

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

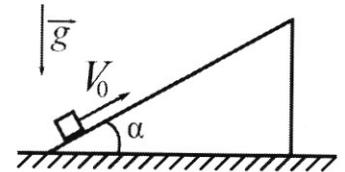
1. Фейерверк массой  $m = 2$  кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва  $H = 65$  м. На землю осколки падают в течение  $\tau = 10$  с.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию  $K$  осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость  $V_0 = 2$  м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1) На какую максимальную высоту  $H$  над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса  $R = 1,2$  м равномерно со скоростью  $V_0 = 3,7$  м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели  $m = 0,4$  кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой  $P$  модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ . Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,9$ .

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

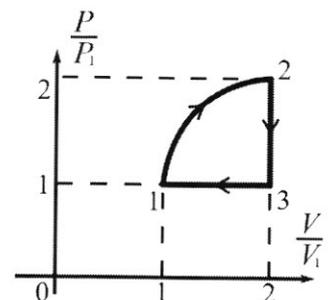
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

Универсальная газовая постоянная  $R$ .



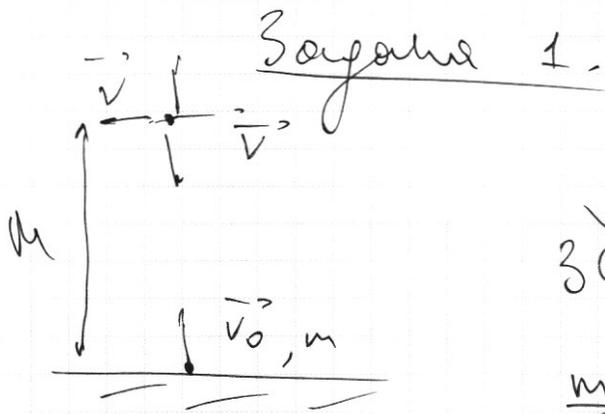
5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $2R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $2R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.



Решение:

~~ЗСЭ:~~

~~$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{m v^2}{2}$$~~

2) Дольше всего будет лететь камень, скорость которого направлена вверх. Он упадет за время  $t$ .

~~$$K = \sum_i \frac{m_i v^2}{2} = \frac{v^2}{2} \cdot \sum_i m_i = \frac{M v^2}{2}$$~~

~~$$v_0^2 = 2 g H + v^2$$~~

4)  $H$  - высшая точка  $\Rightarrow v_0 - g t = 0$ .

$$t = \frac{v_0}{g}; \quad H = v_0 t - \frac{g t^2}{2} =$$

$$= \frac{v_0^2}{g} - \frac{g v_0^2}{2 g^2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{20 \cdot 65} = 2\sqrt{4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13} = 10\sqrt{13}$$

4) ~~$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{m v^2}{2}$$~~

~~$$v_0^2 = 2gH + v^2 \quad | \quad 2gH$$~~

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \rho = \frac{q}{R}$$

$$dF_2 = \frac{kQ}{x^2} \cdot \frac{q}{R} dx$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} \frac{kQ}{x^2} \frac{q}{R} dx = \frac{kQq}{R} \int_{2R}^{3R} \frac{dx}{x^2}$$

$$= \frac{kqQ}{R} \left( -\frac{1}{x} \right) \Big|_{2R}^{3R} = \frac{kqQ}{R} \left( -\frac{1}{3R} + \frac{1}{2R} \right) =$$

$$= \frac{kqQ}{R} \left( \frac{1}{6R} \right) = \frac{kqQ}{6R^2}$$

Ответ:  $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$  ;  $F_2 = \frac{kqQ}{6R^2}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1) M = vt_2 + \frac{\rho t_2^2}{2} \quad (t_2 - \text{время полёта от } M \text{ до } O)$$

$$\rho t_2^2 + 2vt_2 - 2M = 0$$

$$D = 4v^2 + 8\rho M$$

$$t_2 = \frac{-2v + 2\sqrt{v^2 + 2\rho M}}{2\rho} = \frac{\sqrt{v^2 + 2\rho M}}{\rho} - \frac{v}{\rho}$$

2)  $t_1$  - от  $M$  до верх. точки.

$$v - \rho \frac{t_1}{2} = 0 \quad t_1 = \frac{2v}{\rho}$$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{v^2 + 2\rho M}}{\rho} + \frac{v}{\rho}$$

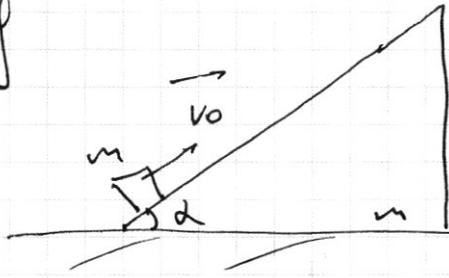
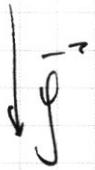
$$\rho t - v = \sqrt{v^2 + 2\rho M} \Rightarrow v^2 + 2\rho M = \rho^2 t^2 - 2\rho t v + v^2$$

$$2\rho t v = \rho^2 t^2 - 2\rho M$$

$$v = \frac{\rho t^2 - 2M}{2t} = \frac{1000 - 130}{20} = \frac{87}{2} \text{ м/с.}$$

$$K = \frac{mv^2}{2} = 3734,5 \text{ Дж.}$$

## Задача 2.



1) Когда действует на блок и он начинает ускоряться. Н максим. когда блок соскальзывает относительно блока.  $\sum F_i = 0 \Rightarrow$  можем использовать ЗСЭ:  $mv_0 \cos \alpha = 2mv$

$v = \frac{v_0}{2} \cos \alpha$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{mv_0^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + mgy$$

$$v_0^2 = 2v^2 + 2gy$$

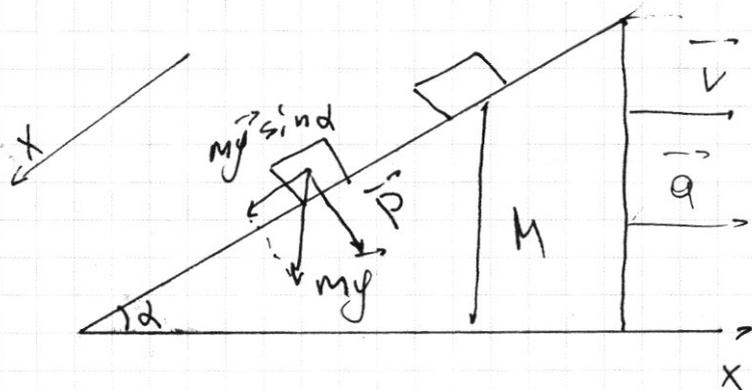
$$v_0^2 - 2 \cdot \frac{v_0^2}{4} \cos^2 \alpha = 2gy$$

$$v_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}\right) = 2gy$$

$$H = \frac{v_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}\right)}{2g} = \frac{4 \left(1 - \frac{3}{8}\right)}{2g} = \frac{20}{160} = \frac{1}{8} \text{ м}$$

$= 0,125 \text{ м.} \sim \text{Ответ.}$

2)



$$|N| = |P| = mgy \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} P_x &= P \cdot \sin \alpha = \\ &= mgy \sin \alpha \cos \alpha = \\ &= \frac{1}{2} mgy \sin 2\alpha = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} mgy \end{aligned}$$

$$P_x = ma \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{4} g = \text{const.}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$a_{\text{адс}} = g \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{4} g \cos \alpha = \frac{g}{2} - \frac{3}{8} g =$$

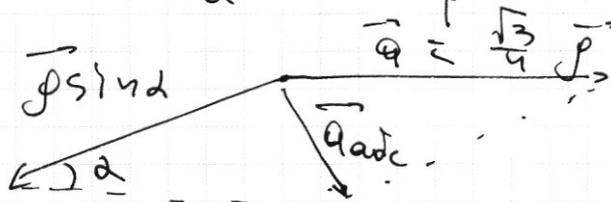
$$= \frac{g}{8}$$~~

~~$$2) \frac{v_k^2 - v_n^2}{2a} = S \quad | \quad v_n = 0$$~~

~~В ме ш(0) кинема маида ушоряетя~~

~~с ушоряетя маида~~

~~$$a_{\text{адс маида}} = \vec{a}_{\text{пер}} + \vec{a}_{\text{отн}}$$~~



По т-ме косинусов:

$$g^2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{16} g^2 - 2 \cdot \frac{g}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a_{\text{адс}}^2$$

$$\frac{g^2}{4} + \frac{3}{16} g^2 - \frac{3}{8} g^2 = \frac{4g^2 + 3g^2 - 6g^2}{16} = \frac{g^2}{16} = a_{\text{адс}}^2$$

$$a_{\text{адс}} = \frac{g}{4}$$

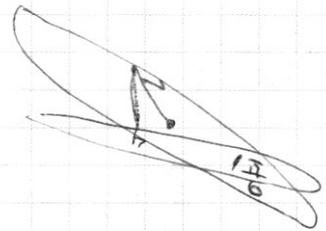
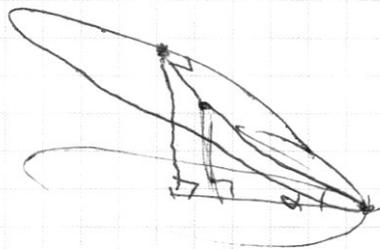
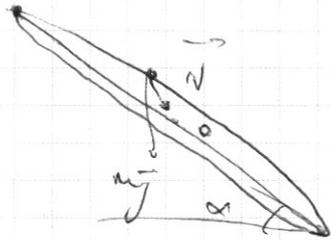
пусть за время  $t$  маида раштает неле:

$$g \sin \alpha - \sin \alpha \frac{t^2}{2} = M$$

$$t^2 = \frac{2M}{g \sin^2 \alpha} \Rightarrow t = 2 \sqrt{\frac{2M}{g}}$$

$$V = a_{\text{адс}} t = \frac{g}{2} \sqrt{\frac{2M}{g}} = \sqrt{\frac{g^2}{4} \cdot \frac{2M}{g}} = \sqrt{\frac{gM}{2}}$$

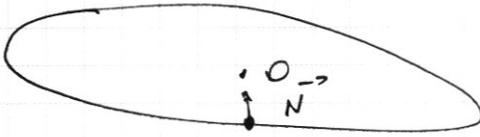
$$= \sqrt{0,625} = 0,25 \sqrt{10} \approx 0,76 \text{ м/с. } \sim \text{Ответ.}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

1)

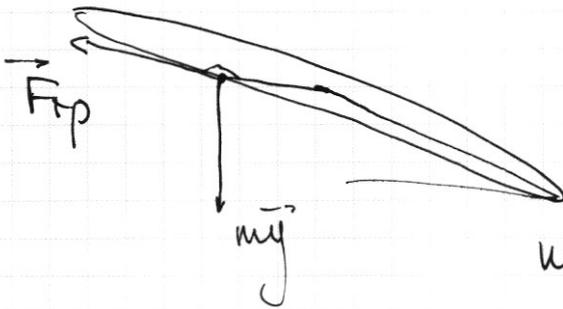


$$N = m \frac{v^2}{R}$$

По 3 3м  $|N| = |P|$

$$P = \frac{m v_0^2}{R} \approx 1,7 \text{ М.}$$

2)



$$a = \frac{v}{R}$$

$F_{тр}$  сонаправлена  
со скоростью  
Верхняя точка

кальcula - самей, между стей и стей

участок.

~~Запишем для него 2 3м:  $m g \cdot \cos 60^\circ$~~

Пусть  $\varphi$  - угол между  $\vec{F}_{тр}$  и  $\vec{m g}$

$$F_{тр} = m g \cdot \cos \varphi ; = \mu N$$

2 3м:  $\frac{m g \cos \varphi}{\mu} + m v_x = \frac{m v^2}{R}$

$$\frac{m g \cos \varphi}{\mu} + m g \cos 30^\circ = \frac{m v^2}{R}$$

3)  $m g \cos 60^\circ = \frac{m v^2}{R}$

Ответ:  $\sqrt{\frac{\mu R}{2}} = v_{min} = \sqrt{6} \approx 2,4 \text{ м/с.}$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

4)  $\gamma$  р-е Мергенева - Клайнсрота

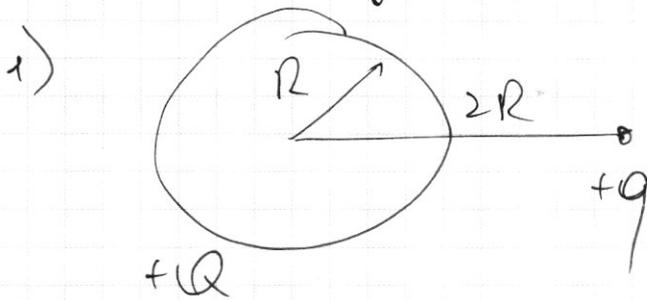
$$P, V_1 = \partial R T_1 = R T_1$$

$$Q = \left( \frac{\pi + 2^2}{4} \right) R T_1 \approx 6,27 R T_1 \text{ Дм.}$$

$$2) A = A_{12} - A_{13} = S = \frac{\pi v^2}{4} = \frac{\pi P, V_1}{4} = \\ = \frac{\pi}{4} R T_1 \approx 0,76 R T_1 \text{ Дм.}$$

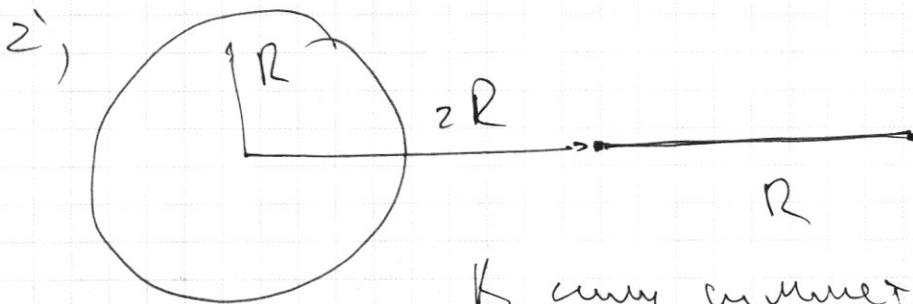
$$3) \gamma = \frac{A}{Q_+} = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{4}{\pi + 2^2} = \frac{\pi}{\pi + 2^2} \approx 1,2.$$

Задача 5.



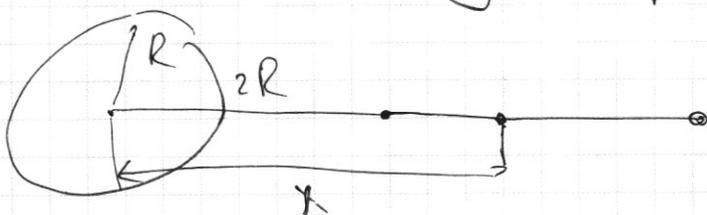
1) Поле сферы совпадает с полем точечной заряда, по т-ме Гаусса.

$$2) F_1 = +q \cdot E_{сферы} = q \cdot \frac{kQ}{4R^2} = \frac{kq \cdot Q}{4R^2}$$



1) Преобразуем криволинейный элемент в плоский.

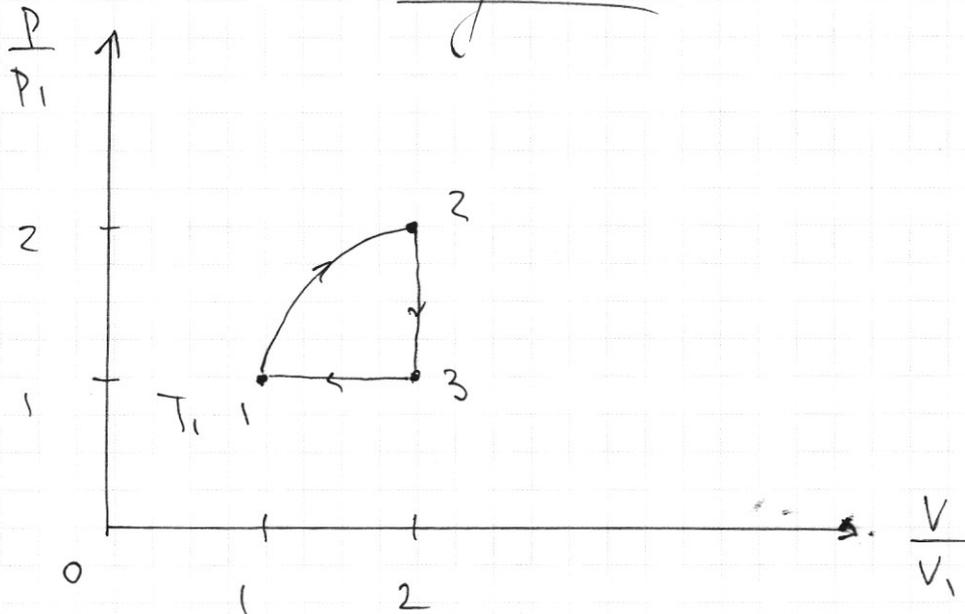
В силу симметрии сила по линии перпендикулярно сферичности.



$$dF_2 = \frac{kQ}{x^2} \cdot dq = \\ = \frac{kQ}{x^2} \rho dx; \rho - \text{плотн. заряда}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.



$\eta = 1$  моль

Решение.

1) Газ расширяется на участке 1-2.

Первое начало:  $Q = \Delta U + A_{газа}$

$$2) V_1 = V_1; \quad V_2 = 2V_1; \quad V_3 = 2V_1;$$

$$P_1 = P_1; \quad P_2 = 2P_1; \quad P_3 = P_1$$

$$3) Q = \frac{3}{2} \Delta(PV) + A_{газа} = \frac{3}{2} \Delta(PV) + P_1(2V_1 - V_1) + \frac{\pi}{4} V^2 =$$

$$= \frac{3}{2} \Delta(PV) + P_1 V_1 + \frac{\pi}{4} \cdot P_1 V_1 = \frac{3}{2} (2P_1 \cdot 2V_1 - P_1 V_1) + \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1 = \frac{9}{2} P_1 V_1 + P_1 V_1 + \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \left(\frac{\pi + 22}{4}\right) P_1 V_1 \approx 6,27 P_1 V_1$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.  $\leq 2 \frac{v_0^2}{R} \leq 2$

1)

$$\leq 2 \frac{v_0^2}{R} \leq 2$$

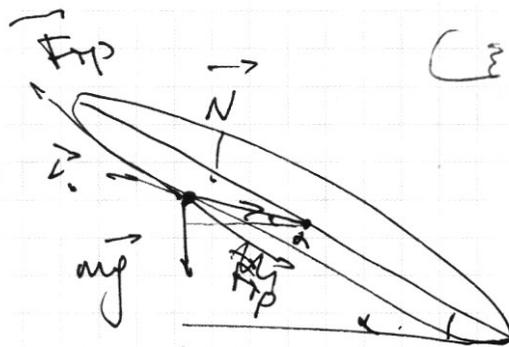
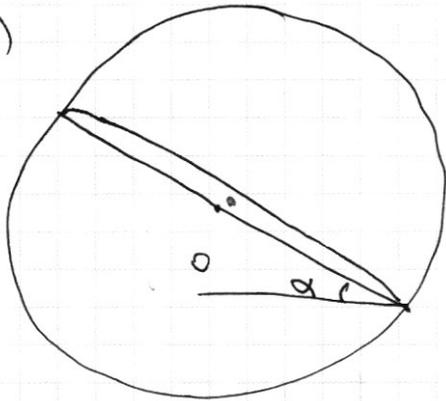
$$N = \frac{m v_0^2}{R}$$

$$P = \frac{m v_0^2}{R} = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2} \approx 1,7 \text{ М.}$$

по 3 3 4  $|N| = |P|$

$$\alpha = \frac{150}{10};$$

2)



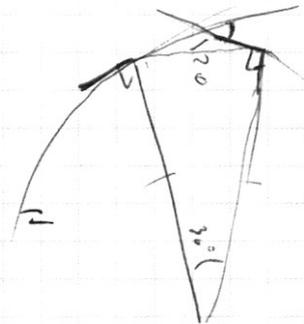
$$m g \sin \alpha + N = \frac{m v^2}{R}$$

Прежде всего, что  $N \rightarrow \text{max}$  в нижней точке

~~$$m g \sin \alpha + F_{cp} = m g \sin \alpha \quad (\text{т.к. } v = \text{const.})$$~~

~~$$N_x + m g_x + F_{cp_x} = \frac{m v^2}{R}$$~~

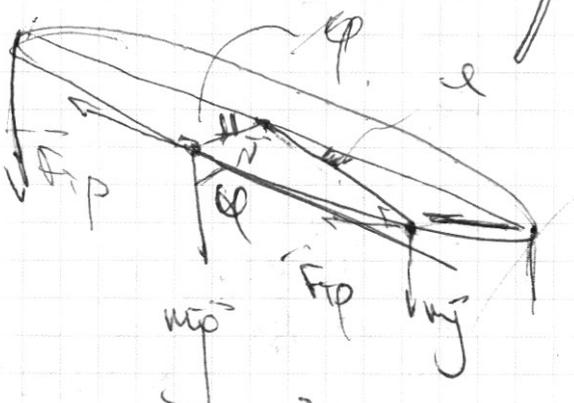
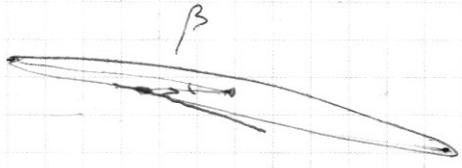
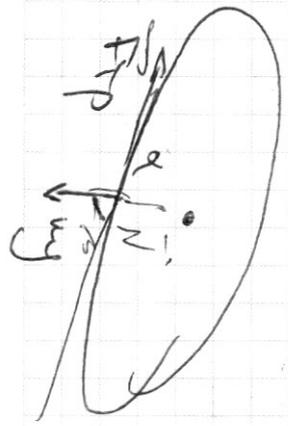
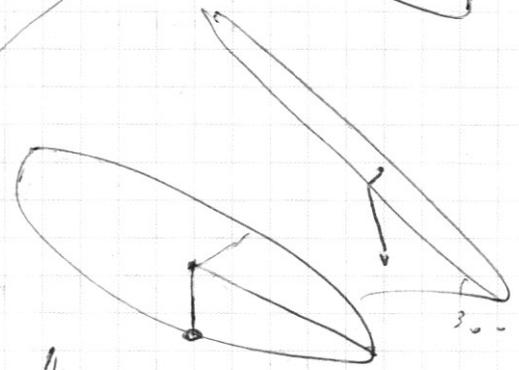
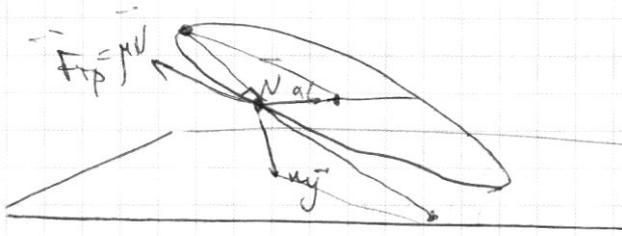
~~$$m g \sin \alpha + m g \sin \alpha =$$~~



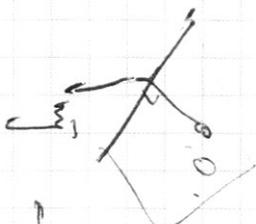
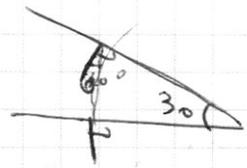
$$m g \cos \alpha = \mu N$$

$$m g \cos \alpha + \frac{m v^2}{R} \cos \alpha$$

$$m g \cos \alpha + N = \frac{m v^2}{R}$$



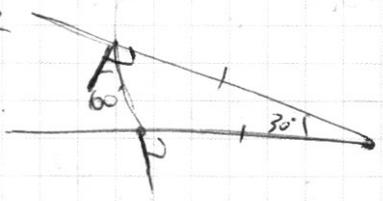
$$F_{TP} = m g \cos \varphi$$



$$\frac{1}{2} m g \cos \alpha + N = \frac{m v^2}{R}$$

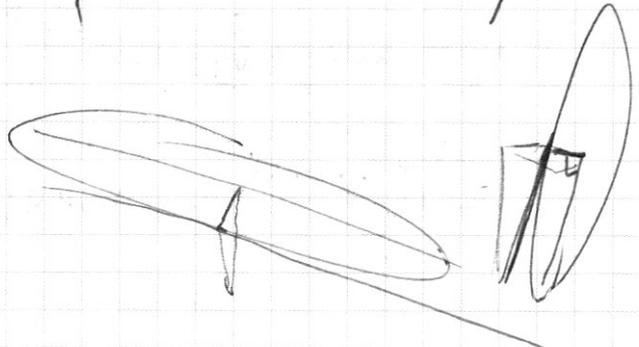
$$\frac{1}{2} m g + \frac{m v^2}{R} \cos \varphi = \frac{m v^2}{R}$$

в кр. движении



$$\frac{1}{2} m g = \frac{m v^2}{R}$$

$$v_{min} = \sqrt{g R} = \sqrt{\frac{m \cdot 1 \cdot m \cdot 1}{c^2}}$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v t_1 - \frac{g t_1^2}{2} + v t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = v t_2 + \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2}$$

$$= v t_2 + \frac{g}{2} (t_2^2 - t_1^2)$$

$$M = v t_2 + \frac{g t_2^2}{2}$$

$$g t_2^2 + 2 v t_2 - M = 0$$

$$D = 4 v^2 + 8 g M$$

$$t_2 = \frac{-2v + \sqrt{4v^2 + 8gM}}{2g}$$

$$= \frac{\sqrt{v^2 + 2gM}}{g} - \frac{v}{g}$$

$$t_1 = \frac{2v}{g}$$

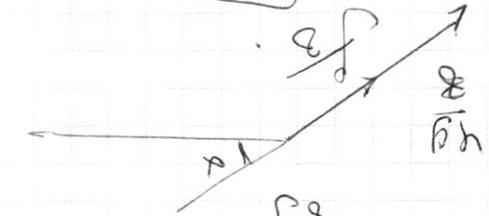
$$H = \frac{\sqrt{v^2 + 2gM}}{g} + \frac{v}{g}$$

$$g H = \sqrt{v^2 + 2gM} + v$$

$$\sqrt{v^2 + 2gM} = g H - v \rightarrow g^2 H^2 - 2g H v + v^2 = v^2 + 2gM$$

$$g^2 H^2 - 2g H v = 2gM$$

$$= \frac{10000 - 13000}{200} = \frac{87}{2}$$

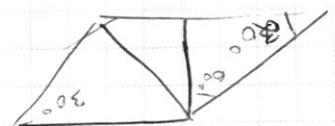


$$v^2 = 2gH \quad | \quad v^2 = 2gH$$



$$H = \frac{2 \times 10000}{2g}$$

$$= \frac{100 \cdot 100 - 1300}{200} =$$





### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{0,25 \cdot 2,5} = \text{Чертежи}$  ✓

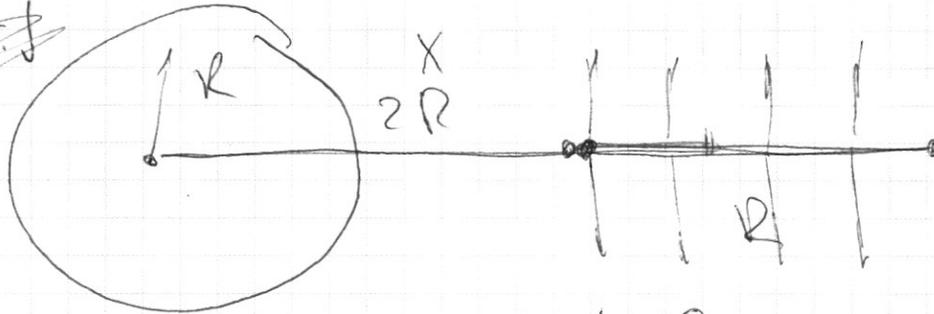
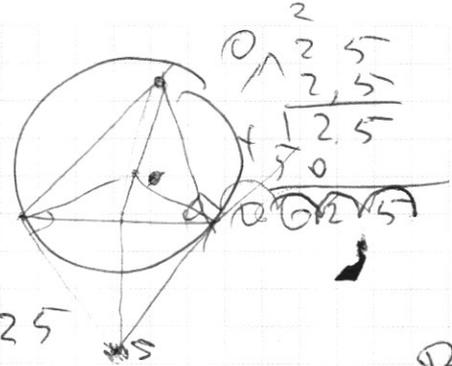
$\left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = -\Delta \varphi$

$= \sqrt{25 \cdot \frac{1}{1000}}$

$25 \sqrt{\frac{1}{1000}} = 1,25 \sqrt{2}$

$= 2,5 \sqrt{2}$

$\frac{1250 \sqrt{200}}{500 \sqrt{0,625}} = \frac{1250 \sqrt{200}}{1000}$

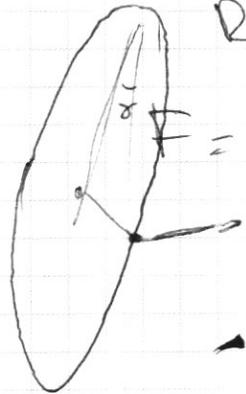


$x^q = q x^{q-1}$

$dF = \frac{k dq Q}{x^2} = \frac{k \lambda dx Q}{x^2}$

$= \frac{k q \cdot Q}{R} \frac{dx}{x^2}$

$\frac{dx}{x^2} = \frac{dx}{x^2}$



$F = \int \frac{k q Q}{x^2} dx$

$x^{-2} = \frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x}$

$x^{-1} dx = \frac{x^0}{0} = \frac{1}{0}$



$\Rightarrow \frac{1}{2R} - \frac{1}{3R} =$

$= \frac{3-2}{0R}$

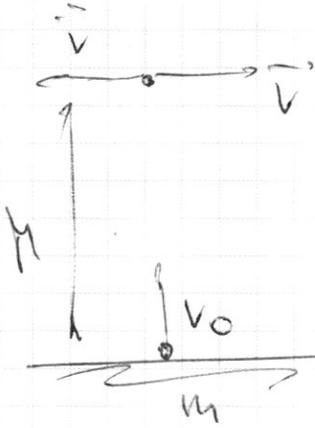
$\pm k \left| \frac{0,9 \pm 8}{2076 \sqrt{1200}} \right|$

$\frac{12,69}{101} + \frac{6,52}{259} = \frac{12,69}{101} + \frac{6,52}{259}$

$\frac{9 \pm 0,2}{4} = \frac{6,9214}{21,0} = \frac{10,8}{101}$

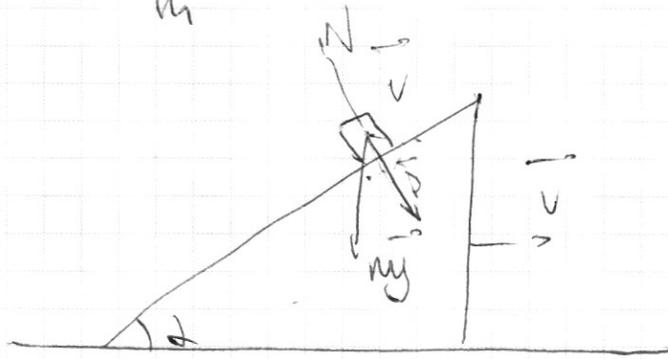


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v\tau + \frac{\varphi\tau^2}{2} = H$$

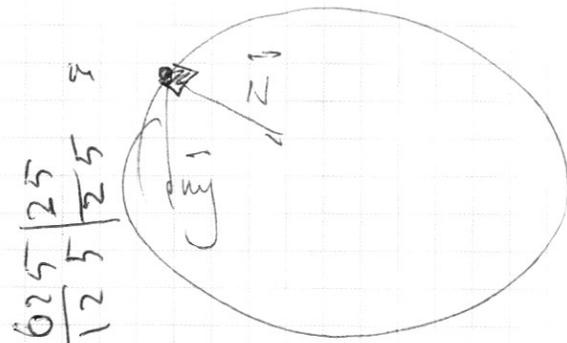
$$\frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} = \frac{m v^2}{2}$$



$$mg \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$N = mg \sin \alpha$$

$$v^2 = 2gh$$



$$\frac{mv^2}{R}$$

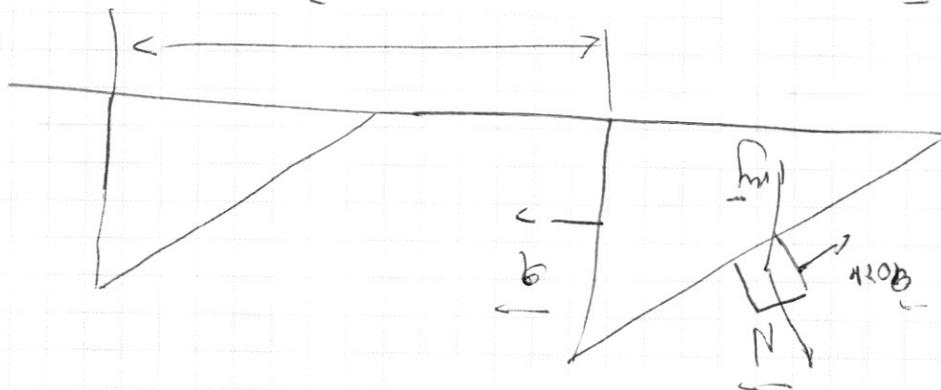
$$M = \frac{10 \cdot 100}{2} = 500$$

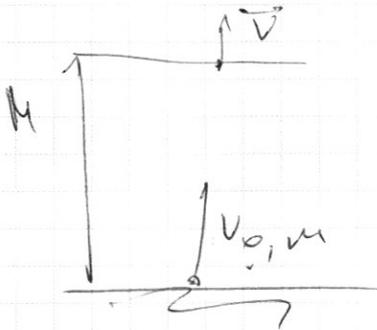
$$\sqrt{6,25} = 2,5$$

$$0,25$$

$$\frac{z}{\sqrt{m}} + \frac{z}{\sqrt{m}} = 2\sqrt{m} + \frac{z}{\sqrt{m}}$$

$$= \frac{z}{2\sqrt{B}}$$





$$v - g t_1 = 0$$

$$t_1 = \frac{2v}{g}$$

$$h = vt + \frac{gt^2}{2}$$

$$0 = 4v^2 + 8gh$$

$$gt^2 + 2vt - 2h = 0$$

$$\sqrt{\frac{2gh}{g}} = \sqrt{\frac{130}{10}} = \sqrt{13}$$

$$mgh + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(v+gt)^2}{2}$$

$$\frac{v^2 - (v+gt)^2}{2g} = -2h$$

$$\frac{v^2 + 2vgt + g^2t^2 - v^2}{2g} = -2h$$

$$2vt + gt^2 = 2h$$

$$gt^2 + 2vt - 2h = 0$$

D =

$$\frac{2v}{g} = t_1$$

$$vt_2 + \frac{gt_2^2}{2} = h$$

$$g \frac{t_2^2}{2} + vt_2 + \frac{gt_2^2}{2} = h$$

$$2v + g(t_2 - t_1) = 1$$

$$h = vt_2 + \frac{gt_2^2}{2}$$

$$2gh = 2v^2 + \frac{m v^2}{2} = mgh$$