

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

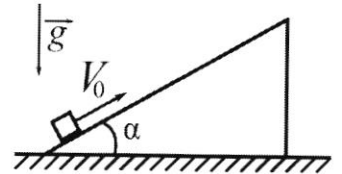
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

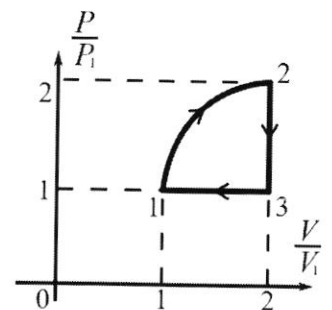
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

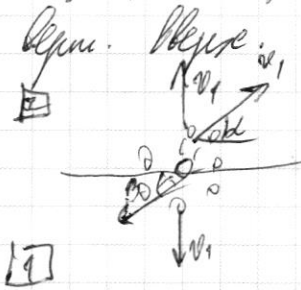
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) По ЗСЭ:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH; \quad v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65 \frac{m}{c}} = 10 \cdot \sqrt{13} \text{ м/с} \approx 36 \text{ м/с}$$

$$2) \quad K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \frac{v_i^2}{2} = m \frac{v_i^2}{2}$$

Из условия что τ время падения первой и последней
(а) очевидно, что первая осколком которой ударит эта на
поверхность будет осколком направившейся вертикально
вниз, а другие все будут лететь осколком вверх.



$$v_1 - g t' = 0; \quad t' = \frac{v_1}{g}; \quad v_1 \sin \alpha - g t'' = 0; \quad t'' = \frac{v_1 \sin \alpha}{g}$$

Из этого видно что $t' > t''$

$$\square \quad v_1 + g t_1 = v_2; \quad v_1 \sin \alpha + g t_1' = v_2';$$

$$v_1 t_1 + \frac{g t_1^2}{2} = H;$$

видно что $v_2 > v_2'$

значит (1) вверх

$$\frac{g t_1^2}{2} + v_1 t_1 - H = 0;$$

$$D = v_1^2 + 4 \cdot H \cdot \frac{g}{2} = v_1^2 + 2gH$$

$$t_{1,2} = \frac{-v_1 \pm \sqrt{v_1^2 + 2gH}}{g}; \quad t_{1,2} = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gH}}{g}$$

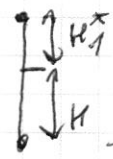
$t_{1,2} < 0; \rightarrow$ не подходит;

□ Путь осколков

направившаяся, а потом останавливается потому

$$\Gamma = t' + t_1^*$$

$$H_1^* = v_1 t_1^* - \frac{g t_1^{*2}}{2}; \quad t_1^* = t'; \quad H_1^* = \frac{v_1^2}{2}$$



в наивысшей точке $v=0$; тогда $H + H_1^* = \frac{g t_1^{*2}}{2}$;

$$H + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{g t^*{}^2}{2}, \quad t^* \sqrt{\frac{2}{g} \left(H + \frac{v_0^2}{2g} \right)} = \sqrt{\frac{2H}{g} + \frac{v_0^2}{g^2}}$$

$$T - t_{1,1} = \tau$$

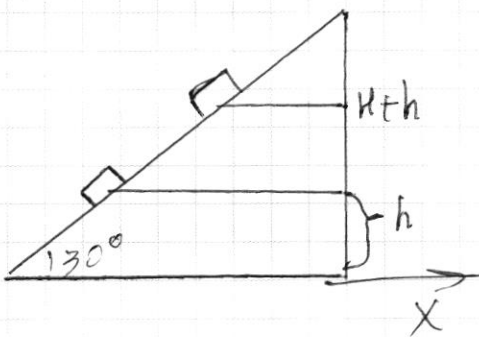
$$\frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{2H}{g} + \frac{v_0^2}{g^2}} + \frac{v_0}{g} - \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} = \tau$$

$$\frac{2v_0}{g} = \tau; \quad v_0 = \frac{g\tau}{2};$$

Тогда

$$K = \frac{m}{2} \left(\frac{g\tau}{2} \right)^2 = \frac{m g^2 \tau^2}{8} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 100}{8} \text{ Дж} = 25 \cdot 100 \text{ Дж} = 2,5 \text{ кДж}$$

2. Пусть h - это высота точки старта; то из условия



Энергия шайбы пойдет на увеличение скорости шайбы и камня, а также на попарную работу по клину:

По 3 с з:

$$\frac{m v_0^2}{2} + mgx = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_k^2}{2} + mg(h+H)$$

$$mgH = \frac{m v_0^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} - \frac{m v_k^2}{2};$$

v_k - скорость камня
 v_1 - скорость шайбы

По 3 с з по оси x

$$m v_0 \cos \alpha = m v_1 + m v_k; \quad \text{Чтобы шайба не соскальзывала вниз}$$

то скорость в этой точке равна 0, из этого

$$v_k = v_0 \cos \alpha; \quad v_1 = 0;$$

$$mgH = \frac{m v_0^2}{2} - \frac{m (v_0 \cos \alpha)^2}{2} = \frac{m}{2} v_0^2 \sin^2 \alpha; \quad H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha =$$

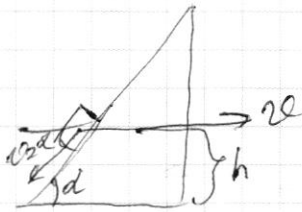
$$= \frac{4 \cdot \frac{1}{2}}{2g} \text{ м} = \frac{1}{20} \text{ м} = 5 \text{ см}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.2) Замкнули ЗСЭ:

$$mg(h+H) + \frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{m v^2}{2} + \frac{m v_0^2}{2}$$

v_0 - скорость шайбы в точке старта.
По ЗСЭ



$$m \cdot v_0 \cos \alpha = m v$$

$$v_0 = \frac{v}{\cos \alpha}$$

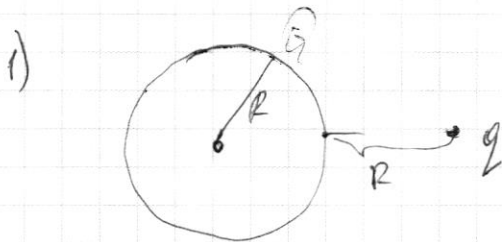
$$mgh + \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{m v^2}{2 \cos^2 \alpha} = \frac{m v^2}{2} \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right); \quad v^2 = v_0^2 \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)} = v_0^2 \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow v = v_0 \cdot \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}} = 2 \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1 + \frac{3}{4}}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot 2 =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{7}} \approx 2 \cdot \sqrt{0,42} \approx 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,105} = \frac{4}{\sqrt{10}} \approx \frac{4}{3,2} = 1,25 \text{ м/с}$$

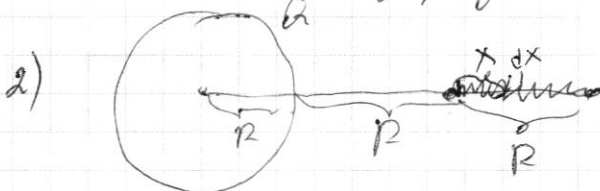
5.



$$F_1 = \frac{k q q}{(2R)^2} = \frac{k q q}{4R^2}$$

Т.к. сферу можно представлять

как точечный заряд в центре сферы



$$dq = q \cdot \frac{dx}{R}$$

$$dE = \frac{k dq}{(2R+x)^2} = \frac{k q}{R} \frac{dx}{(2R+x)^2}$$

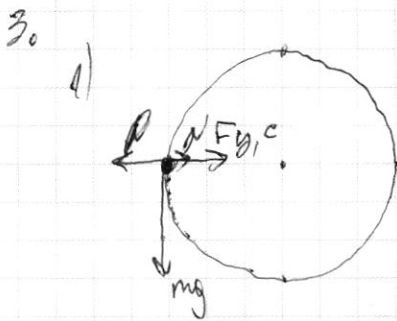
Поэтому

$$E = \int_0^R dE = \frac{kQ}{R} \cdot \int_0^R \frac{dx}{(2R+x)^2} = \frac{kQ}{R} \cdot \int_0^R \frac{d(2R+x)}{(2R+x)^2} =$$

$$= \frac{kQ}{R} \left(-\frac{1}{2R+x} \Big|_0^R \right) = \frac{kQ}{R} \left(-\frac{1}{3R} + \frac{1}{2R} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{6R};$$

$$F_2 = E \cdot Q = \frac{kQ^2}{6R};$$



По 3-И:

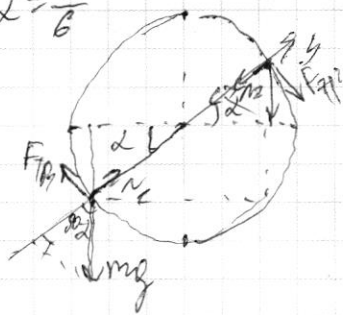
$$\vec{F}_{yc} = m\vec{a} + \vec{N}; \quad |\vec{P}| = |\vec{N}|$$

$$F_{yc} = m\omega^2 R = m \frac{v^2}{R};$$

$$F_{yc} = |P|; \quad P = \frac{m v^2}{R} = 0,4 \cdot \frac{3,7^2}{1,2} \text{ Н} =$$

$$= \frac{3,7^2}{3} \text{ Н} \approx 4,56 \text{ Н}$$

2) $\alpha = \frac{\pi}{6}$



По 3-И:

$$\vec{F}_{TP} = \vec{F}_{TP} + \vec{N} + m\vec{g}$$

Поэтому по проекции большого круга

$$m \frac{v^2}{R} = -mg \sin \alpha + N_1; \quad - \text{ в } \vec{a} \text{ проекции точки}$$

$$\frac{m v^2}{R} = mg \sin \alpha + N_2 \quad - \text{ в } \vec{v} \text{ проекции точки}$$

$$F_{TP1} = m \left(\frac{v^2}{R} + g \sin \alpha \right)$$

$$F_{TP2} = m \left(\frac{v^2}{R} - g \sin \alpha \right) \geq 0; \quad v \geq \sqrt{R g \sin \alpha} = \sqrt{10 \cdot 1,2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{6} \text{ м/с}$$

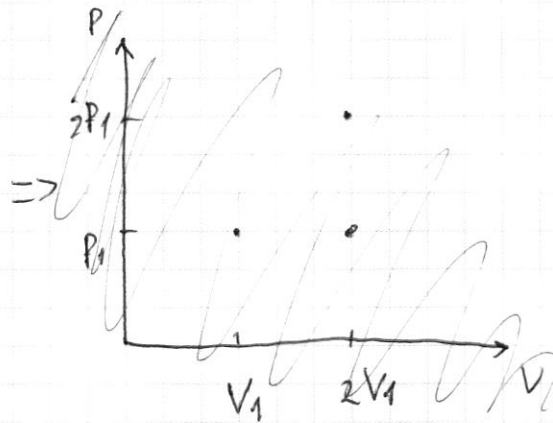
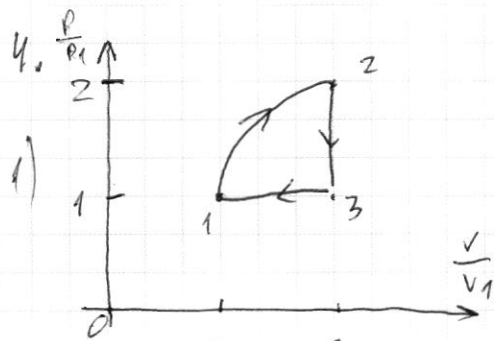
м.к. чтобы свалиться было $N_2 \geq 0; \approx 2,2 \text{ м/с}$

2) $A = A_a$ - м.к. работа за цикл это $\Delta A_{31} < 0$,
 $A = \frac{p}{4} p_1 V_1$; или $A = A_{12} + A_{31} = A_{12} - A_{31} + A_{31} = A_{12}$,

$$3) \eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\frac{p}{4} p_1 V_1}{p_1 V_1 \left(\frac{3i}{2} + \frac{j}{4} \right)} = \frac{j}{3i + j} = \frac{3,14}{18 + 3,14} \approx 16,6\%$$

3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



По Менделееву-Клапейеру:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$2p_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2; \quad T_2 = T_1 \cdot \gamma$$

$$A_{23} = 0;$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12};$$

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3i}{2} \nu R T_1$$

$$A_{12} = A_{\Delta} + A_{\square};$$

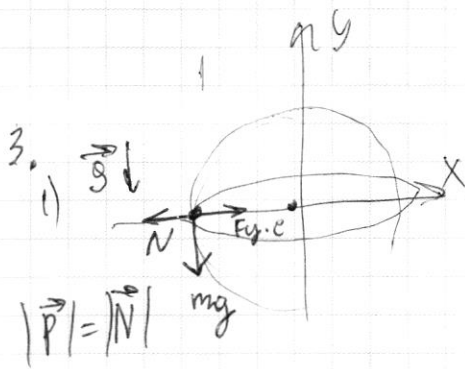
$$A = S \cdot p_1 \cdot V_1', \text{ где } S - \text{ безразмерная величина}$$

$$A_{\square} = p_1 V_1', \Rightarrow \text{из графика видно что } S_1 = 1;$$

$$A_{\Delta} = \frac{\pi}{4} \cdot p_1 V_1' \rightarrow \text{так как диаметр круга; } S_2 = \frac{\pi}{4};$$

$$Q_{12} = \frac{3i}{2} \nu R T_1 + \frac{\pi}{4} p_1 V_1' = \nu R T_1 \left(\frac{3i}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$F_{ц.с} = m \frac{v^2}{R}$$

По 3-й теореме:

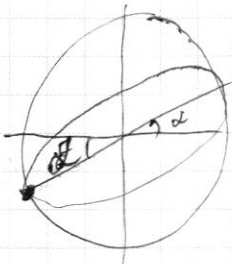
$$\vec{F}_{ц.с} = \vec{P} + m\vec{g}$$

по оси X:

$$F_{ц.с} = P; \quad P = m \frac{v^2}{R} = 0,4 \cdot \frac{(3,7)^2}{1,2} \text{ Н} = \frac{(3,7)^2}{3} \text{ Н} \approx 4,56 \text{ Н};$$

$$\begin{array}{r} 3,7 \\ 3,7 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline 1369 \end{array} \quad \sqrt[3]{1369} \approx 11,1$$

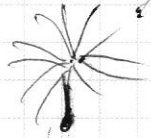
2) $\alpha = \frac{v}{R}$





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

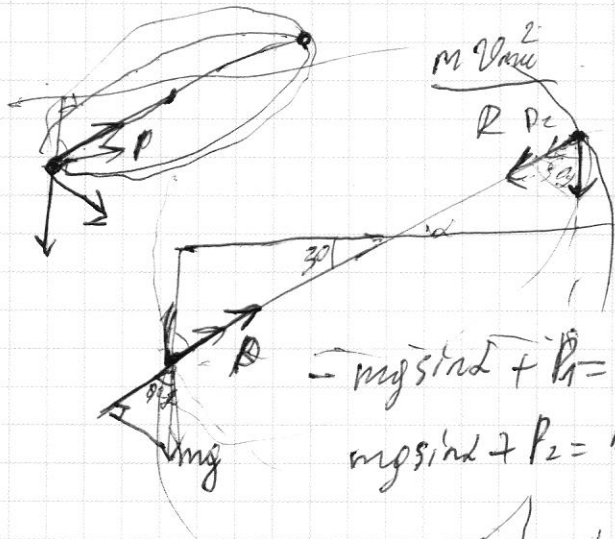


$$K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \dots$$

$$\frac{\sum m_i}{2} (v_0^2) =$$

$$= \frac{m}{2} v_0^2$$

18,84



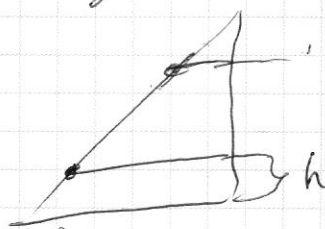
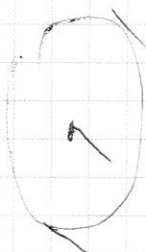
$$-mg \sin \alpha + R = \frac{m v^2}{R}$$

$$mg \sin \alpha + R_2 = \frac{m v^2}{R_1}$$

$$\begin{array}{r} 2114 / 314 \\ 18,84 / 6,07 \\ \hline 2,3 \\ 31,4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2114 \\ 31,4 \end{array}$$

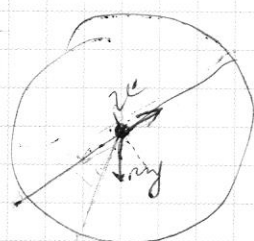
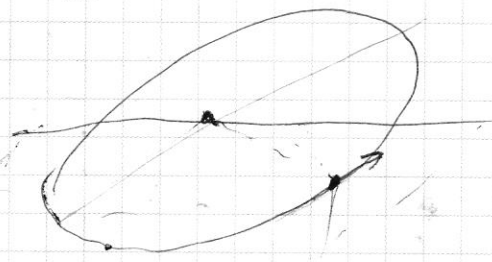
$$\begin{array}{r} 3140 / 2114 \\ \hline 0,015 \\ \frac{100}{6} = \frac{50}{3} \end{array}$$

16,0



$$\frac{m \frac{dv}{dt}}{dt} = \frac{dm}{dt} u - mg$$

$$\frac{dm}{dt} u = mg \quad \frac{dm}{m} = \frac{g}{u} dt$$



$$\frac{m v^2}{R} = \mu N$$

$$F_{cp} = \mu \frac{m v^2}{R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$dA = d(PV) = dPV + PdV = P \left(\frac{dP}{P} + dV \right)$$

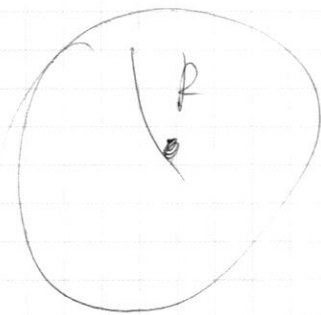
$$dQ = dU + dA = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \dots$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2},$$

$$\frac{PV}{P_1 V_1} = \frac{T}{T_1} \left(\frac{T}{T_1} \right)$$

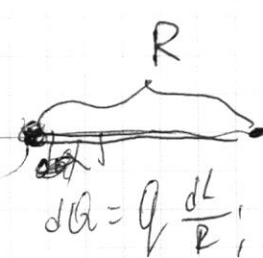
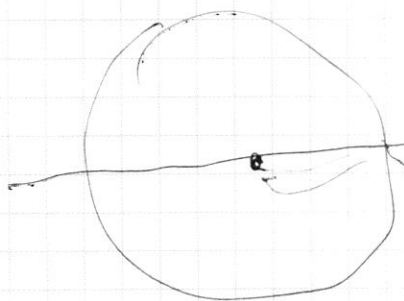
$$PV = \nu RT$$

5,



$q > 0$

$$F_q = \frac{kqQ}{4R^2},$$



$$dQ = q \frac{dL}{L},$$

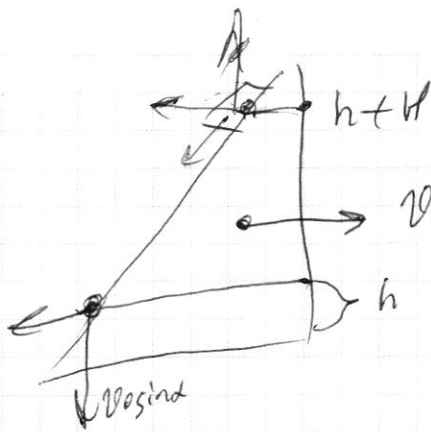
$$k dQ \frac{R}{(2R+x)^2} = \frac{kq dx}{R(2R+x)^2}$$

$$\frac{kq}{R} \frac{d(2R+x)}{(2R+x)^2} = -x^{-2} = \frac{x^{-1}}{-1}$$

$$Q E = E \int_{dL}^R \frac{kq dL}{(2R+dL)^2} = \frac{kq}{R} \frac{dL}{(2R+dL)^2} = -\frac{1}{x} \Big|_0^R$$

$$= \frac{kq}{R} \cdot \frac{dL}{(2R+dL)^2}$$

$$= \frac{kq}{R} \frac{d(2R+L)}{d(2R+L)^2}$$



$$m v \cos \alpha$$

$$\frac{m (v \cos \alpha)^2}{2} + m g (h+H) =$$



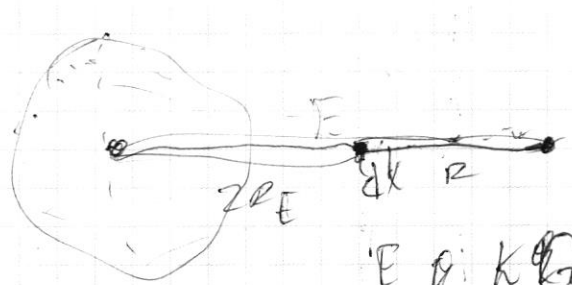
$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A;$$

$$dQ = \frac{i}{2} R dT + d(PV)$$

$$\int_0^{2\pi} dQ = \int_0^{2\pi} \frac{i}{2} R dT + \int_{P_1}^{P_2} P dV + \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

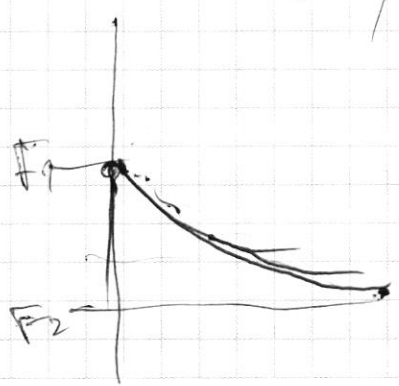
$$Q_2 = \frac{1}{2} \int R dT + \int P dV$$

$$A = \frac{\sqrt{1}}{4} ab = \frac{\sqrt{1}}{4} P_1 V_1$$



$$\frac{1}{4}$$

1,1
2,2
2,1,5



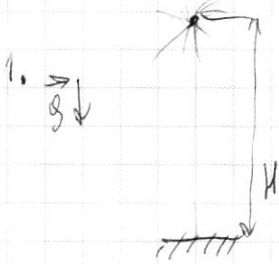
$$E = \frac{k Q^2}{(2R+x)^2}$$

$$F_1 = \frac{k Q^2}{(2R)^2}$$

$$F_2 = \frac{k Q^2}{(9R^2)} = \frac{k Q^2}{R^2} \left(\frac{1}{9} \right) = \frac{5}{72} \frac{k Q^2}{R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По 3 с 3:



$$1) \quad \frac{mv_0^2}{2} = mgh; \quad v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65 \frac{m}{c^2}}$$

$$= \sqrt{1300} \frac{m}{c} = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{13} \frac{m}{c} = 10\sqrt{13} \frac{m}{c} \approx 36 \frac{m}{c}$$

$\begin{array}{r} \times 3,5 \\ 3,5 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 3,6 \\ 3,6 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$
--	--

2)

$$\sqrt{0,42} = 2 \sqrt{0,1} = \frac{2}{\sqrt{50}} = \frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{2}{5 \cdot 1,414} \approx \frac{2}{7,07} \approx 0,283$$

2) По 3 с 11 по все X;
Р_{пол} = Р_{ком}

$$mv_0 \cos \alpha = m v_1; \rightarrow \text{здесь не учитываем ширину шайбы так как надо найти макс H. а в точке H гор ширине равен 0.}$$

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgH$$

$$g\Delta H = \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} - \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{2} = \frac{1}{2} v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha;$$

$$\Delta H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{4 \cdot \frac{1}{4}}{2 \cdot 10} = \frac{1}{20} m = 5 \text{ cm}$$

2)