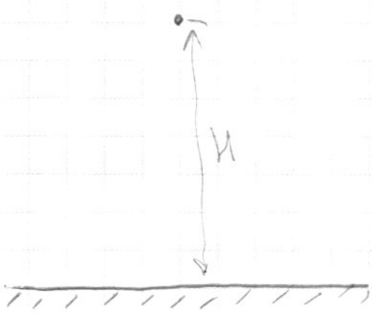
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:
$m = 2$ кг
$H = 65$ м
$\tau = 10$ с
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

$v_0 - ?$
$K - ?$



Т.к. фейерверк разрывается в высшей точке своей траектории $\Rightarrow$ в этот момент его $v = 0$ $\Rightarrow$ По ЗСЭ:

$E_1 = \frac{mv_0^2}{2}$ (1)

$E_2 = mgH$ (2)

$E_1 = E_2$ (3)

(1) и (2) в (3): $\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} = \cancel{m}gH \Rightarrow$

$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH}$ (4) $= \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} =$

$= 2\sqrt{5 \cdot 65} = 10\sqrt{13}$.

Пусть некий осколок под $\angle$-м α к горизонту летит со ск-ю v на высоте H:

$v_x = v\cos\alpha$.

$v_y = v\sin\alpha - gt$.

$-H = v\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$; Тогда, т.к. v у всех осколков $= \Rightarrow$ максимальное t будет при $\sin\alpha = 1$.

Т.е. $-H = v\tau - \frac{g\tau^2}{2} \Rightarrow v = \frac{-H + \frac{g\tau^2}{2}}{\tau} = -\frac{H}{\tau} + \frac{g\tau}{2} =$

$= -\frac{65}{10} + \frac{10 \cdot 10}{2} = 43,5\ (\frac{м}{с})$.

Тогда, $K = \sum\limits_A E_{Ai} = \sum\limits_A \frac{m_{Ai} \cdot v^2}{2}$, где A - мн-во всех осколков.

$\Rightarrow K = \frac{mv^2}{2} = \frac{\cancel{2} \cdot 43,5^2}{\cancel{2}} = 43,5^2 = \frac{87^2}{4} =$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

~~$113 \times 113 = 12769$; $12769 : 4 = 3192$ ⇒ $K = 3192{,}25$ (Дж).~~

~~Ответ: $V_0 = 10\sqrt{13}$ $\frac{м}{с}$, $K = 3192{,}25$ Дж~~

87×87: $609 + 696 = 7569$

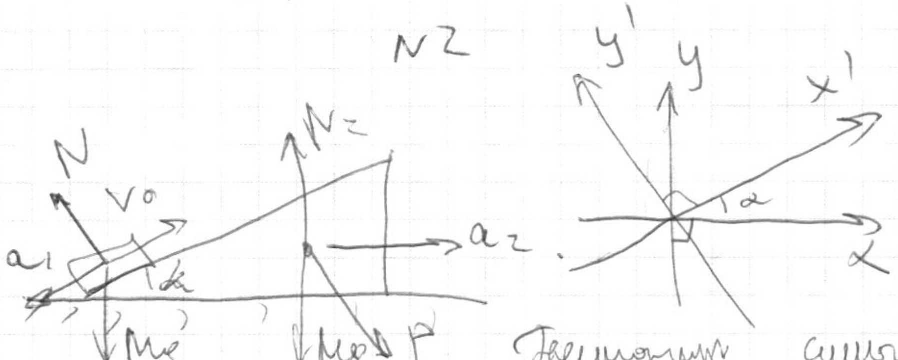
$7569 : 4 = 1892$ ⇒ $K = 1892{,}25$ (Дж).

$\approx 36\frac{м}{с}$.

Ответ: $V_0 = 10\sqrt{3}\ \frac{м}{с}$, $K = 1892{,}25$ Дж.

N2

Дано:
$\alpha = 30^\circ$
$v_0 = 2\frac{м}{с}$
$g = 10\frac{м}{с^2}$
$M_1 = M_2 = M$
$n - ?$
$v - ?$



Рассмотрим силы по Ox' для шайбы:

$Mg\cos(90^\circ - \alpha) = Ma_1 \Rightarrow a_1 = g\sin\alpha$

по Oy' для шайбы:

$Mg\sin(90 - \alpha) = N \Rightarrow N = Mg\cos\alpha$.

В то же время, по 3-му з-ну, $|P| = |N|$;

⇒ Если рассмотреть силы на клин по Ox: $Mg\cos\alpha \cdot \sin(90-\alpha) = Ma_2 \Rightarrow a_2 = g\sin\alpha\cos\alpha = \frac{g\sin 2\alpha}{2}$.

Тогда, рассмотрим движение шайбы в СО клина:

Тогда, ускорение шайбы по Ox' = $a_1' = a_1 + a_2\cos\alpha$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.к.:

Т.е. $a_1' = \left(g\sin\alpha + \frac{g\sin 2\alpha\cos\alpha}{2}\right) = g\sin\alpha(1+\cos^2\alpha)$.

$\Rightarrow v = v_0 - g\sin\alpha(1+\cos^2\alpha)\cdot t \Rightarrow$ в момент на вершине $v=0 \Rightarrow$ $t = \frac{v_0}{g\sin\alpha(1+\cos^2\alpha)}$

и $S = \frac{a_1' t^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha(1+\cos^2\alpha)}$.

Т.к. $\frac{H}{S} = \sin\alpha \Rightarrow H = S\sin\alpha = \frac{v_0^2}{2g(1+\cos^2\alpha)} =$

$= \frac{4}{2\cdot 10\cdot(1+\frac{3}{4})} = \frac{4}{20\cdot\frac{7}{4}} = \frac{4}{35}$ (м).

Когда шайба находится внизу, её ускорение скольжения таким же. $\Rightarrow$ $S = \frac{a_1' t^2}{2}$ ~~...~~ $\Rightarrow$

t тоже не изменилось.

$\Rightarrow V = a_2\cdot 2t = g\sin\alpha\cos\alpha\cdot 2\cdot\frac{v_0}{g\sin\alpha(1+\cos^2\alpha)} = \frac{2v_0\cos\alpha}{1+\cos^2\alpha}$,

или: $V = \frac{2\cdot 2\cdot\frac{\sqrt3}{2}}{1+\frac{3}{4}} = \frac{2\sqrt3}{\frac{7}{4}} = \frac{8\sqrt3}{7}$ (м/с).

Ответ: $H = \frac{4}{35}$ м $\approx 0{,}114$ м; $V = \frac{8\sqrt3}{7}$ м/с $\approx 1{,}95$ м/с.

N 3

Дано

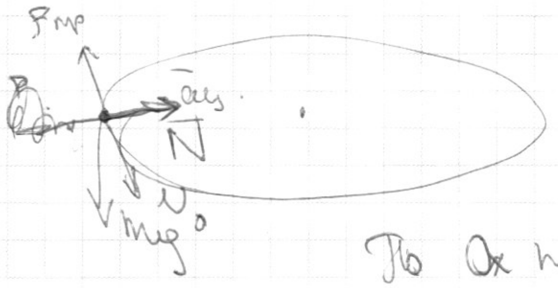
$R = 1{,}2$ м

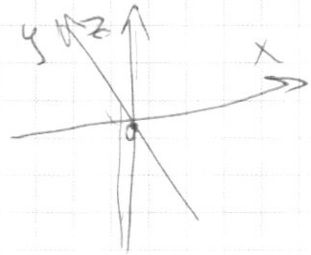
$v_0 = 3{,}7$ м/с

$m = 0{,}14$ кг, $\alpha = \frac{\pi}{6}$, $\mu = 0{,}9$, $g = 10$ м/с²

P – ?

V_{min} – ?





$3{,}7 \cdot 3{,}7 = 13{,}69$

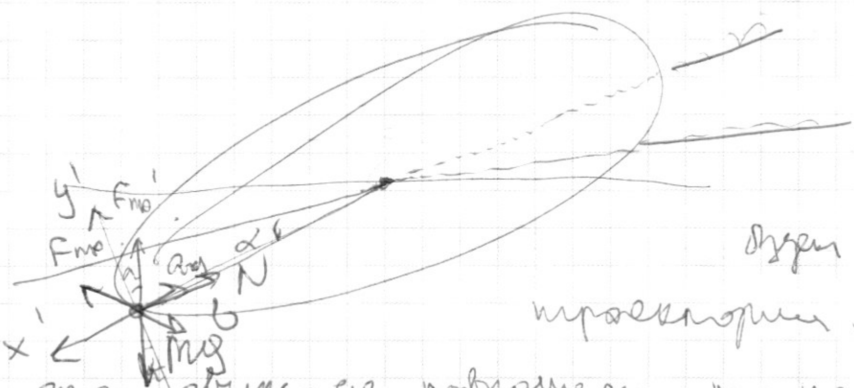
$13{,}69 : 3 = 4{,}5\ldots$

По Ox на машинку действуют только 1 сила: N – сила реакции опоры, [и] по $|P| = |N|$; И, по 2-му з-ну Ньютона:

$N = ma_ц$; $a_ц = \frac{v_0^2}{R}$ =>

=> $N = \frac{mv_0^2}{R}$ => $P = \frac{mv_0^2}{R} = \frac{0{,}4 \cdot (3{,}7)^2}{1{,}2} = \frac{(3{,}7)^2}{3} =$

$= 4{,}56(3)$ (Н).



Заметим, что в этом случае минимальная скорость будет в нижней точке траектории, т.к. так как она движ-ся равномерно, то по ЗСЭ: $\frac{mv_2^2}{2} + mgH_2 +$

$+ Q_{об.} - \frac{mv_1^2}{2} - mgH_1 = A_{тр}$; $A_{тр} = Q_{gл}$ =>

$\frac{mv_2^2}{2} + mgH_2 = \frac{mv_1^2}{2} + mgH_1$ => ~~H – наим – ая~~,

~~когда H – наим – ая, т.е. в верхней точке траектории.~~

Если $v < v_{наим}$, то в нижней точке она не сможет движения => $v_{мин} = v_{нижней\ точки} = v$.

Рассмотрим 2-й з-н Ньютона по Oy': $Mg\cos\alpha = F_{тр}\cos\alpha$

=> $Mg = F_{тр} = \mu N$ => $N = \frac{Mg}{\mu}$.

Но по эм время, по Ox': $\cancel{-Mg\sin\alpha + F_{тр}\sin\alpha} + N = ma_ц$.

Т.к. $\frac{\cancel{M}g}{\mu} = \cancel{m}\frac{v^2}{R}$ => $v^2 = \frac{gR}{\mu}$ => $v = \sqrt{\frac{gR}{\mu}} =$

$= \sqrt{\frac{10 \cdot 1{,}2}{0{,}9}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 4}{3}} = \sqrt{13{,}33}$ (м/с). Ответ: 1) $P = 4{,}56$ Н.

2) $v = \sqrt{13{,}33}$ м/с $\approx 3{,}7$ м/с.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Дано:
$\nu = 1$ моль
R
T_1, $i = 3$.

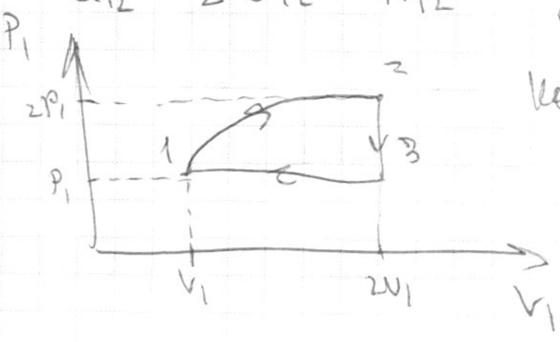
Q — ?
A — ?
η — ?

Заметим, что работой газа яв-ся площадь под графиком в PV координатах. Заметим, что $S_{1231\,\text{нач}}$ данного в условии $= \pi \cdot \frac{1^2}{4} = \frac{\pi}{4}$. Если мы растянем график в V_1 раз по оси $\frac{V}{V_1}$, то $S_2 = V_1 \cdot S_{1231\text{-нач}}$, и потом растянем в P_1 раз по оси $\frac{P}{P_1}$, то получим $S_{1231} = P_1 \cdot V_1 \cdot \frac{\pi}{4} = \nu R T_1 \cdot \frac{\pi}{4} =$ т.к. это в к-х P, V $\Rightarrow$ S_{1231} — площадь в графике, и работа.

$\Rightarrow$ $A = S_{1231} = \nu R T_1 \cdot \frac{\pi}{4}$

С другой стороны, по 1-му з-ну термодинамики,

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + A_{12}$;



Как видно из графика, $A_{12} = A + P_1 \cdot (2V_1 - V_1) = A + P_1V_1 = \frac{\nu R T_1 \pi}{4} + \nu R T_1 = \nu R T_1 \left(\frac{\pi + 4}{4}\right)$.

С др-й стороны, $\nu R T_2 - \nu R T_1 = 4P_1V_1 - P_1V_1 = 3P_1V_1 = 3\nu R T_1 \Rightarrow$ $Q_{12} = 4{,}5\nu R T_1 + \nu R T_1\left(\frac{\pi+4}{4}\right) = \nu R T_1\left(\frac{\pi + 22}{4}\right)$

$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{\text{получ}}} = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\cancel{\nu R T_1} \cdot \frac{\pi}{4}}{\cancel{\nu R T_1}\left(\frac{\pi+22}{4}\right)} = \frac{\pi}{\pi + 22}.$$

Ответ: 1) $Q = RT_1\left(\frac{\pi+22}{4}\right) \approx 6{,}28RT_1$. 2) $A = RT_1 \cdot \frac{\pi}{4} \approx 0{,}79RT_1$ 3) $\eta = \frac{\pi}{\pi+22} \approx 0{,}12$.

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

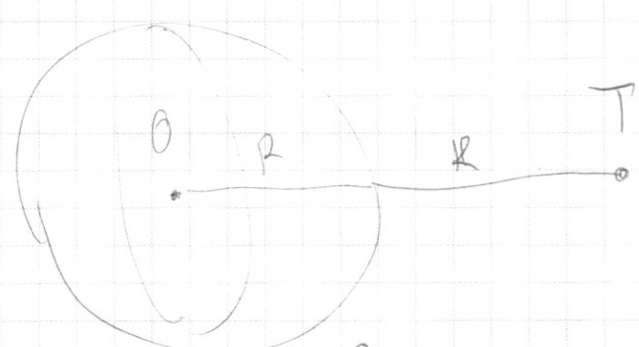
№5

Дано: $Q, q, R, 2R$.

F_1 — ?

F_2 — ?

1 сл-й:

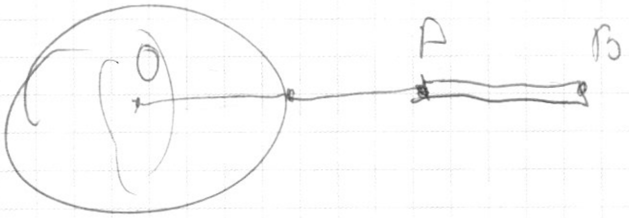


~~Заметим, что $\varphi_0 = \frac{kq}{R}$ ...~~

~~Между Т и О — $\varphi_T = \frac{kq}{2R}$~~

Т.к. заряд распределён однородно, то мы можем рассмотреть сферу как точечный источник с зарядом Q в т. О. $\Rightarrow$ $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$.

~~Второй случай~~



$F_2 = \Sigma$ всех воздействующих сил типа F_1:

$$F_2 = \frac{1}{R}\int_0^R \frac{kqQ}{(2R+x)^2}\,dx = \frac{1}{R}kqQ\int_0^R \frac{1}{(2R+x)^2}\,dx = \frac{1}{R}kqQ \cdot \frac{1}{2R+x}\Big|_0^R =$$

$$= \frac{1}{R}kqQ\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R}\right) = \frac{1}{R}kqQ \cdot \frac{R}{6R^2} = \frac{kqQ}{6R^2}.$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$

2) $F_2 = \frac{kqQ}{6R^2}$.

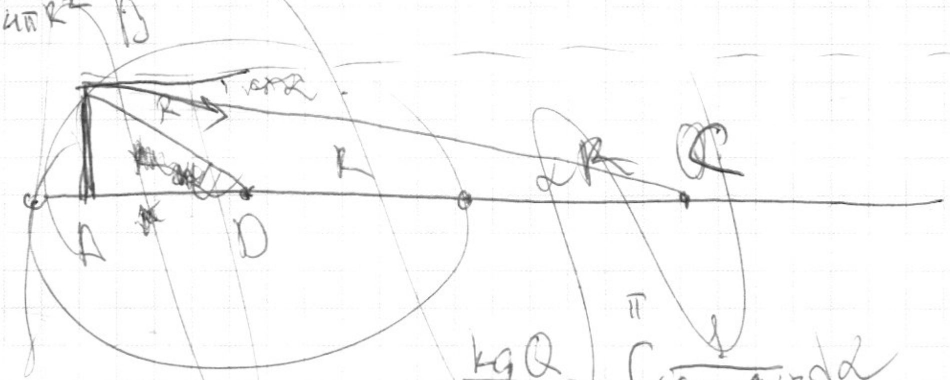
$\sin\alpha = \frac{x}{R} \Rightarrow x = \sin\alpha R.$

$2R + R\cos\alpha = R(2+\cos\alpha)$

$R^2(\sin^2\alpha + 4 + 4\cos\alpha + \cos^2\alpha) = R^2(5+4\cos\alpha).$

$R\sqrt{5+4\cos\alpha}.$

$\frac{Q}{4\pi R^2}$



$\frac{kqQ}{4\pi R^2}\cdot\int_0^\pi \frac{1}{(5+4\cos\alpha)^2}d\alpha$

$\frac{kqQ}{4\pi R^2}\int_0^\pi \frac{1}{R^4(5+4\cos\alpha)^2}d\alpha =$

$= \frac{kqQ}{4\pi R^4}\int_0^\pi \frac{1}{(5+4\cos\alpha)^2}d\alpha$

$= \frac{1}{(5+4\cos\alpha)^2}d(5+4\cos\alpha) =$

$= \frac{1}{5+4\cos\alpha}\cdot -4\sin\alpha \cdot d\alpha =$

$\left(\frac{1}{5+4\cos\alpha}\right)' = \frac{(5+4\cos\alpha)'}{(5+4\cos\alpha)^2} = \frac{-4\sin\alpha}{(5+4\cos\alpha)^2}.$

$\frac{4\sin\alpha}{5+4\cos\alpha}\frac{kqQ}{4\pi R^2}.$

$-\frac{1}{4\sin\alpha(5+4\cos\alpha)} = \frac{1}{(5+4\cos\alpha)^2}.$

$\left(\frac{4}{5} - 0\right) + \left(0 - \frac{4}{5}\right)$

$\frac{2kqQ}{5\pi R^4}$ $\quad 2\cdot\frac{8}{5}\frac{kqQ}{4\pi R^4}$

$\frac{kqQ}{4\pi R^4}\cdot\left(\frac{4\cos\alpha}{5+4\cos\alpha}\right)\Big|_0^\pi =$

$= \frac{kqQ}{4\pi R^4}\cdot\left(\frac{4}{9}+4\right) = \frac{kqQ}{4\pi R^4}\cdot\frac{40}{9}\cdot\pi R^2 = \frac{10\,kqQ}{9R^2}$

$\frac{\sin\alpha}{R} = \frac{\sin\beta}{2R} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sin\beta}{2}$

$\frac{AB}{BC} = \frac{AB}{2R} \quad BC = 2R$

$\frac{2}{5}\frac{kqQ}{R^2}.$

$0{,}4$

$\frac{2kqQ}{5\pi R^4}$

$= 0{,}8\frac{kqQ}{R^4}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$10\sqrt{13} \approx$

$3 < \sqrt{13} < 4$.

$\sqrt{1300}$

$35^2 =$

$\sqrt{13} \approx 3{,}6$.

$36^2 - 35^2 = 1 \cdot 71$.

$1225 + 71 = 1296$

$35 \times 35 = 1225$

$\sqrt{17^2} < \sqrt{300}$

$40 : 35 = 1{,}114$

$1{,}71 \times 8 = 13{,}68$

$13{,}68 : 7 = 1{,}954$

$37^2 - 36^2 = 1$.

$3{,}14 : 4 = 0{,}785$

$25{,}14 : 4 = 6{,}28$

$\frac{3{,}14}{25{,}14^2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{kqQ}{16\pi R^4}\left(\frac{1}{(5-4R)}-\frac{1}{(5+4R)}\right)$

$\int_{-R}^{R} \frac{kQq}{4\pi R^2}\cdot\frac{1}{(5R^2+4Rx)^2}\,dx = \frac{kqQ}{4\pi R^4}\int_{-R}^{R}\frac{1}{(5+4x)^2}\,dx.$

$\frac{5+4R-5+4R}{(5-4R)(5+4R)}$ $x^2+y^2=R^2$

$\left(\frac{1}{5+4x}\right)' = -\frac{4}{(5+4x)^2}.$ $E=\frac{U}{d}.$

$-\frac{1}{4(5+4x)}$

$y=-x\,tg\,\alpha + 2R\,tg\,\alpha.$

$1-3tg^2\alpha = 4-\frac{3}{\cos^2\alpha}=$

$=\frac{4\cos^2\alpha-3}{\cos^2\alpha}$

$\frac{kqQ\ln 3}{4\pi R^3}$

$=\frac{\cos^2\alpha-3\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=$

$x^2+tg^2\alpha(x-2R)^2=R^2.$

$x^2+(tg^2\alpha(x^2-4Rx+4R^2)=R^2.$

$\frac{kqQ\ln 3}{4R^3}$

$R-x.$

$x^2(tg^2\alpha+1)-4R\,tg^2\alpha\,x+R^2(4tg^2\alpha-1)=0$

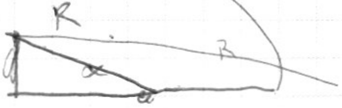
$E(\varphi_1-\varphi_2)\cdot 2R=$

$=(2kQ-kq).$

$2R-x$

$=\frac{kqQ}{4\pi R^2}\cdot\left(\frac{\ln R-\ln R-\ln 3}{-2R}\right)=.$

$D=16$



$\left(\frac{1}{(5+4x)^2}\right)'$

$x^2(tg^2\alpha+1)-4R\,tg^2\alpha\,x+R^2(4tg^2\alpha-1)=0$

$D=16R^2tg^4\alpha-4R^2(tg^2\alpha+1)(4tg^2\alpha-1)=$

$\left(\frac{1}{5+4x}\right)'=$

$=4R^2(4tg^4\alpha-(tg^2\alpha+1)(4tg^2\alpha-1))=$ $\sqrt{R^2-x^2}.$

$=\frac{(5+4x)'-(5+4x)}{(5+4x)^2}=$

$=4R^2(4tg^4\alpha-(4tg^4\alpha+3tg^2\alpha-1))=$

$\varphi_R=\frac{kQ}{R}.$

$=\frac{4-5-4x}{(5+4x)^2}=$

$=4R^2(1-3tg^2\alpha).$

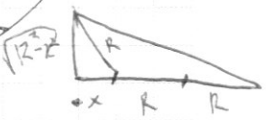
$U=\varphi_1-\varphi_2=$

$=-\frac{4x+1}{(5+4x)^2}$

$x=\frac{tg\,\alpha\pm 2R\sqrt{1-3tg^2\alpha}}{2(tg^2\alpha+1)}.$

$=\frac{kQ}{R}-\frac{kq}{2R}.$

$x^2 = \frac{tg^2\alpha\pm 4R\,tg\,\alpha\sqrt{1-3tg^2\alpha}+4R(1-3tg^2\alpha)}{2(tg^2\alpha+1)}$



$\int_{-R}^{R}\sqrt{R^2-x^2}\cdot\frac{Q}{4\pi R^2}\cdot\frac{q\cdot k}{5R^2-4Rx}\,dx=$

$(\sqrt{R^2-x^2})^2+(2R-x)^2=(2R+x)^2+R^2-x^2=$

$=R^2-x^2+4R^2-4Rx+x^2=$ $=4R^2+4Rx+x^2+R^2-x^2=$

$=5R^2-4Rx.$

$=\frac{Qqk}{4R^2}\int_{-R}^{R}\frac{x^2}{5R^2-4Rx}\,dx.$

$E=\frac{\frac{k}{R}(Q-\frac{q}{2})}{2R}=$

$=\frac{k(Q-\frac{q}{2})}{2R^2}.$

$\left(\frac{x^2}{\sqrt{5R^2-4Rx}}\right)'=$

$\left(\frac{1}{2R+x}\right)'=x-0.$

$\frac{kqQ}{4\pi R^2}\int_{-R}^{R}\frac{1}{5R^2-4Rx}\,dx=$

$F=qE=$

$=\frac{kqQ}{4\pi R^2}\cdot\left(\frac{2\ln R}{-4R}-\frac{2\ln 3R}{-4R}\right)=$

$=\frac{kqQ}{4\pi R^2}\cdot\left(\frac{\ln R-\ln 3R}{-2R}\right).$ $\frac{\ln(5R^2-4Rx)}{-4R}$ $=5R^2+4Rx.$

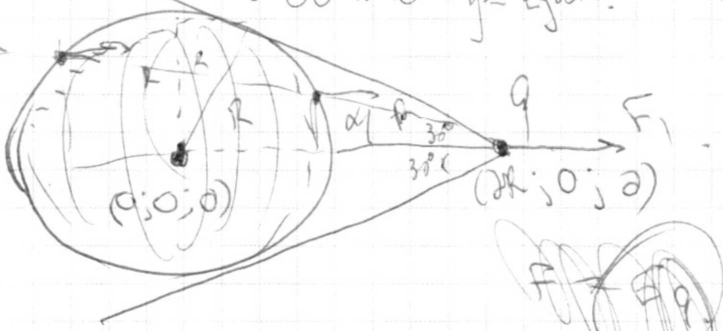
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$F_i = \frac{kqQ}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{r_i}$

$x^2+y^2=R^2$

$y = \operatorname{tg}\alpha x$

$x^2+y^2+z^2=R^2$



$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} F_i \ldots d\alpha$

$F = Eq = \frac{\varphi q}{d}$

$E = \frac{\varphi}{d}$

$\frac{kqQ}{4\pi R^2} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos\alpha}{r_i^2} d\alpha$

$\int_{-R}^{R} \pi(1-R)^2 dR = \pi \int_{-R}^{R} (1-2R+R^2)\,dR =$

$= \pi \left(R - R^2 + \frac{R^3}{3}\right)\Big|_{-R}^{R} =$

$F_1 = \frac{k \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{q}{16\pi R^2}}{R^2} = \frac{kQq}{64\pi^2 R^6}$

$= \frac{kQq}{4\pi R^4}$

$\int_0^{2\pi} \frac{kQq}{64\pi^2 R^6} d\alpha = \frac{2\pi \cdot kQq}{64\pi^2 R^6}$

$\int_0^{4\pi} \frac{kQq}{32\pi R^6} = \frac{kQq}{32 R^6}$

$\frac{kqQ\pi}{2R^4}$

$(2R - x_1)^2 + (2R - x_2)^2$

$x^2(\operatorname{tg}^2+1) = R^2$

$x = R\cos\alpha$

$x^2 \operatorname{tg}^2\alpha + x^2 = R^2$

$$\int_{V_1}^{2V_1} 2P_1\left(1+\sqrt{4\frac{V}{V_1}-\left(\frac{V}{V_1}\right)^2-3}\right)dV =$$

$$2P_1\left(\int_{V_1}^{2V_1} 1\,dV + \int_{V_1}^{2V_1}\sqrt{4\frac{V}{V_1}-\left(\frac{V}{V_1}\right)^2-3}\,dV\right) =$$

$$= 2P_1\left(V_1 + \int_{V_1}^{2V_1}\sqrt{4\frac{V}{V_1}-\left(\frac{V}{V_1}\right)^2-3}\,dV\right) =$$

$$= 2P_1\left(V_1 + \frac{1}{V_1}\int_{V_1}^{2V_2}\sqrt{4VV_1-V^2-3V_1^2}\,dV\right) =$$

$$\left(\sqrt{4VV_1-V^2-3V_1^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow H = S\sin\alpha = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\left(\left(4VV_1-V^2-3V_1^2\right)^{\frac{3}{2}}\right) =$$

$$= 1{,}5\sqrt{4VV_1-V^2-3V_1^2}\cdot\left(4V_1-2V\right) =$$

$$= 3\sqrt{4VV_1-V^2-3V_1^2}\,(2V_1-V).$$

$$= 2P_1\left(V_1 + \frac{1}{V_1}\left.\frac{\sqrt{4VV_1-V^2-3V_1^2}}{3(2V_1-V)}\right|_{V_1}^{2V_1}\right) =$$

$$F_1 = k\frac{Qq}{4R^2}.$$

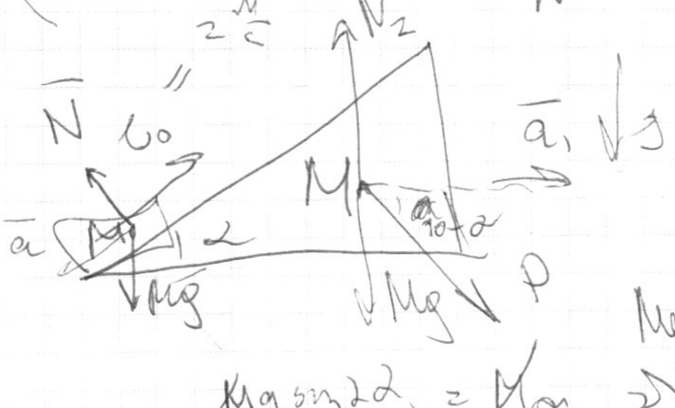
$$v_0 - g\sin\alpha\, t = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{v_0}{g\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow S = \frac{\frac{v_0^2}{g\sin\alpha}}{2} = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha}.$$

$\alpha = 30°$.

№2



$$Ma = Mg\sin\alpha$$

$$\Rightarrow a = g\sin\alpha$$

$$P\sin\alpha = Ma_1.$$

$$N\sin\alpha = Ma_1.$$

$$Mg\cos\alpha = N.$$

$$\frac{Mg\sin 2\alpha}{2} = Ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{g\sin 2\alpha}{2}.$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - 2\frac{P}{P_1} + \cancel{1} + \left(\frac{V}{V_1}\right)^2 - 4\left(\frac{V}{V_1}\right) + 4 = \cancel{1}$

$\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - \left(2\frac{P}{P_1}\right) + \left(\frac{V}{V_1} - 2\right)^2 = 0$

$D = 4 - 4\left(\frac{V}{V_1} - 2\right)^2 = 4\left(1 - \left(\frac{V}{V_1} - 2\right)\right)^2$

$= 4\left(1 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2 + 4\frac{V}{V_1} - 4\right) = 4\left(4\frac{V}{V_1} - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2 - 3\right)$

$\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1}\right)^2 = 1$

$\boxed{\left(\frac{P}{P_1} - 1\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 2\right)^2 = 1}$

$\nu = 1$ моль, $i = 3$

$Q = \Delta U + A =$

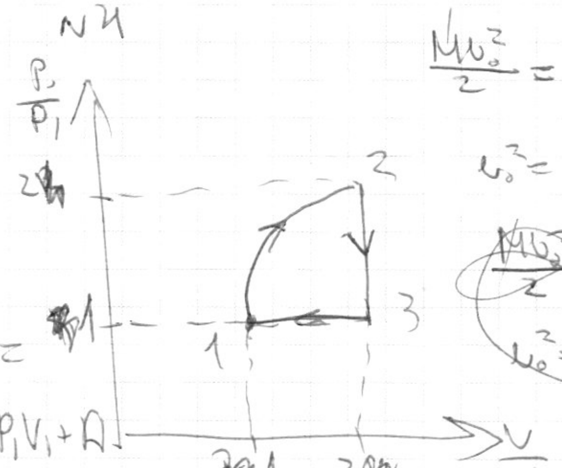
$= \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + A =$

$= \frac{3}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) + A =$

$= \frac{3}{2}\cdot 3P_1V_1 + A = 4{,}5P_1V_1 + A$

$A = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV =$

$\frac{P_3}{V_2} = \frac{P_1}{V_1}$. $\frac{V}{V_1} = \frac{P}{P_1} \Rightarrow$



$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$.

$v_0^2 = v_1^2 + V^2$

$v_0^2 = 2gH + v_2^2$.

$Mv_0\cos\alpha = Mv_1$

$\Rightarrow v_1 = v_0\cos\alpha$.

$\frac{P}{P_1} = 2 + 2\sqrt{4\frac{V}{V_1} - 3 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2}$.

$P = 2P_1\left(1 + \sqrt{4\frac{V}{V_1} - 3 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2}\right)$.

$v_0^2 - v_1^2 = V^2$

$= \frac{2v_0}{(1+\cos^2\alpha)} = \frac{2}{\frac{7}{4}}v_0 = \frac{8}{7}v_0$.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

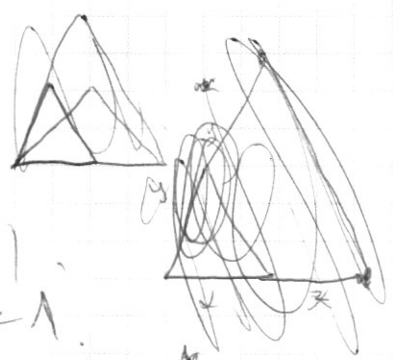
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

2→3 – изохора

3→1 – изобара.

1→2 – ?

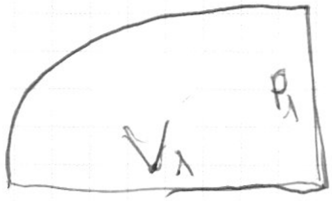


$1{,}5P_1,\ 1{,}5V_1$

$2{,}25P_1V_1 = \nu R T_{31}$ $\quad \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1.$

$2P_1 \cdot p \cdot V_1 = \nu R T$

$P_1V_1\left(\frac{\pi}{4}+1\right)$



$x^2 + y^2 = 1.$

$\sqrt{1-y^2}.$

$Q = \frac{3}{2}(4P_1V_1 - P_1V_1) + P_1V_1\left(\frac{\pi}{4}+1\right) =$

$= P_1V_1\left(4{,}5 + \frac{\pi}{4} + 1\right) = P_1V_1\left(5{,}5+\frac{\pi}{4}\right) = \nu R T_1\left(5{,}5+\frac{\pi}{4}\right).$

$\frac{P_1V_1\pi}{4} = \frac{\nu R T_1 \pi}{4}.$ $\quad 2\sqrt{1-y^2}.$ $\quad \int_{-1}^{1} 2\sqrt{1-y^2}\,dy =$

$\eta = \frac{A_Г}{Q_{пол}} = \frac{A_Г}{Q_{12}+Q_{23}} = \frac{P_1V_1\frac{\pi}{4}}{P_1V_1\left(5{,}5+\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\pi}{\pi+22}.$

$\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1}\right)^2 = 1.$

$\frac{P}{P_1} = \sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}\right)^2}.$ $\quad \left(\sqrt{1-\frac{V^2}{V_1^2}}\right)^{\frac{3}{2}} =$

$P = P_1\sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}\right)^2}$ $\quad = \frac{3}{2}\cdot\left(1-\frac{V^2}{V_1^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot -2\frac{V}{V_1} =$

$= -3\left(1-\frac{V^2}{V_1^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{V}{V_1}$

$\int_0^{V_1} P_1\sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}\right)^2}\,dV = P_1\int_0^{V_1}\sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}\right)^2}\,dV =$ $\quad = 2\int_{-1}^{1}\sqrt{1-y^2}\,dy.$

$= P_1 \cdot \frac{\left(1-\frac{V^2}{V_1^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{-3\frac{V}{V_1}}\Bigg|_0^{V_1} =$

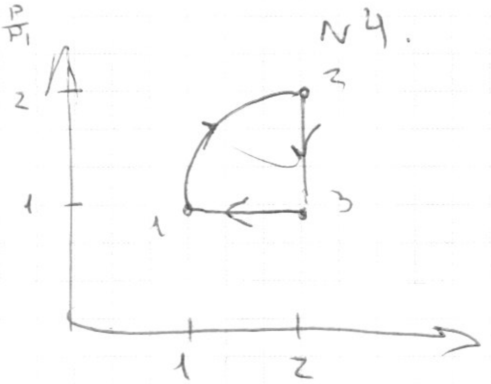
$\left(\frac{x}{a}\right)^2 = 1-\left(\frac{y}{b}\right)^2$ $\quad \left(\left(1-y^2\right)^{\frac{3}{2}}\right)' =$

$\frac{x}{a} = \sqrt{1-\left(\frac{y}{b}\right)^2}.$ $\quad = \frac{3}{2}\left(1-y^2\right)^{\frac{1}{2}}\cdot(-2y) =$

$= -3\left(1-y^2\right)^{\frac{1}{2}}y.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4.



$$\left(1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}=$$

$$\frac{V}{V_1}=\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

$$\left(\frac{p}{p_1}-1\right)^2+\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2=1^2.$$

$$\left(\frac{p}{p_1}-1\right)^2=1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2$$

$$\frac{p}{p_1}-1=\sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2}.$$

$$\frac{p}{p_1}=1+\sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2}.$$

$$p=p_1\left(1+\sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2}\right).$$

$$\left(1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2\right)'=$$

$$=\left(1-\frac{V^2}{V_1^2}+4\frac{V}{V_1}-4\right)'=$$

$$=\left(4-\frac{2V}{V_1}\right)$$

$$\int_{V_1}^{2V_1} p_1\left(1+\sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2}\right)dV=$$

$$=\int_{V_1}^{2V_1} p_1\,dV+p_1\int_{V_1}^{2V_1}\sqrt{1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2}\,dV=p_1V_1+p_1\cdot\frac{\left(1-\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{1{,}5\left(4-\frac{2V}{V_1}\right)}\Bigg|_{V_1}^{2V_1}=$$

$$\cancel{=p_1V_1+p_1V_1\frac{\left(1-(2-2)^2\right)^{1{,}5}}{1{,}5(4-\ldots)}-\ldots=p_1V_1\left(1+\frac{1}{1{,}5}\right)=\frac{5}{3}p_1V_1.}$$

$$\cancel{p_1V_1\cdot 0=p_1V_1+p_1V_1\ldots p_1V_1.}$$