

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

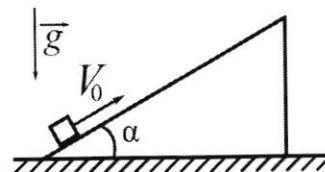
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

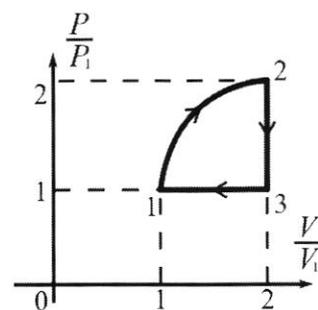
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$m = 2 \text{ кг}$

$H = 65 \text{ м}$

$\tau = 10 \text{ с}$

1) v_0 - ?

2) K - ?

Решение

1) Закон сохранения энергии для маятника в нижней и верхней точках траектории:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH$$

$$v_0 = \sqrt{2gH}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = 10 \sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) После разрыва тем как осколки падают в разных направлениях, ~~разные время~~ ~~будет разное~~ ~~то~~ они затратят на падение на землю разное время. Дольше всего будет падать осколок, скорость которого направлена вертикально вверх. Именно его время падения составит τ .

Возьмем уравнение координаты для процесса падения этого осколка в проекции на Oy :

$$0 = H + v_1 \tau - \frac{g\tau^2}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{g\tau}{2} - \frac{H}{\tau}$$

начальная скорость всех осколков

Суммарная

①

Кинетическая энергия n шаров К сразу после разрыва:

$$K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_1^2}{2} + \frac{m_3 v_1^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_1^2}{2} =$$

$$= \frac{v_1^2}{2} (m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) = \frac{v_1^2}{2} \cdot m = \frac{m v_1^2}{2}$$

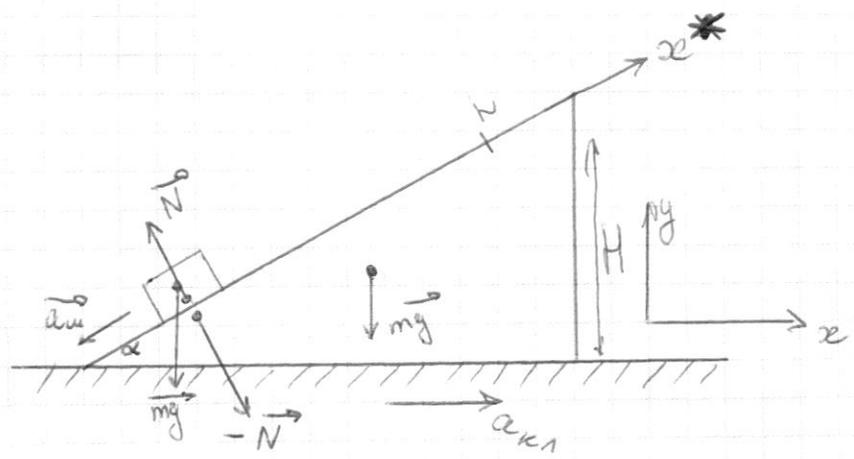
$$= \frac{m}{2} \left(\frac{g \tau}{2} - \frac{H}{\tau} \right)^2$$

$$K = \frac{2}{2} \left(\frac{10 \cdot 10}{2} - \frac{65}{10} \right)^2 = 1892,25 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 2) $1892,25 \text{ Дж}$

②

Дано:
 $\alpha = 30^\circ$
 $v_0 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 1) H - ?
 2) v - ?



Решение

Запишем II-й закон Ньютона для шайбы:

$$\left. \begin{aligned} O_x: -N \sin \alpha &= -m a_{\text{ш}} \cos \alpha + m a_{\text{кл}} \\ O_y: N \cos \alpha - m g &= -m a_{\text{ш}} \sin \alpha \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (1) \\ (2) \end{aligned}$$

где N - сила реакции шайбы; $a_{\text{ш}}$ - ускорение шайбы относительно шайбы; $a_{\text{кл}}$ - ускорение шайбы; m - масса шайбы и шайбы

Запишем II-й закон Ньютона для шайбы:

$$O_x: N \sin \alpha = m a_{\text{ш}} \Rightarrow N = \frac{m a_{\text{ш}}}{\sin \alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2)
~~Условие~~ (Условие движения маятника на минимуме
силе реакции нити по π -ому закону Ньютона)

Подставим N в (1) и (2):

$$\begin{cases} -\frac{m a_{\text{нл}}}{\sin \alpha} \cdot \sin \alpha = -m a_{\text{нл}} \cos \alpha + m a_{\text{нл}} & | : m \\ \frac{m a_{\text{нл}}}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha - mg = -m a_{\text{нл}} \sin \alpha & | : m \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a_{\text{нл}} = -a_{\text{нл}} \cos \alpha + a_{\text{нл}} \\ a_{\text{нл}} \operatorname{ctg} \alpha - g = -a_{\text{нл}} \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{\text{нл}} = \frac{a_{\text{нл}} \cos \alpha}{2} & (*) \\ a_{\text{нл}} \operatorname{ctg} \alpha - g = -a_{\text{нл}} \sin \alpha \end{cases}$$

$$\frac{a_{\text{нл}} \cos \alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha - g = -a_{\text{нл}} \sin \alpha$$

$$\frac{a_{\text{нл}} \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha} - g = -a_{\text{нл}} \sin \alpha$$

$$\frac{a_{\text{нл}} (1 - \sin^2 \alpha)}{2 \sin \alpha} - g = -a_{\text{нл}} \sin \alpha$$

$$a_{\text{нл}} \left(\frac{1 - \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha} + \sin \alpha \right) = g$$

$$a_{\text{нл}} \left(\frac{1 - \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha} + \frac{2 \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha} \right) = g$$

$$a_{\text{нл}} = \frac{2g \sin \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

Запишем уравнение координаты маятника при
ее повороте на максимальную высоту в
проекции на Ox^* :

(2)

(Рассла трубаго увитене
малбои оти-но мина)

$$L = v_0 \tau - \frac{a_{\text{ш}} \tau^2}{2}$$

где L путь пройденной малбой при поурене
ми тах восту H ; τ - время поурене

Уравнение скорости ми O_x^* :

$$0 = v_0 - a_{\text{ш}} \tau \Rightarrow \tau = \frac{v_0}{a_{\text{ш}}}$$

$$L = \frac{v_0^2}{a_{\text{ш}}} - \frac{a_{\text{ш}} \cdot v_0^2}{2 a_{\text{ш}}^2} = \frac{v_0^2}{2 a_{\text{ш}}}$$

$$L = \frac{v_0^2 (1 + \sin^2 \alpha)}{2 \cdot 2g \cdot \sin \alpha}$$

~~$$L = \frac{v_0^2 (1 + \sin^2 30^\circ)}{4 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ}$$~~

Тогда из геометрии $H = L \sin \alpha = \frac{v_0^2 (1 + \sin^2 \alpha)}{4g}$

$$H = \frac{4 (1 + \sin^2 30^\circ)}{4 \cdot 10} = 0,125 \text{ м}$$

2) Найдем время t ми протяжении которого
поуималась и спускалась малба из уравнения
увитене в проекции ми O_x^* :

$$0 = 0 + v_0 t - \frac{a_{\text{ш}} t^2}{2}$$

$$\frac{a_{\text{ш}} t}{2} = v_0$$

$$t = \frac{2v_0}{a_{\text{ш}}}$$

~~$$t = \frac{2v_0 (1 + \sin^2 \alpha)}{2g \sin \alpha} = \frac{2v_0 (1 + \sin^2 \alpha)}{g \sin \alpha}$$~~

За это время ми, ^{двигалась} из состояния покоя,
увитене скорость (с учетом (*)):

$$v = a_{\text{ш}} \cdot t = \frac{a_{\text{ш}} \cos \alpha}{2} \cdot \frac{2v_0}{a_{\text{ш}}} = v_0 \cos \alpha$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2

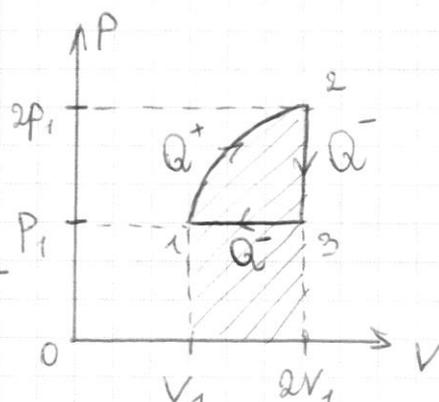
$$v = 2 \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \frac{m}{c} \approx 1,7 \frac{m}{c}$$

Ответ: 1) 0,125 м
2) 1,7 $\frac{m}{c}$

4

Дано:

$\lambda = 1$ моль;
 $i = 3$
 $T_1; R.$



- 1) Q - ?
- 2) A - ?
- 3) η - ?

1) Расширяется газ на участке 1-2
Значит $Q = Q_{12}$

По первому закону термодинамики:

$$Q = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{12}$$

Работу на участке 1-2 найдем как площадь заштрихованной фигуры: $A = \pi(2V_1 - V_1)(2P_1 - P_1) + (2V_1 - V_1)(P_1 - 0) = P_1 V_1 (\pi + 1) = \nu R T_1 (\pi + 1)$

Температуру T_2 найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона: $T_2 = \frac{P_2 V_2}{\nu R} = \frac{2P_1 \cdot 2V_1}{\nu R} = \frac{4P_1 V_1}{\nu R} = \frac{4\nu R T_1}{\nu R} = 4T_1$

(4)

Получаем

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{3}{2} \nu R (4T_1 - T_1) + \nu R T_1 (\pi + 1) = \\
 &= \frac{9}{2} \nu R T_1 + \nu R T_1 (\pi + 1) = \nu R T_1 \left(\frac{9}{2} + \pi + 1 \right) = \\
 &= \nu R T_1 \left(\pi + \frac{11}{2} \right)
 \end{aligned}$$

~~2)~~

2) Работу газа за цикл найдем как площадь фигуры, ограниченной циклом на pV -диаграмме

$$A = \pi (2N_1 - V_1)(2p_1 - p_1) = \pi p_1 V_1 = \pi \nu R T_1$$

3) Тогда определим

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{нагр}}} \quad \text{где } Q_{\text{нагр}} \text{ - теплота подведенная газу за цикл}$$

$Q_{\text{нагр}} = Q$, т.к. на другом участке (все время 1-2) тепло отнимает.

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\pi \nu R T_1}{\nu R T_1 \left(\pi + \frac{11}{2} \right)}$$

$$\eta = \frac{\pi}{\pi + \frac{11}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{11}{2\pi}} = \frac{2\pi}{2\pi + 11} \approx 36\%$$

Ответ: 1) $\nu R T_1 \left(\pi + \frac{11}{2} \right)$

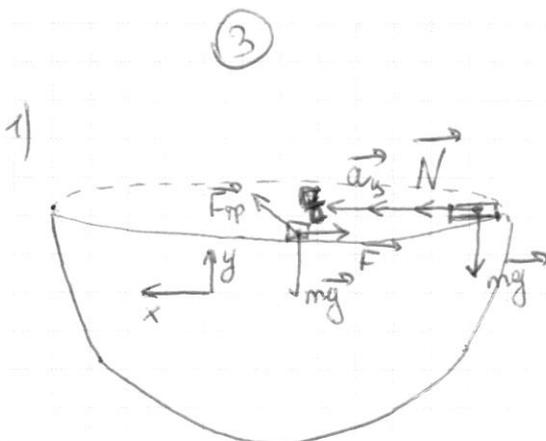
2) $\pi \nu R T_1$

3) $\frac{2\pi}{2\pi + 11} \approx 36\%$

(3)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
 $R = 1,2 \text{ м}$
 $v_0 = 3,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $m = 0,4 \text{ кг}$
 $\alpha = \frac{\pi}{6}$
 $\mu = 0,9$
 $P = ?$
 $v_{\text{min}} = ?$



На рисунке показан
машину в двух позици-
онных, чтобы отобразить
все действующие силы

Сила реакции опоры N действует в
направлении центра окружности и создает
центростремительное ускорение a_y
(II-ой закон Ньютона на O_y)

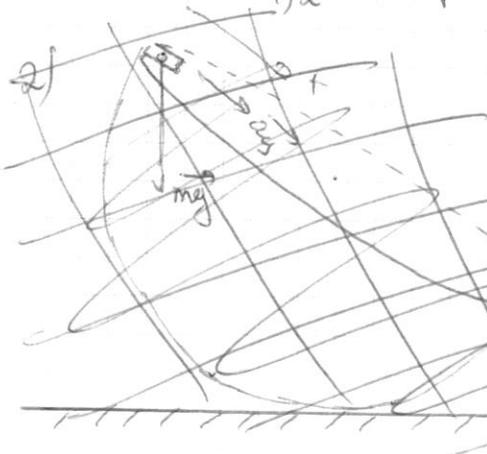
$$N = ma_y = \frac{mv_0^2}{R}$$

Сила P ~~действует~~ наверху машины складывается
из силы давления, равной по модулю N по третьему
закону Ньютона, и силе трения, ~~равной~~ равной
 $F_{\text{тр}}$ по третьему закону Ньютона ($F_{\text{тр}} = \mu N$)

$$P = \sqrt{N^2 + F_{\text{тр}}^2} = \sqrt{N^2 + (\mu N)^2} = N\sqrt{1 + \mu^2} = \frac{mv_0^2}{R} \sqrt{1 + \mu^2}$$

$$P = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2} \sqrt{1 + 0,9^2} \approx 4,56 \cdot 1,35 \approx 6 \text{ Н}$$

Ответ: 1) 6 Н



~~Максимальная скорость движения
будет достигнута, если в момент
преодоления наибольшей точки
траектории сила реакции
опоры станет равна нулю~~

(4)

Итого из векторов сумма становится в горизонтальном

$$Q_2: \frac{mv_{\min}^2}{R} = mg \sin \alpha$$

$$v_{\min} = \sqrt{gR \sin \alpha}$$

$$v_{\min} = \sqrt{10 \cdot 1,2 \cdot \sin 30^\circ} = \sqrt{6} \frac{m}{c} \approx 2,4 \frac{m}{c}$$

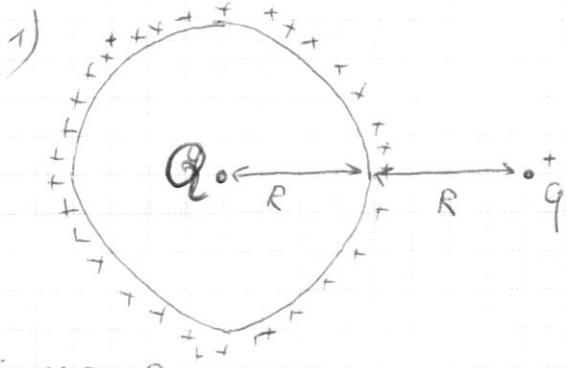
~~Ответ: $2,4 \frac{m}{c}$~~

~~$2,4 \frac{m}{c}$~~

(5)

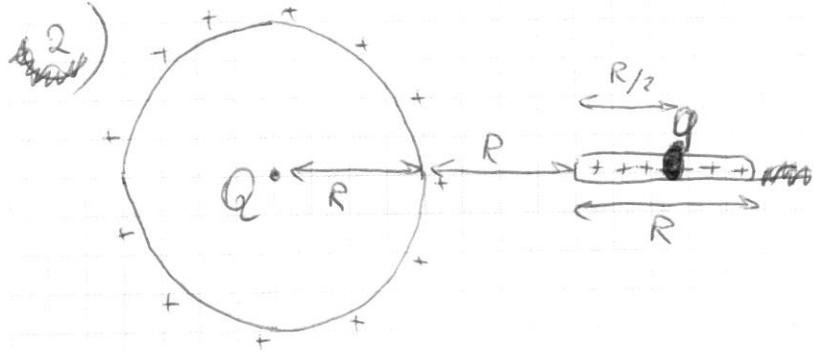
Дано:
 $R; Q; q; k$

 $F_1 - ?$
 $F_2 - ?$



Заряд ^{распределенной по} сферы, заменим точечным зарядом Q, расположенным в ее центре.

Тогда по закону Кулона сила взаимного действия зарядов: $F_1 = \frac{kqQ}{(2R)^2} = \frac{kqQ}{4R^2}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

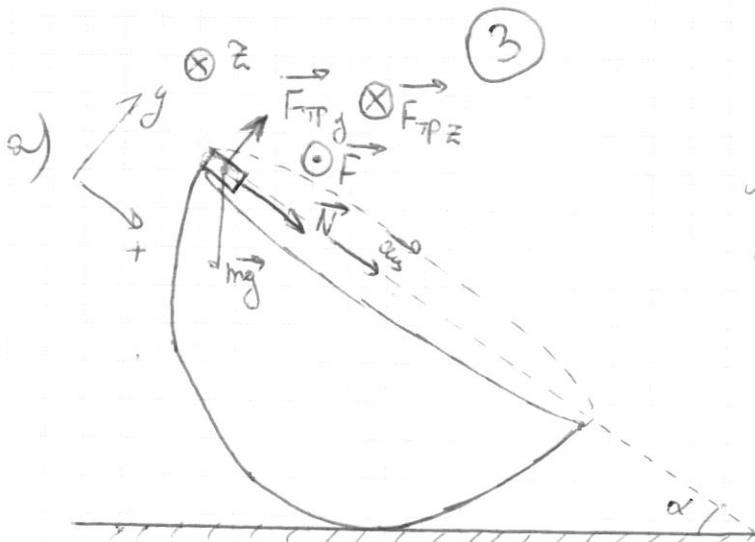
5

Заряд, распределённый по стержню заменим точечным зарядом Q , расположенным в его середине.

Тогда по закону Кулона сила взаимодействия зарядов

$$F_2 = \frac{k q Q}{\left(2R + \frac{R}{2}\right)^2} = \frac{4 k q Q}{25 R^2}$$

Ответ: 1) $\frac{k q Q}{4 R^2}$
2) $\frac{4 k q Q}{25 R^2}$



При прочих равных максимальная скорость требуется для прохождения наибольшей точки траектории, значит минимальная скорость прохождения этой точки и есть v_{\min} .

Так как мы не можем "замкнуть" силу тяжести, ~~мы не можем~~ ~~мы не можем~~ проекции на Oy и Oz обязательно должны уравновешиваться силой трения, поэтому не имеет смысла равенство силы N .

3

~~Заметим, что если N была минимальной, то
 условие $\mu N = \frac{mv_0^2}{2}$ превращается в $\mu N = \frac{mv_0^2}{2}$ (эта
 прецедент уравновешивает в горизонтальной плоскости силу тяги
 двигателя, следовательно по величине двигателя минимален)~~

Вернемся к пункту (1) задачи и определим
 силу тяги F из Π -ого закона Ньютона:

$$\begin{cases} F_{TPx} = F \\ F_{TPy} = mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{TPx}^2 = F^2 \\ F_{TPy}^2 = m^2 g^2 \end{cases} \Leftrightarrow F_{TP} = \sqrt{F^2 + m^2 g^2}$$

$$\mu N = \sqrt{F^2 + m^2 g^2}$$

$$\mu \frac{mv_0^2}{2} = \sqrt{F^2 + m^2 g^2}$$

$$\mu^2 \frac{m^2 v_0^4}{4} = F^2 + m^2 g^2$$

$$F = m \sqrt{\frac{\mu^2 v_0^4}{4} - g^2}$$

В ситуации (2) запишем Π -й закон Ньютона
 на $O_x; O_y; O_z$

$$\begin{cases} N + mg \sin \alpha = ma_y \\ F_{TPy} = mg \cos \alpha \\ F_{TPz} = F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{F_{TP}}{\mu} + mg \sin \alpha = ma_y \\ F_{TPy}^2 = m^2 g^2 \cos^2 \alpha \\ F_{TPz}^2 = m^2 \left(\frac{\mu^2 v_0^4}{4} - g^2 \right) \end{cases}$$

$$F_{TP} = \sqrt{F_{TPy}^2 + F_{TPz}^2} = m \sqrt{g^2 \cos^2 \alpha + \frac{\mu^2 v_0^4}{4} - g^2}$$

$$\frac{m}{\mu} \sqrt{g^2 (\cos^2 \alpha - 1) + \frac{\mu^2 v_0^4}{4}} + mg \sin \alpha = m \frac{v_{min}^2}{R}$$

$$\sqrt{\frac{g^2}{\mu^2} (\cos^2 \alpha - 1) + \frac{v_0^4}{4}} + g \sin \alpha = \frac{v_{min}^2}{R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{R \sqrt{\frac{g^2}{\mu^2} (\cos \alpha - 1) + \frac{v_0^4}{4}} + gR \sin \alpha} \stackrel{3}{=} v_{\min}$$

$$v_{\min} = \sqrt{1,2 \sqrt{\frac{10^2}{0,9^2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) + \frac{3,7^4}{4}} + 10 \cdot 1,2 \cdot \frac{1}{2}} =$$

$$\approx \sqrt{1,2 \sqrt{123 \cdot (-0,14) + 46} + 6} \approx$$

$$\approx \sqrt{1,2 \sqrt{28} + 6} \approx \sqrt{1,2 \cdot 5,3 + 6} \approx \sqrt{12,4} \approx 3,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

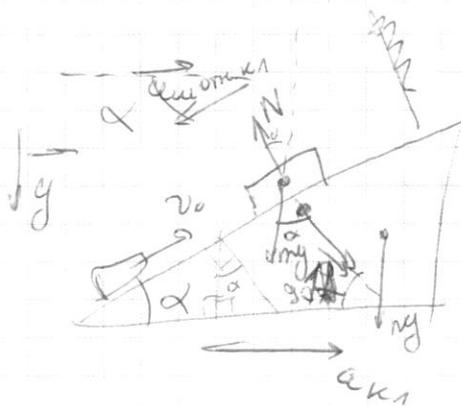
Ответ: 2) $3,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 43,5 \\ 43,5 \\ \hline 217,5 \\ 1305 \\ 1710 \\ \hline 1892,25 \end{array}$$



$$\left(\frac{mg \cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right) = v$$

$$\left(\frac{10 \cdot 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right)}{2 \cdot 0,9} + 1 \right)$$

$$O_x: -a_m \cos \alpha - N \sin \alpha = -m a_m \cos \alpha + m a_{kn}$$

$$O_y: N \cos \alpha - m g = -m a_m \sin \alpha$$

из $O_x: N \sin \alpha = m a_{kn}$

$$N = \frac{m a_{kn}}{\sin \alpha}$$

$$- \frac{m a_{kn}}{\sin \alpha} \cdot \sin \alpha = -m a_m \cos \alpha + m a_{kn}$$

$$\frac{m a_{kn}}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha - m g = -m a_m \sin \alpha$$

$$\begin{cases} -a_{kn} = -a_m \cos \alpha + a_{kn} \\ a_{kn} \cot \alpha - g = -a_m \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a_{kn} = a_m \cos \alpha \\ a_{kn} \cot \alpha - g = -a_m \sin \alpha \end{cases}$$

$$1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1,25}{10} = 0,125 \text{ м}$$

$$\begin{array}{r} 117 \\ 117 \\ \hline 1305 \\ 1710 \\ \hline 1892,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10000 \\ 81 \\ \hline 190 \\ 162 \\ \hline 280 \\ 243 \\ \hline 370 \\ 320 \\ \hline 590 \end{array}$$

$$\frac{m g \cos \alpha}{\mu} + m g \sin \alpha = m \frac{v^2}{2R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$2 P_1 \cdot 2 V_1 = \nu R T_2$$

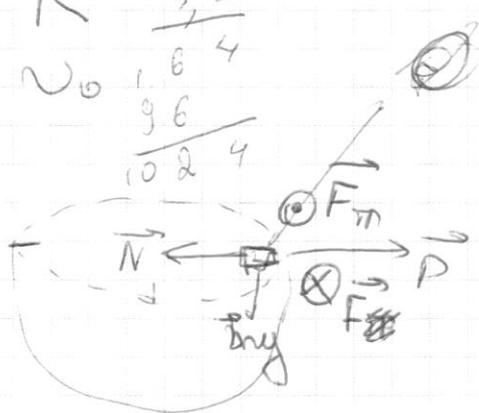
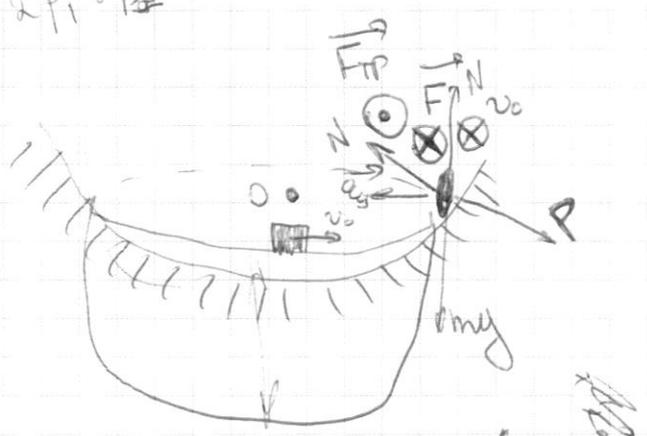
$$\frac{T_2}{T_1} = 4$$

$$R \times 3,2$$

$$\underline{3,2}$$

$$10,24$$

0,5 < 0,8 < 3,6



$$P = \frac{5422}{4 \cdot 2,56}$$

$$\frac{1013}{2}$$

$$\frac{3,4}{1,4}$$

$$P V = \nu R T$$

$$5,11$$

$$\frac{5,11}{1}$$

$$\frac{0,5}{1}$$

$$P V_1^2$$

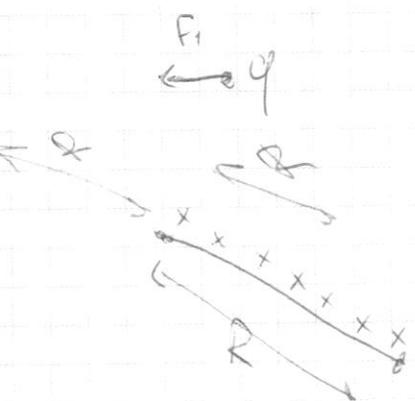
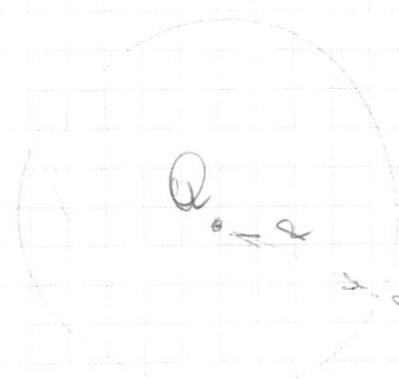
$$\frac{12,36}{6}$$

$$\frac{6,36}{6}$$

$$Q = \Delta U + \dots$$

$$- P_1 V_1$$

$$\frac{k q Q}{(2R)^2} = \frac{k q Q}{4R^2}$$



$$5,11$$

$$\frac{5,11}{6}$$

$$\frac{0,8}{6}$$

$$5,11$$

$$\frac{10,22}{6}$$

$$\frac{6,3}{6}$$