

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

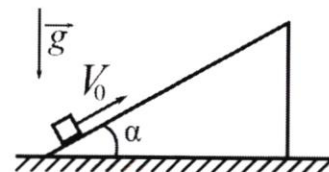
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой  $m=1\text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T=3\text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K=1800\text{ Дж}$ . ~~На земле осколки падают в течение  $t=10\text{ с}$ .~~

- 1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?
  - 2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos\alpha=0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H=0,2\text{ м}$ . Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ .

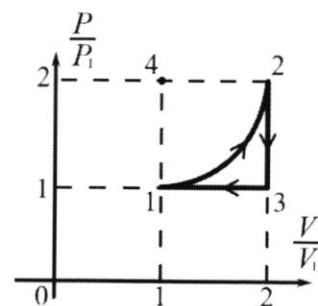
- 1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.  $M=2m$
- 2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.  $M=m$

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение  $a$  модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha=45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu=0,8$ , радиус сферы  $R=1\text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

- 1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.
- 3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

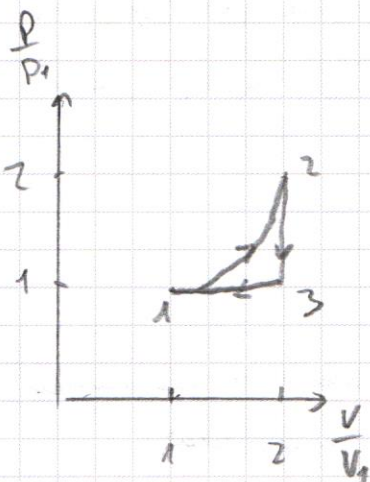


5. Заряд  $Q>0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q>0$ .

- 1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.
- 2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



уч

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$$

$$\Delta U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - 2V_1 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$A_{12} = p_1 V_1 + p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) - \text{площадь под кривой 12}$$

$$Q_{12} = \left(5 - \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1 \quad \left(\frac{26 - \pi}{4}\right) p_1 V_1$$

$A_{\text{цикл}}$  - это площадь фигуры, образованной графиком

$$A_{\text{цикл}} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1$$

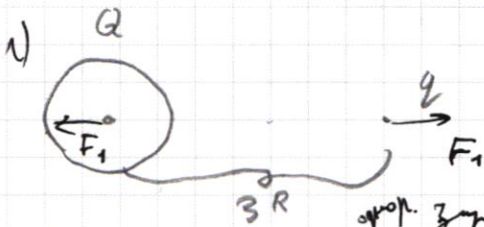
$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_+}$$

Тепло подводится только в процессе 12, в остальных  
величины определяются.

$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{12}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{26 - \pi}{4}}$$

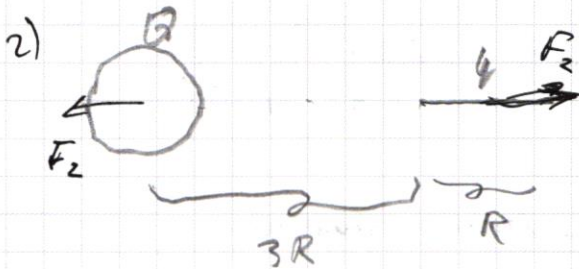
$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{12}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{26 - \pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$

Ответ:  $Q_{12} = \left(\frac{26 - \pi}{4}\right) p_1 V_1$ ;  $A_{\text{цикл}} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1$



Мы знаем, что <sup>эф. заряд</sup> заряженного шара все себя как заряд в ее центре, с ее зарядом, тогда

$$F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$$



$\lambda = \frac{q}{R}$  — линейная плотность заряда стержня

Воспользуемся фактом, описанным выше.

Рассмотрим малый элемент  $dl$  стержня на расстоянии  $x$  от центра шара.

На него действует сила

$$dF = \frac{kQ \cdot \lambda \cdot dl}{x^2}$$

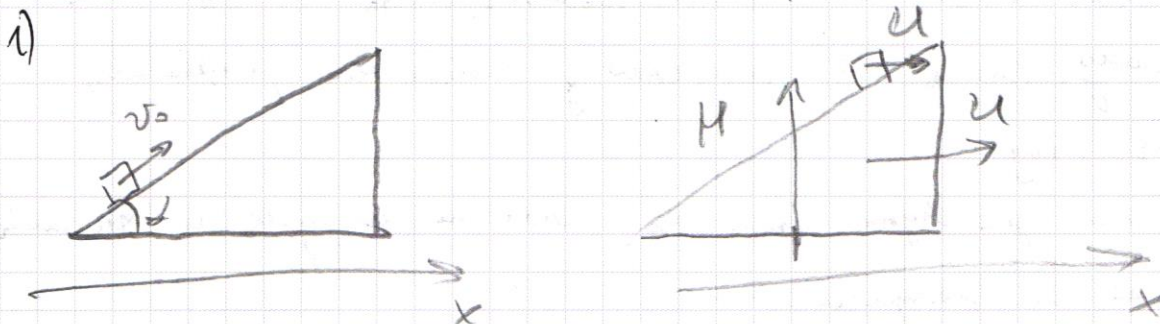
Продифференцируем

$$F_2 = kQ \cdot \lambda \cdot R \int_{3R}^{4R} \frac{1}{x^2} = kQ \cdot q \left( -\frac{1}{4R} - \left(-\frac{1}{3R}\right) \right) = \frac{kQq}{12R}$$

Ответ:  $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$ ;  $F_2 = \frac{kQq}{12R}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



Если шайба подпрыгнет на макс. возможную высоту, то ~~относительно~~ относительно клина она покоится в лаб. СО их скорости горизонтальной и равной.

Запишем ЗСЭ и ЗСА на ОХ.

$$\begin{cases} \frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{m u^2}{2} + \frac{2m u^2}{2} \\ m v_0 \cdot \cos \alpha = m u + 2m u \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0^2 = 2gH + 3u^2 \\ v_0 = \frac{3u}{\cos \alpha} \quad u = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{3} \end{cases}$$

~~$$\frac{g u^2}{\cos^2 \alpha} = 2gH + 3u^2$$

$$u^2 \left( \frac{g}{\cos^2 \alpha} - 3 \right) = 2gH$$

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{\frac{g}{\cos^2 \alpha} - 3}}$$~~

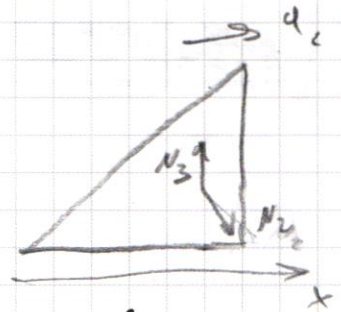
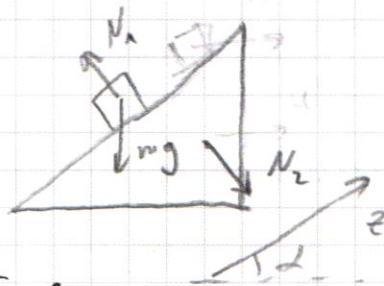
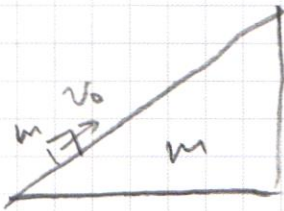
$$v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{3}$$

$$v_0^2 \left( 1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3} \right) = 2gH$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - \frac{0,36}{3}}} \frac{\text{м}}{\text{с}} =$$

~~$$= \sqrt{\frac{40}{0,82}} = \sqrt{\frac{20}{0,41}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5}{0,41}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 5}{22}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{5}{22}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$~~

2)



Перейдем в СО камня в этот момент, когда она движется по клину. В этой СО ускорения у камня нет, поэтому  $N_1 \cdot \cos \alpha = mg$

На клин действуют сила реакции  $N_2$  и проекция  $N_1$  по направлению.

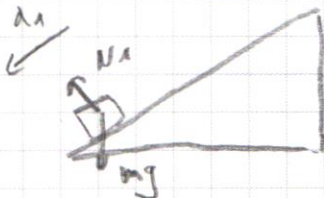
$$N_2 = N_1 = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

В СО клина масса камня создает ускорение  $a_2$  в направлении  $Ox$

$$ma_2 = N_2 \cdot \sin \alpha = mg \cdot \tan \alpha \quad ; \quad a_2 = g \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Тогда

$v = a_2 \cdot t$ , где  $t$  - время движения блока вверх и вниз. плотнее



$$ma_1 = mg \cdot \sin \alpha \quad ; \quad a_1 = g \cdot \sin \alpha$$

$$H = \frac{a_1 t_1^2}{2} + v_0 t_1 \quad ; \quad t_1 - \text{время подъема}$$

$$0 = v_0 - a_1 t_1 \quad ; \quad t_1 = \frac{v_0}{a_1} \quad v_0 = a_1 t_1$$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{v_0^2}{2a_1} + \frac{v_0^2}{a_1}$$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = -\frac{a_1 t_1^2}{2} + a_1 t_1^2$$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{a_1 t_1^2}{2}$$

$$\frac{2H}{\sin \alpha} t_1 = \sqrt{\frac{2H}{\sin \alpha - a_1}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

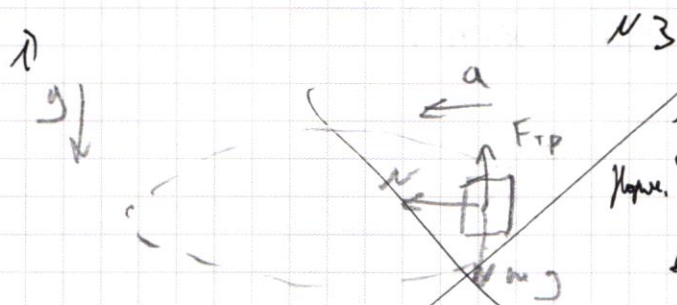
$$\frac{H}{\sin \alpha} = a_1 \frac{t_2^2}{2}; \quad t_2 - \text{время спуска}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2H}{\sin \alpha a_1}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{2}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = 0,8$$

$$v = g \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{2}{\sin \alpha} = \frac{2}{\cos \alpha} \sqrt{g \cdot 8H} = \frac{\sqrt{80 \cdot 0,2}}{0,6} = \frac{4}{0,6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \left( \frac{м}{с} \right)$$



$$N = 2mg$$

Норм. ускорение  $a$  создается только силой нормальной силы  $N$  стороны сферы  $N$ .

Нормального ускорения нет.

$$N = ma$$

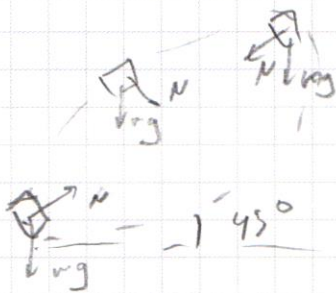
$$2a = 2g = 20 \frac{м}{с^2}$$

Ответ:  $20 \frac{м}{с^2}$

Температура этого вещества  
не имеет значения

2) Тл.к. движение равномерное и происходит по окружности, но ускорение  $a_2$  постоянно и направлено в центр сферы.

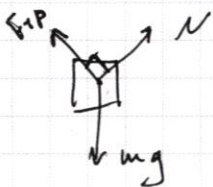
$$a_2 = \frac{v_{\min}^2}{R}$$



Точнее 2 полых автомобиля:  
 вверх в одной вершине масса и  
 нулевой.

Всем. Все силы при будут являться  
 кривыми, все остальные будут  
 будут летать между ними.

вниз



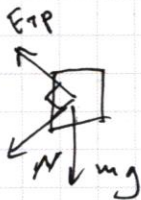
~~В той же точке будут летать сила~~

два условия должны скомпенсировать  
 силу тяжести, иначе все будет не нормальное  
 ускорение

$$\begin{cases} N - mg \cdot \sin 45^\circ = m a_2; & N = m(a_2 + g \cdot \sin 45^\circ) \\ F_{тр} \leq \mu N \end{cases}$$

$$\frac{mg}{\cos 45^\circ} \leq \mu m(a_2 + g \cdot \sin 45^\circ)$$

вверх:



$$\begin{cases} F_{тр} = mg \cdot \cos 45^\circ; & F_{тр} = \frac{mg}{\cos 45^\circ} \\ N + mg \cdot \sin 45^\circ = m a_2; & N = m(a_2 - g \sin 45^\circ) \\ F_{тр} \leq \mu N \end{cases}$$

$$\frac{g}{\cos 45^\circ} \leq \mu(a_2 - g \sin 45^\circ)$$

Второе не во всех случаях. Во всех остальных полых  
 максимум. или  $F_{тр}$  и  $N$  будут иметь свой угол.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Выше очевидно, что  $n$ -во шире, чем полученная из положения машинки ~~наверху~~ мы не получим.

$$\sqrt{2}g \leq \mu \left( \frac{V_{\min}^2}{R} - \frac{\sqrt{2}}{2}g \right)$$

Для минимальной скорости будет равенство.

$$\sqrt{2} \frac{g}{\mu} = \frac{V_{\min}^2}{R} - \frac{\sqrt{2}}{2}g$$

$$Rg \left( \frac{\sqrt{2}}{\mu} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = V_{\min}^2$$

$$V_{\min} = \sqrt{Rg \left( \frac{\sqrt{2}}{\mu} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \sqrt{10 \left( \frac{\sqrt{2}}{98} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \frac{\mu}{\text{с}}} = \sqrt{5 \left( \frac{10\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} \right) \frac{\mu}{\text{с}}} =$$

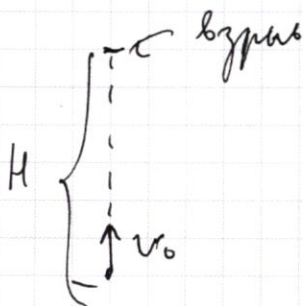
$$= \sqrt{16,5\sqrt{2}} \frac{\mu}{\text{с}}$$

Ответ:  $\sqrt{16,5\sqrt{2}} \frac{\mu}{\text{с}}$

и 1

после взрыва

1) Первым на землю упадет осколок, скорость  $v$  которого  $\vec{v}$  направлена верт. вниз.



Пусть осколок поднимет на высоту  $H$ .  
и его нач. скорость  $v_0$

$$v_0 T = v_0 T - \frac{g T^2}{2} = H$$

$$\begin{cases} v_0 - g T = 0 \end{cases}$$

$$\frac{g T^2}{2} = H$$

$$H = \frac{10 \cdot 9}{2} \text{ м} = 45 \text{ м}$$

Ответ: 45 м



2) Пусть диаметр разветвления на  $N$  узлов.  
 Тогда масса  $1$  такой, ветви. Вспл.  
 Его энергия сразу после взрыва.

$$\frac{mgH}{N} + \frac{k}{N}$$

Перед падением:

$$\frac{m}{N} \cdot \frac{v_k^2}{2}$$

$v_k$  - скорость сразу перед ударом о землю

$$mgH + k = m \frac{v_k^2}{2}$$

$$v_k = \sqrt{\cancel{2} \cancel{mgH} + \frac{2k}{m}} = \sqrt{\cancel{200} + 1800} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 45 + 2 \cdot 1800} \frac{m}{c} =$$

$$= \sqrt{4500} \frac{m}{c} = 30\sqrt{5} \frac{m}{c}$$

Энергия  $1$  узелка сразу после взрыва с другой стороны  
 равна  $\frac{m}{N} \frac{v_H^2}{2} + mgH$ , где  $v_H$  - его скорость после взрыва

$$\frac{m}{N} \cdot \frac{v_H^2}{2} + \frac{mgH}{N}$$

$$k = m \frac{v_H^2}{2}$$

$$v_H = \sqrt{\frac{2k}{m}} = 60 \frac{m}{c}$$

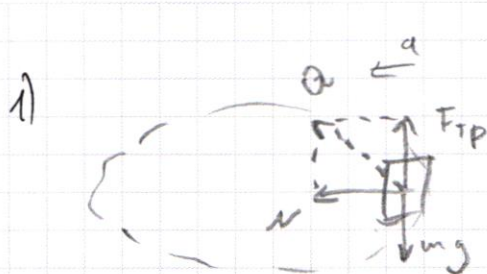
$\tau$  - время падения осколка

$$v_k = v_H - g\tau$$

$$g\tau = v_H - v_k$$

$$\tau = \frac{60 - 30\sqrt{5}}{10} \cdot c = (6 - 3\sqrt{5}) c$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№3

Ускорение  $a$  создается только  
нормальной силой  $N$ .

Косинусальная составляющая нет, т.к.  
движение равновесное.

$Q$  - полная сила реакции опоры

$$\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$$

$$F_{тр} = mg$$

$$Q = 2mg$$

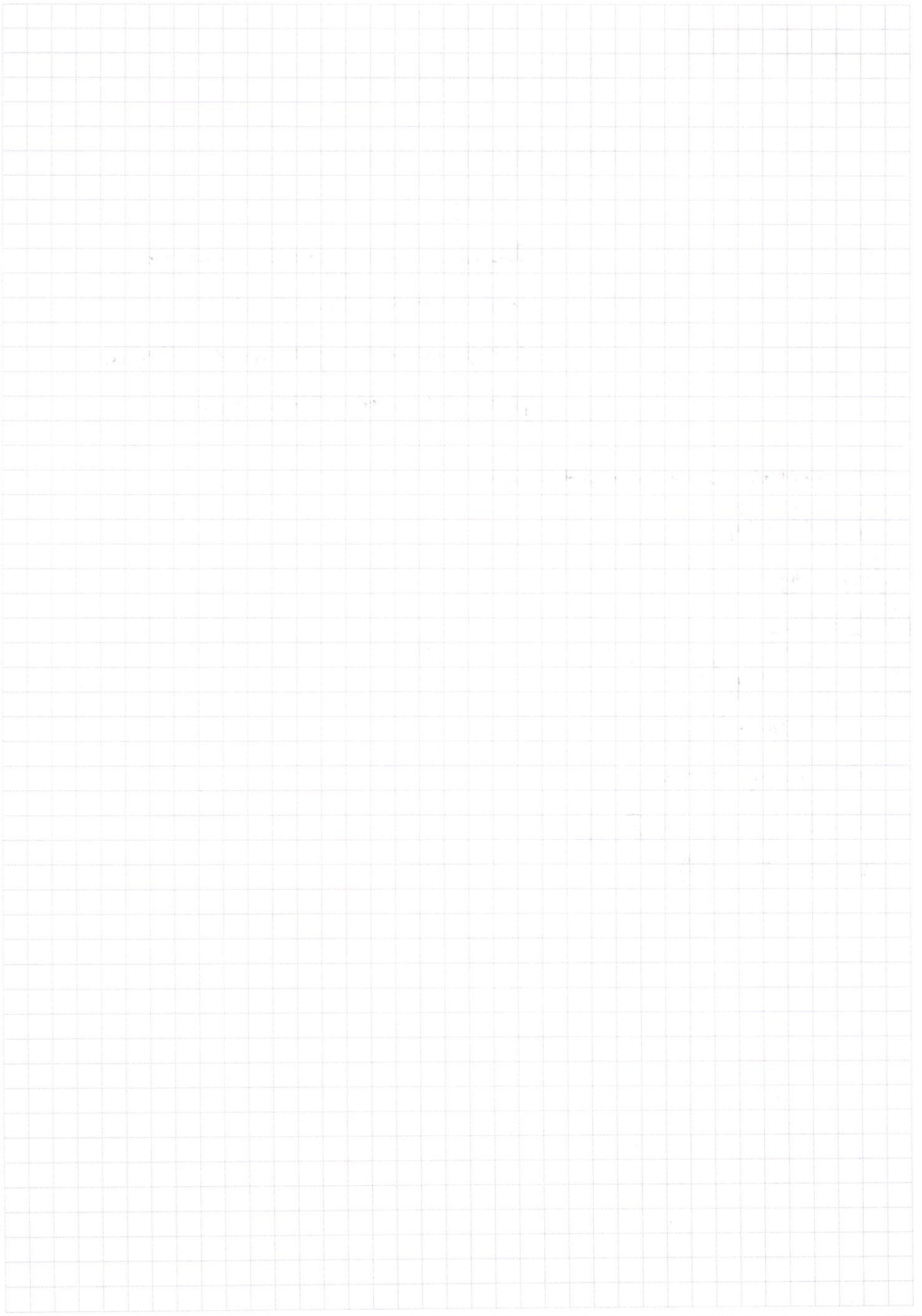
$$(2mg)^2 = (mg)^2 + N^2$$

$$N^2 = 3(mg)^2$$

$$N = \sqrt{3} mg = ma$$

$$a = \sqrt{3} g = \sqrt{3} \cdot 10 \frac{м}{с^2}$$

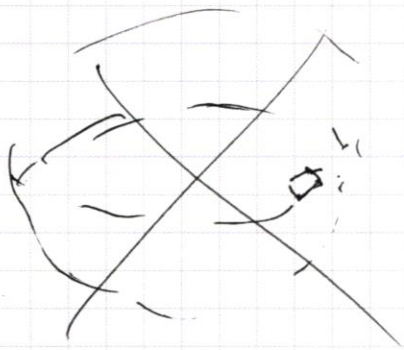
Ответ:  $\sqrt{3} \cdot 10 \frac{м}{с^2}$



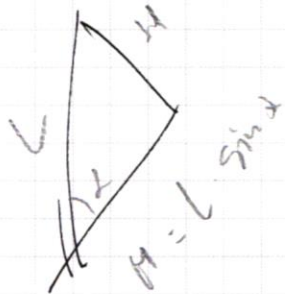
черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

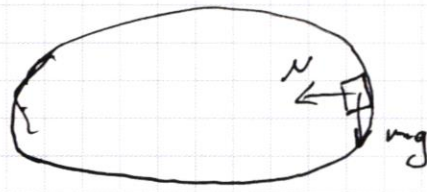
### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1 - 0,18^2 = 0,88$$



$\mu_2$

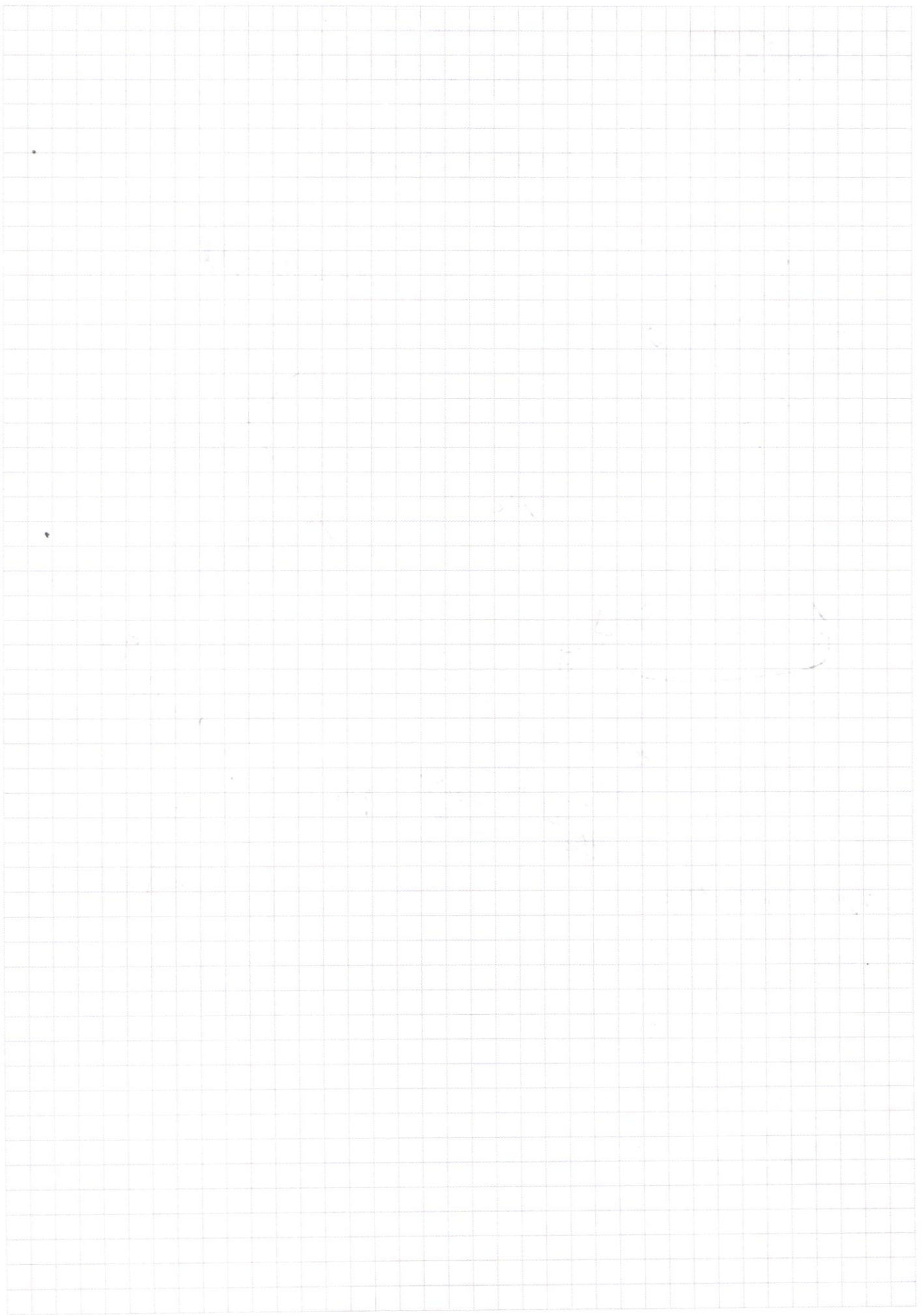


$$\mu v_0 = \boxed{v_0 - gT = aX} \quad \uparrow v_0$$

$$0,2 \cdot 10,18 \cdot 0,6 = 0,12$$

Точка генератора

$v_{01}$

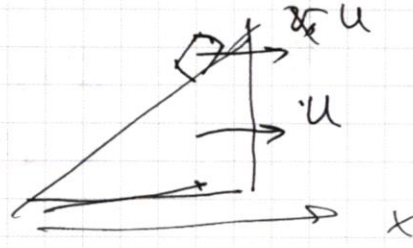
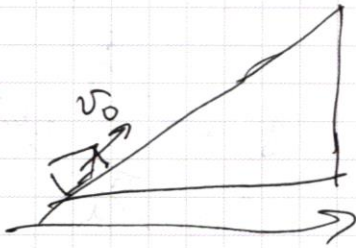


черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1/2 Черновик



$$\begin{cases} \frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{m u^2}{2} + \frac{2m u^2}{2} \\ m v_0^2 = 2m g H + 3m u^2 \end{cases}$$

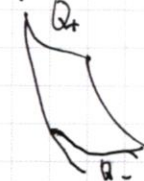
$$\begin{aligned} m v_0 \cdot \cos \alpha &= \\ &= x u + 2m u \\ v_0 &= \frac{x u + 2m u}{\cos \alpha} \end{aligned}$$

$$\frac{g u^2}{\cos \alpha} = 2g H + 3u^2$$

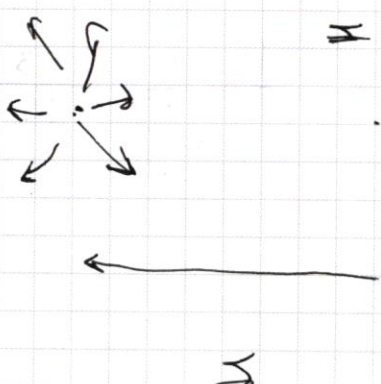
$$u^2 \left( \frac{g}{\cos \alpha} - 3 \right) = 2g H$$

$$u = \sqrt{\frac{2g H}{\frac{g}{\cos \alpha} - 3}}$$

$$\frac{g}{2} + 2 + \frac{\pi}{4} = \frac{13}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{26 + \pi}{4}$$

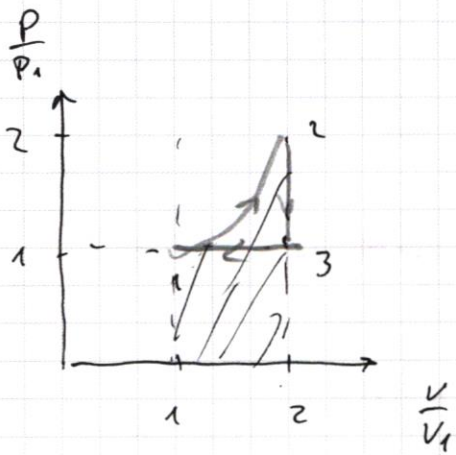


$$\frac{Q_+}{Q_-}$$



$$\begin{aligned} \frac{m v_0^2}{2} &= m g H = 1800 J \\ m g H + 1800 J & \\ m g H + 1800 J & \end{aligned}$$





μ4

$$Q = u_2 - u_1 + A_{12} = 2p_1 \cdot 2v_1 - p_1 v_1 + p_1 v_1 + p_1 v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) =$$

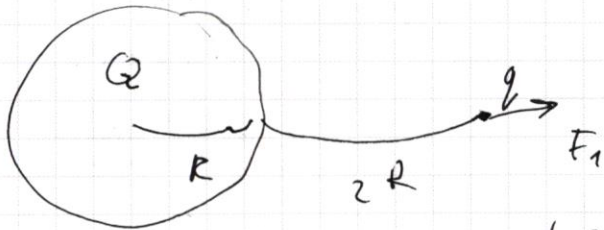
$$= 3p_1 v_1 - \frac{\pi}{4} p_1 v_1 = p_1 v_1 \left(3 - \frac{\pi}{4}\right)$$

μ5

$$Q + \Delta u = A$$

$$Q = \Delta u + A$$

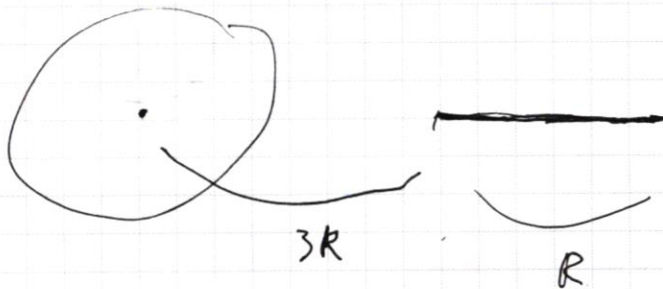
$$\frac{1}{2} + 2 - \frac{\pi}{4} = \frac{26 - \pi}{4}$$



$$\frac{k g Q}{g R^2}$$

~~$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{12}$$~~

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -x^{-2}$$



$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} =$$

$$=$$