

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Камень брошен с некоторой скоростью V_0 под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту (см. рис.). Максимальная высота полета камня $H = 10$ м. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу, высота которой над точкой старта $h = 7$ м.



1) Найдите начальную скорость V_0 камня.

2) Найдите $\cos \beta$ (см. рис.), здесь β - угол, который вектор скорости образует с горизонтом в момент завершения полета. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

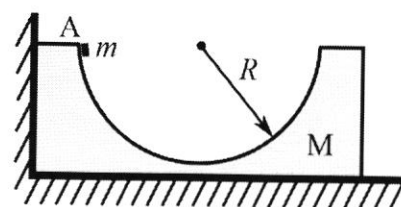
2. Модель автомобиля равномерно движется по окружности радиуса $R = 1,2$ м, лежащей в горизонтальной плоскости. Модель приводится в движение двигателем. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) За какое минимальное время T автомобиль может проехать четверть окружности?

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом.

2) Найдите максимальную скорость V_{MAX} , равномерного движения модели по окружности радиуса $R = 1,2$ м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$.

3. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса R (см. рис.). Из точки А с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы m . Через некоторое время шайба достигает максимальной высоты $H = \frac{2R}{3}$, отсчитанной от нижней точки



полусферы.

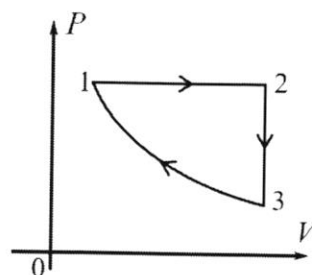
1) Найдите массу M бруска.

2) Найдите максимальную скорость V_{MAX} бруска при дальнейшем движении системы.

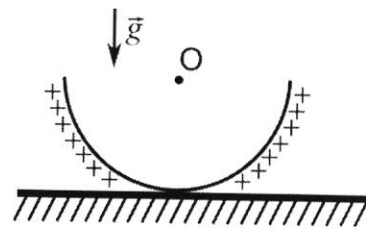
3) С какой по величине силой P брусок действует на горизонтальную поверхность в тот момент, когда его скорость V_{MAX} ? Ускорение свободного падения g .

4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изобары 12, изохоры 23 и адиабаты 31 (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа увеличивается в $n = 8$ раз.

1) Найдите КПД такого цикла. Указание: в адиабатическом процессе с одноатомным идеальным газом $PV^{\frac{5}{3}} = const$.



5. На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы m . Точка O находится на расстоянии R от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью σ распределен положительный заряд. В точку O переносят точечный заряд $Q > 0$.

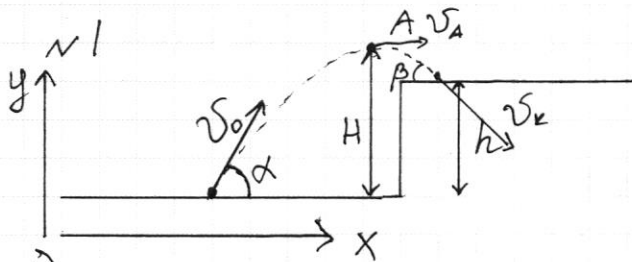


1) Найдите работу A внешней силы при переносе заряда Q из бесконечности в точку O . Электрическая постоянная ϵ_0 .

2) С какой по величине силой P полусфера действует на горизонтальную поверхность после переноса заряда Q из бесконечности в точку O ? Ускорение свободного падения g .

Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Так как в наивысшей точке A проекция \vec{v}_A на Oy равна 0; $v_A = v_{Ax}$

В горизонтальной проекции на ось x на камень силы не действуют, $\Rightarrow v_x = \text{const} \Rightarrow v_{Ax} = v_{Bx} = v_0 \cos \alpha$

По ЗСЭ: $\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{m v_{Ax}^2}{2}$

$$v_0^2 - v_{Ax}^2 = 2 g H$$

$$v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha) = 2 g H$$

Ответ 1) $v_0 = \frac{\sqrt{2 g H}}{\sin \alpha} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2) Так как $v_x = \text{const}$, $v_{kx} = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$

$$v_{kx} = v_k \cos \beta = v_0 \cos \alpha$$

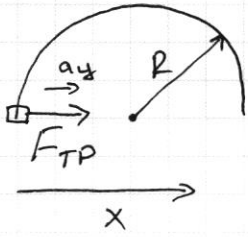
$$\cos \beta = \frac{v_0 \cos \alpha}{v_k}$$

По ЗСЭ: $\frac{m v_0^2}{2} = m g h + \frac{m v_k^2}{2}$

$$v_k^2 = v_0^2 - 2 g h = \frac{2 g H}{\sin^2 \alpha} - 2 g h = \frac{2 g}{\sin^2 \alpha} (H - h \sin^2 \alpha)$$

Ответ 2) $\cos \beta = \frac{\sqrt{2 g H} \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha \sqrt{2 g (H - h \sin^2 \alpha)}} = \sqrt{\frac{H \cos^2 \alpha}{H - h \sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{10}{13}}$

№ 2



$$1) F_{TP} = \mu N$$

$$N = mg, F_{TP} \leq \mu mg$$

По 2 закону Ньютона в проекции на OX:

$$m a_y = F_{TP}$$

$$a_y = \frac{F_{TP}}{m} \leq \mu g$$

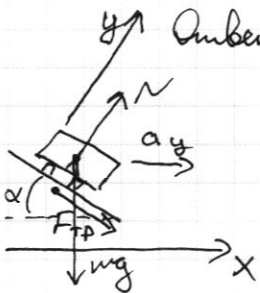
$$a = a_y \text{ тк. } v = \text{const}$$

$$T = \frac{S}{v} = \frac{\pi R}{2v} \Rightarrow T_{\min} \text{ когда } v_{\max}$$

$$a_y = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{\max} \text{ когда } a_{y \max}$$

$$a_{y \max} = \mu g = \frac{v_{\max}^2}{R}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu g R}$$



Ответ) $T = \frac{\pi R}{2\sqrt{\mu g R}} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{\mu g}} = \frac{\pi \sqrt{0,15}}{2} \approx 0,63 \text{ c}$

2) По 2 закону Ньютона в проекции на OY:

$$m a_y \sin \alpha = N - mg \cos \alpha$$

$$F_{TP} = \mu N \quad N = m a_y \sin \alpha + mg \cos \alpha$$

По 2 закону Ньютона в проекции на OX:

$$m a_y = N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha = N (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$m a_y = m (a_y \sin \alpha + mg \cos \alpha) (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$a_y = a_y \sin^2 \alpha + \mu a_y \sin \alpha \cos \alpha + g \cos \alpha \sin \alpha + \mu g \cos^2 \alpha$$

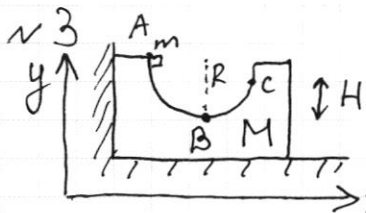
$$a_y (\cos^2 \alpha - \mu \sin \alpha \cos \alpha) = g (\mu \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$a_y = g \frac{\mu \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \mu \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$a_y = \frac{v_{\max}^2}{R}$$

Ответ) $v_{\max} = \sqrt{a_y R} = \sqrt{g R \frac{\mu \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \mu \sin \alpha \cos \alpha}} = 5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Здесь B - нижняя точка полушара. Когда шайба в первый раз достигнет точки B , брусок начнёт движение, до этого момента он покоится.

Пусть v_0 - скорость шайбы в этот момент.



Тогда по ЗСЭ $\frac{m v_0^2}{2} = m g R$
 $v_0 = \sqrt{2gR}$

В момент, когда шайба достигает макс. высоты H , и брусок, и шайба движутся с одинаковой скоростью u .



Тогда по ЗСИ в проекции на Ox :

$$m v_0 = m u + M u \Rightarrow u = v_0 \frac{m}{m+M}$$

по ЗСЭ: $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + \frac{M u^2}{2} + m g H$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{v_0^2 m^2}{2(m+M)} + m g H$$

$$v_0^2 = v_0^2 \frac{m}{m+M} + 2gH$$

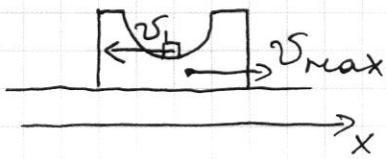
$$v_0^2 - 2gH = v_0^2 \frac{m}{m+M}$$

$$m+M = m \frac{v_0^2}{v_0^2 - 2gH} \Rightarrow M = m \left(\frac{v_0^2}{v_0^2 - 2gH} - 1 \right) = m \frac{2gH}{v_0^2 - 2gH}$$

Д $M = m \cdot \frac{H}{R-H} = 2m$ Ответ 1) $M = 2m$

v_{\max} бруска достигается в тот момент, когда шайба движется против Ox с макс. скоростью, то есть когда она второй раз попадает в т. B .

н3 (продолжение)



Пусть эта макс. скорость шайбы равна v_1 ,

Тогда по ЗСИ в проекции на ОХ:

$$m v_0 = M v_{\max} - m v_1$$

$$m v_0 = 2 m v_{\max} - m v_1$$

$$v_1 = 2 v_{\max} - v_0$$

По ЗСЭ: $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_{\max}^2}{2}$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2 v_{\max}^2$$

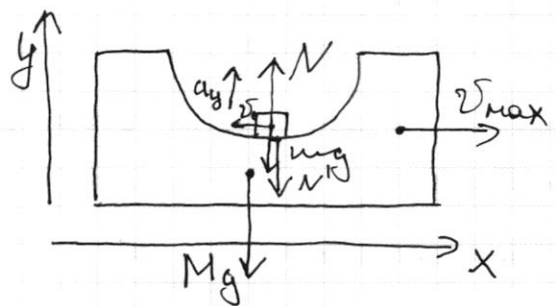
$$v_0^2 = 4 v_{\max}^2 - 4 v_{\max} v_0 + v_0^2 + 2 v_{\max}^2$$

$$4 v_{\max} v_0 = 6 v_{\max}^2$$

2) $v_{\max} = \frac{2}{3} v_0 = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2gR}$

$$v_1 = \frac{4}{3} v_0 - v_0 = \frac{1}{3} v_0$$

Ответ 2): $v_{\max} = \frac{2}{3} \sqrt{2gR}$



$$P = Mg + N' \quad N' = N$$

По 2-му закону Ньютона для шайбы впр. на ОУ:

$$m a_y = N - mg, \quad a_y = \frac{v_1^2}{R}$$

$$N = m(g + a_y) = m\left(g + \frac{v_1^2}{R}\right)$$

$$P = 2mg + m\left(g + \frac{v_1^2}{R}\right) = m\left(3g + \frac{v_0^2}{9R}\right) = m\left(3g + \frac{2gR}{9R}\right)$$

3) $P = \frac{29mg}{9} = \frac{29}{9} mg = 3,2 mg$ Ответ 3) $P = 3,2 mg$

н4 Так как точки 1 и 3 расположены на одинаковом уровне, выполняется равенство $P_1 V_1^{\frac{5}{3}} = P_3 V_3^{\frac{5}{3}}$

$$V_2 = V_3 = n V_1 = 8 V_1 \Rightarrow P_1 V_1^{\frac{5}{3}} = 32 P_3 V_1^{\frac{5}{3}}$$

$$P_1 = 32 P_3 = P_2$$

(Продолжение на 5 стр.)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 4 (продолжение)

В процессе 12 тепло подводится к газу, $Q_{12} > 0$

В процессе 23 тепло отводится от газа, $Q_{23} < 0$

В процессе 31 $Q_{31} = 0$ т.к. адиабата

$$Q_+ = Q_{12}$$

$A_{цикла} = |A_{12}| - |A_{31}|$ — из смысла работы процесса как площади под графиком $P(V)$

По 1-2-ую термодинамики, $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} R \Delta T$$

По 2-ую из ур-я Менделеева-Клапейрона:

$$P_1 V_1 = R \Delta T_1; P_2 V_2 = R \Delta T_2; \Rightarrow R \Delta T = P_2 V_2 - P_1 V_1 = 7 P_1 V_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \cdot 7 P_1 V_1$$

$$A_{12} = S_{\text{под ур. 12}} = P_1 \cdot (V_2 - V_1) = 7 P_1 V_1 = 32 \cdot 7 P_3 V_1$$

$$Q_{12} = \frac{35}{2} P_1 V_1 = 35 \cdot 16 P_3 V_1$$

По 1-3-ую термодинамики для 31: $Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = 0$

$$A_{31} = -\Delta U_{31}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} R \Delta T, \text{ из у-я Менд. - Клап.: } P_3 V_3 = R \Delta T_3$$

$$R \Delta T = -(P_3 V_3 - P_1 V_1) = P_1 V_1 - P_3 V_3 = 32 P_3 V_1 - 8 P_3 V_1 = 24 P_3 V_1$$

$$|A_{31}| = \left| -\frac{3}{2} \cdot 24 P_3 V_1 \right| = 36 P_3 V_1$$

$$\eta = \frac{A_{цикла}}{Q_+} = \frac{|A_{12}| - |A_{31}|}{Q_{12}} = \frac{(32 \cdot 7 - 36) P_3 V_1}{35 \cdot 16 P_3 V_1} = 0,34 = 34\%$$

Ответ: $\eta = 34\%$

№5

1) Рассмотрим перемещение с точки зрения ЗСЭ

$$A = W_0$$

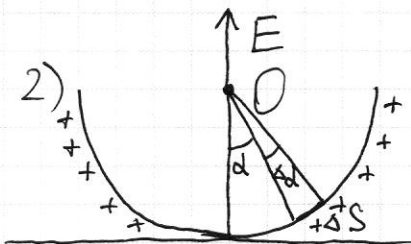
$$W_0 = \frac{Q \cdot q_n}{4\pi\epsilon_0 R} \quad - \text{ где } q_n \text{ - заряд полушара}$$

W_0 - потенциальная энергия заряда Q в точке O ,
 весь заряд q_n находится на расстоянии R

$$q_n = \sigma \cdot S_n = 2\pi\sigma R^2$$

$$\text{Ответ } A = W_0 = \frac{2\pi Q \sigma R^2}{24\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q\sigma R}{2\epsilon_0}$$

$$\text{Ответ 1) } A = \frac{Q\sigma R}{2\epsilon_0}$$



2) Рассмотрим полушару как соединенные бесконечно малые колец

$$\Delta S_{\text{кольца}} = R \Delta\alpha \cdot 2\pi R \sin\alpha$$

$$\Delta E = \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \cos\alpha \quad \Delta q = \sigma \Delta S = 2\pi\sigma R^2 \sin\alpha \cdot \Delta\alpha$$

$$E = \sum \Delta E = \int_0^{\pi/2} \frac{2\pi\sigma R^2 \sin\alpha \cdot \Delta\alpha \cdot \cos\alpha}{4\pi\epsilon_0 R^2} =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{\sigma \cdot \sin 2\alpha \cdot \Delta\alpha}{4\epsilon_0}$$

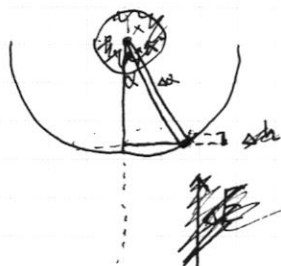
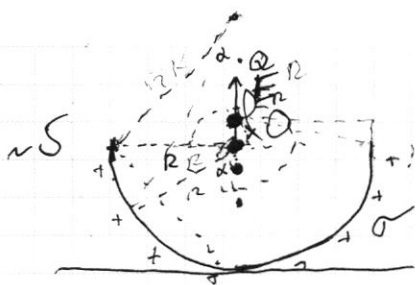
$$f(\alpha) - \text{ первообразная } f(\alpha) = -\frac{\cos 2\alpha}{2}$$

$$E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \cdot (f(\frac{\pi}{2}) - f(0)) = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

Сила, с к-ой Q действует на полушару, равна силе, с которой полушару действует на заряд Q

$$F_{\text{Кулона}} = E Q = \frac{\sigma Q}{4\epsilon_0} \quad - \text{ характер отталкивания т.к. заряды одноименные}$$

$$P = mg + F_{\text{Кулона}} = mg + \frac{\sigma Q}{4\epsilon_0} \quad \text{Ответ 2): } P = mg + \frac{\sigma Q}{4\epsilon_0}$$



$$\Delta S = R \Delta \alpha \cdot 2\pi R \sin \alpha$$

$$\Delta E = \frac{kq}{r^2} \cdot \cos \alpha \quad r = R$$

$$\Delta E = \frac{2\pi k \sigma R^2 \sin \alpha \Delta \alpha}{R^2} \cdot \cos \alpha$$

$$\Delta E = \pi \frac{k \sigma}{R} \sin 2\alpha \Delta \alpha$$

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi k \sigma \sin 2\alpha \, d\alpha$$

$$E = \frac{\pi}{2} k \sigma + \frac{\pi}{2} k \sigma = \pi k \sigma = \frac{\pi \sigma}{4\epsilon_0}$$

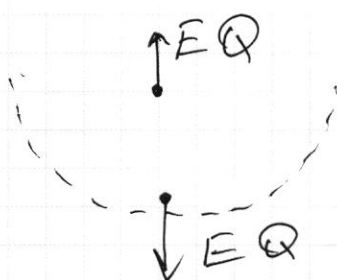
$$F_{(Q)} = \frac{\pi}{2} k \sigma \cos 2\alpha \quad \begin{matrix} -\cos 2\alpha \cdot \frac{1}{2} \\ \sin 2\alpha \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \end{matrix} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$P = mg + EQ = 0$$

$$= mg + \frac{\sigma Q}{4\epsilon_0} \quad 1.$$

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$r = \sqrt{R^2 + x^2 + 2x \cos \alpha R}$$



~~$$r = \dots$$~~

~~$$W = \frac{kq \cdot q_1}{r^2}$$~~

~~$$\Delta W = \frac{kQ \cdot \Delta q}{4\pi \epsilon_0 R^2}$$~~

~~$$\frac{kR^2 \sigma \cdot Q}{24\pi \epsilon_0 R} = \frac{\sigma R Q}{2\epsilon_0} \quad E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$~~

~~$$q_n = 2\pi R^2 \sigma$$~~
~~$$q_n = \frac{2\pi R^2 \sigma}{4\pi \epsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$~~

$$\Delta q = \sigma \cdot \Delta S = \sigma R^2 2\pi \sin \alpha \Delta \alpha$$

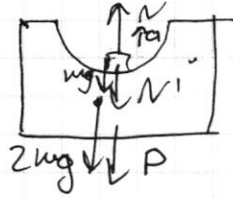
$$E = \frac{2\pi R^2 \cdot \sigma}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{2\epsilon_0 r^2}$$

$$W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\pi \sigma R^2 \sin \alpha \Delta \alpha}{24\pi \epsilon_0 R} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma R Q \sin \alpha \Delta \alpha}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma R Q}{2\epsilon_0}$$

$$\begin{matrix} -\cos \alpha \\ 0 & -1 \\ \frac{\pi}{2} & 0 \end{matrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_1 = \frac{1}{3} v_0$$



$$ma = N - mg$$

$$\frac{m v_1^2}{R} + mg = N$$

$$m \left(\frac{v_1^2}{R} + g \right) = N = N'$$

$$a = \frac{v_1^2}{R}$$

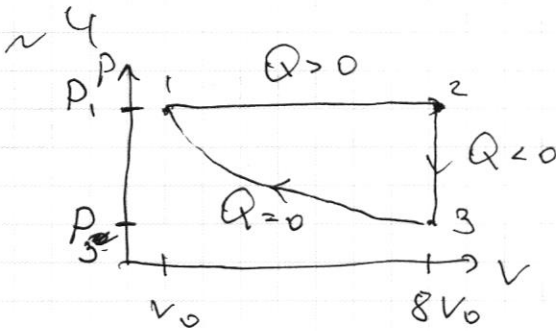
$$N' = N$$

$$P = 2mg + N'$$

$$P = m \left(\frac{v_1^2}{R} + 3g \right) = \frac{29}{9} mg$$

~~$$\frac{29R}{R} + 3g =$$~~

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{29R}{R} + 3g =$$



$$p_1 v_0^{\frac{5}{3}} = p_3 \cdot (8v_0)^{\frac{5}{3}}$$

$$p_1 v_0^{\frac{5}{3}} = 32 p_3 v_0^{\frac{5}{3}}$$

$$p_1 = 32 p_3$$

$$Q_{12} = 35.16 p_3 v_0$$

$$32 \cdot 7$$

$$- 224$$

$$36$$

$$188 \mid 2$$

$$94 \mid 2$$

$$47$$

$$\frac{188}{35.16} = \frac{47}{35.4}$$

$$\frac{47}{140}$$

$$\eta = \frac{A_{цикла}}{Q_{12}} = \frac{32 \cdot 7 - 3 \cdot 12}{35 \cdot 16} \approx 0.34$$

$$A_{цикла} = |A_{12}| - |A_{31}| = (32 \cdot 7 - 3 \cdot 12) p_3 v_0$$

$$A_{31} = -\Delta U_{31}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T = 3 \cdot 12 p_3 v_0$$

~~$$p_3 \cdot 8 v_0 - p_1 \cdot v_0$$~~

$$p_1 \cdot v_0 - p_3 \cdot 8 v_0 = 32 p_3 v_0 - 8 p_3 v_0 = 24 p_3 v_0$$

$$\frac{470}{420} \mid \frac{140}{0.3365}$$

$$50$$

$$420$$

$$70$$

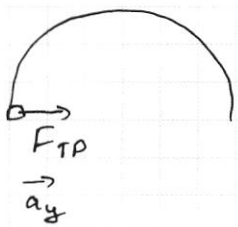
$$32 \cdot 7$$

$$224$$

$$188$$

~ 2

$$a_y = a_y \sin^2 \alpha + a_y \mu \cos \alpha \sin \alpha + g \cos \alpha \sin \alpha + \mu g \cos^2 \alpha$$



$$1) T = \frac{L}{v} = \frac{\pi R}{2\sqrt{\mu g R}} = \frac{3,14 \cdot 1,2}{2 \cdot \sqrt{0,8 \cdot 10 \cdot 1,2}}$$

$$v_{max} = \sqrt{a_y R} = \sqrt{\mu g R}$$

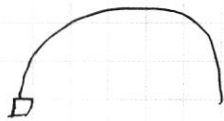
$$a_y = \frac{v^2}{R}$$

$$L = \frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi R}{2}$$

$$m a_y = F_{TP} = \mu m g$$

$$a_y = \mu g$$

$$\sqrt{0,15 \cdot 10} = 0,4$$



$$2) a_y = (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) g \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$m a_y = F_{TP} \cos \alpha + N \sin \alpha = \mu N \cos \alpha + N \sin \alpha =$$

$$= (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) mg \cos \alpha$$

$$\sqrt{\frac{1,2^2}{0,8 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{1,2^2}{8}} =$$

$$3,14 \cdot 0,2 = 0,628$$

$$= \sqrt{\frac{0,3}{2}} = \sqrt{0,15}$$

$$v_{max} = \sqrt{a_y R} = \sqrt{(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) g \cos \alpha R} =$$

$$\frac{3}{4} \cdot 0,8$$

~ 3



$$v_0 = \sqrt{2gR}$$



$$m v_0 = (m + M) v$$

$$m v_0 = 2m v_{max} - m v_1$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m + M) v^2}{2} + mgH$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{2m v_{max}^2}{2} \quad M = m \left(\frac{2g \cdot \frac{2}{3} \cdot R}{2gR - \frac{2 \cdot 2}{3} gR} \right)$$

$$v = v_0 \frac{m}{m + M}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m + M) v_0^2 m^2}{2 (m + M)^2} + mgH$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2 v_{max}^2$$

$$\frac{4}{3} gR$$

$$\frac{(2 - \frac{4}{3})}{4 - 4} = 2$$

$$\frac{m v_0^2}{2} - mgH = \frac{v_0^2 m^2}{2 (m + M)}$$

$$v_1 = 2 v_{max} - v_0$$

$$v_0^2 = 4 v_{max}^2 - 4 v_{max} v_0 + v_0^2 + 2 v_{max}^2$$

$$v_0^2 - 2gH = \frac{v_0^2 m}{m + M}$$

$$4 v_{max} v_0 = 6 v_{max}^2$$

$$m + M = \frac{v_0^2 m}{v_0^2 - 2gH}$$

$$4 v_0 = 6 v_{max}$$

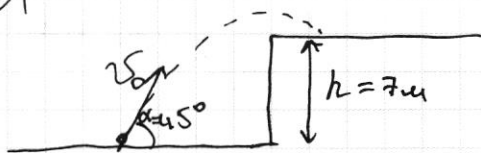
$$v_{max} = \frac{2}{3} v_0 = \frac{2}{3} \sqrt{2gR}$$

$$M = m \left(\frac{2gH}{v_0^2 - 2gH} \right)$$

$$M = m \left(\frac{v_0^2}{v_0^2 - 2gH} - 1 \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

21



$$H = 10 \text{ м}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{m v_H^2}{2}$$

~~$$v_0 = \sqrt{2 g H} = \sqrt{2 \cdot 10} = \sqrt{20} \approx 4.47 \text{ м/с}$$~~

$$v_H^2 = v_x^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$\frac{m v_0^2}{2} - \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = m g H$$

$$v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha) = 2 g H$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{2 g H}}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2 \cdot 100}}{\sin 45} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\cos \beta = \frac{v_x}{v_k} = \frac{v_0 \cos \alpha}{v_k}$$

~~$$\frac{m v_k^2}{2} + m g h = \frac{m v_0^2}{2}$$~~

$$\frac{m v_k^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} - m g h$$

$$v_k^2 = v_0^2 - 2 g h$$

$$v_k = \sqrt{v_0^2 - 2 g h}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{2 g H}{\sin^2 \alpha} - 2 g h}$$

$$\frac{2 g H - 2 g h \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{\sqrt{H} \cdot \cos \alpha}{\sqrt{H - h \sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{H \cos^2 \alpha}{H - h \sin^2 \alpha}}$$

$$\sqrt{v_0} \approx 3,3$$

$$\frac{3}{4} \cdot 0,8 + \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,6$$

$$\frac{3}{4} - 0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 0,4$$

$$\frac{3}{2 \cdot 3} = 0,5$$

$$\sqrt{3} \cdot 0,25 \approx 0,43$$

$$0,75 - 0,35 \approx 0,4$$

$$10 \cdot 0,8 \cdot 1,2 = 9,6$$

$$\frac{1}{0,4} = \frac{10}{4} = 2,5$$

$$\frac{1,7}{1,6} \approx 1,0625$$

$$\frac{1,7}{1,6} \cdot 0,42 = 0,3075$$

$$0,855$$

$$5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\frac{10 \cdot \frac{1}{2}}{10 - 7 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{5}{6,5} = \sqrt{\frac{10}{13}}$$

$$v_0^2 = \frac{2 g H}{\sin^2 \alpha}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{2 g H} \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha \sqrt{\frac{2 g H}{\sin^2 \alpha} - 2 g h}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2 g H} \cdot \cos \alpha}{\sqrt{2 g H - 2 g h \sin^2 \alpha}} =$$