

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

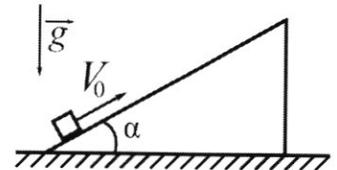
1. Фейерверк массой  $m = 2$  кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва  $H = 65$  м. На землю осколки падают в течение  $\tau = 10$  с.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию  $K$  осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость  $V_0 = 2$  м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1) На какую максимальную высоту  $H$  над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса  $R = 1,2$  м равномерно со скоростью  $V_0 = 3,7$  м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели  $m = 0,4$  кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой  $P$  модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ . Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,9$ .

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

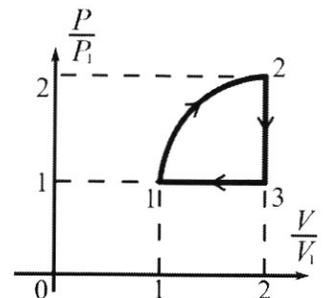
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

Универсальная газовая постоянная  $R$ .



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $2R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $2R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

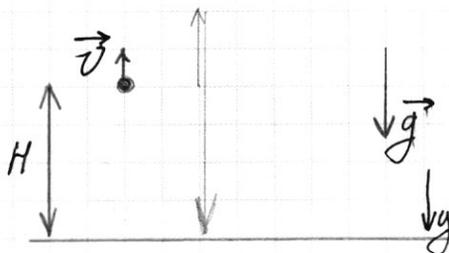
1) Перемещение фрейдера до высшей точки равно  $H$   
(в высшей точке  $v=0$ )

$$H = \frac{0^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2Hg}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 65 \text{ м} \cdot 10 \text{ м/с}^2} = \sqrt{1300 \text{ м}^2/\text{с}^2} = 10\sqrt{13} \text{ м/с} \approx 36,1 \text{ м/с}$$

- 2) Так как осколки летят во всевозможных направлениях, то существует осколок, летящий вертикально вверх.  
Этот осколок упадёт на землю последним (т.к. скорости всех осколков равны), следовательно время его полёта равно  $\tau$

Пусть скорости осколков после взрыва равны  $v$



перемещение осколка равно  $H$

$$H = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$H = -v \tau + \frac{g \tau^2}{2}$$

$$v \tau = \frac{g \tau^2}{2} - H$$

$$v = \frac{g \tau}{2} - \frac{H}{\tau}$$

$$K = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \dots + \frac{m_n v^2}{2}, \text{ где } m_1, m_2, \dots, m_n \text{ - массы осколков,}$$

$$K = \frac{v^2}{2} (m_1 + m_2 + \dots + m_n) = \frac{m v^2}{2} = \frac{m}{2} \left( \frac{g \tau}{2} - \frac{H}{\tau} \right)^2$$

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$$

$$K = \frac{2 \text{ кг}}{2} \left( \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ с}}{2} - \frac{65 \text{ м}}{10 \text{ с}} \right)^2 = 1892,25 \text{ Дж}$$

$$A = \frac{\pi r^2}{4} \cdot p_1 V_1, \quad r - \text{радиус}, \quad r = 2 - 1 = 1$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot p_1 V_1$$

по уравнению Менделеева-Клапейрона  $p_1 V_1 = \nu R T_1$

$$A = \frac{\pi}{4} \nu R T_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 1 \text{ моль} \cdot R T_1 \approx 0,785 \text{ моль} \cdot R T_1$$

1) по формуле закона термодинамики  $Q = \Delta U + A_{1-2}$

$$U = \frac{3}{2} \nu R T$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - \nu R T_1) =$$

$$= \frac{3}{2} \left( \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} \cdot p_1 V_1 - \nu R T_1 \right) = \frac{3}{2} (2 \cdot 2 \cdot \nu R T_1 - \nu R T_1) =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 3 \nu R T_1 = \frac{9}{2} \nu R T_1$$

$$A_{1-2} = A + A_{1-3}$$

$$A_{1-3} = p_1 \cdot \Delta V = p_1 \cdot (V_2 - V_1) = p_1 \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} - \frac{V_1}{V_1} \right) \cdot V_1 = p_1 V_1 (2 - 1) =$$
$$= p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$Q = \Delta U + A_{1-2} = \Delta U + A + A_{1-3} = \frac{9}{2} \nu R T_1 + \frac{\pi}{4} \nu R T_1 + \nu R T_1 =$$
$$= \left( \frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \nu R T_1 \approx (5,5 + 0,785) \nu R T_1 = 6,285 \cdot 1 \text{ моль} R T_1$$

$$3) \quad \eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{\pi}{4} \nu R T_1}{\left( \frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \nu R T_1} \approx \frac{0,785}{6,285} = \frac{53}{419} \approx 0,128 = 12,8\%$$

Ответ: 1)  $Q \approx 6,285 \text{ моль} \cdot R T_1$ ; 2)  $A \approx 0,785 \text{ моль} \cdot R T_1$ ;

$$3) \quad \eta = \frac{A}{Q} \approx 12,8\%$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: 1)  $v_0 = \sqrt{2Hg} \approx 36,1 \text{ м/с}$ ; 2)  $K = \frac{m}{2} \left( \frac{gt}{2} - \frac{H}{r} \right)^2 =$   
 $= 1892,25 \text{ Дж.}$

1) По закону сохранения энергии:  $\frac{mv_0^2}{2} = m$

№2.

Пусть массы шайбы и клина равны  $m$

1) в начальный момент времени скорость шайбы равна  $v_0$ ,  
скорость клина равна 0

в высшей точке скорость шайбы относительно клина равна 0,  
её скорость относительно поверхности равна скорости  
клина  $u$ , допустим, равна  $v_{кл}$

по закону сохранения энергии:  $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{кл}^2}{2} + \frac{mv_{кл}^2}{2} + mgH$   
 $\frac{v_0^2}{2} = v_{кл}^2 + gH$

по закону сохранения импульса:  $m v_{0x} = m v_{кл} + m v_{кл}$   
 $v_{0x} = 2v_{кл}$   
где  $Ox$  - горизонталь-  
ная ось

$$v_{кл} = \frac{v_{0x}}{2} = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \left( \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{2} \right)^2 + gH \Rightarrow H = \frac{1}{g} \cdot \left( \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} \right) =$$

$$= \frac{v_0^2}{2g} \left( 1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2} \right)$$

$$H = \frac{2^2 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} \cdot \left( 1 - \frac{\cos^2 30^\circ}{2} \right) = 0,2 \text{ м} \cdot \left( 1 - \frac{\left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}{2} \right) = 0,2 \text{ м} \cdot \frac{5}{8} =$$
  
 $= 0,125 \text{ м} = 12,5 \text{ см}$

№5.

1) По закону Кулона  $F_1 = k \cdot \frac{q \cdot Q}{(2R)^2} = k \cdot \frac{q \cdot Q}{4R^2}$

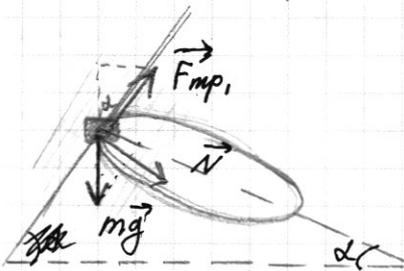
№3.

1) по второму закону Ньютона:  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$

$Oz$ :  $m a_{\text{ос}} = N$   
 ( $Oz$  напр. в центр окр)  $m \frac{v^2}{R} = N$

по третьему закону Ньютона  $P = N = \frac{mv^2}{R}$   
 $P = \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 3,7^2 \text{ м}^2/\text{с}^2}{1,2 \text{ м}} \approx 4,563 \text{ Н}$

2)



$m\vec{a}_{\text{ос}} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}1} + \vec{F}_{\text{тр}2}$

$m \frac{v_{\text{min}}^2}{R} = mg \cdot \sin \alpha + N$

$F_{\text{тр}1}$  - действует  $\perp$  перпендикулярно плоск. движ.,  
 $F_{\text{тр}2}$  действует в н-ту движ.

$mg + N \cdot \sin \alpha = F_{\text{тр}1} \cdot \cos \alpha$

так как нужна  $v_{\text{min}}$ , то  $F_{\text{тр}1} = \mu N$

$mg + N \cdot \sin \alpha = \mu N \cdot \cos \alpha$   
 $N = \frac{mg}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}$

$v_{\text{min}} = \sqrt{gR \left( \sin \alpha + \frac{1}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha} \right)}$

$m \frac{v_{\text{min}}^2}{R} = mg \cdot \sin \alpha + \frac{mg}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha} = mg \left( \sin \alpha + \frac{1}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha} \right)$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- 2) пусть скорость шайбы, когда она вернётся в точку старта на высоте,  $\vec{v}_0'$   
 $v_0' = v_0$ ;  $\vec{v}_0' \updownarrow \vec{v}_0$

по закону сохранения импульса:  $m\vec{v}_0 = m(\vec{v}_0' + \vec{v}) + m\vec{v}$

$O_x$ :  $m v_{0x} = m(v_0' \cos \alpha + v_x) + m v_x$   
 ( $v_x$  горизонтально,  
 ~~$v_0 \cos \alpha > 0$~~ )  $v_0 \cdot \cos \alpha = -v_0 \cdot \cos \alpha + v_x + v_x$

$$2 v_0 \cdot \cos \alpha = 2 v_x$$

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v = v_0 \cdot \cos \alpha$$

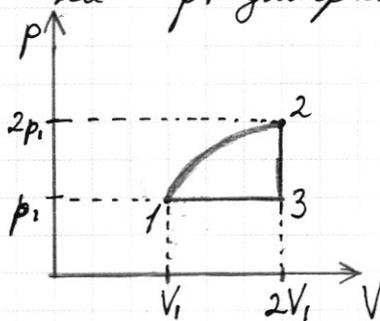
$$v = 2 \text{ м/с} \cdot \cos 30^\circ = 2 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1,73 \text{ м/с}$$

Ответ: 1)  $H = \frac{v_0^2}{2g} \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}\right) = 12,5 \text{ см}$

2)  $v = v_0 \cdot \cos \alpha \approx 1,73 \text{ м/с}$

№4.

- 2) на  $pV$ -диаграмме процесс выглядит так:



$$\begin{aligned} A &= p_{cp} \Delta V = p_{cp} (V_2 - V_1) = \\ &= \frac{p_{cp}}{p_1} \cdot \frac{(V_2 - V_1)}{V_1} \cdot p_1 V_1 = \\ &= \frac{p_{cp}}{p_1} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} - \frac{V_1}{V_1} \right) \cdot p_1 V_1 = \\ &= \frac{p_{cp}}{p_1} \cdot \Delta \left( \frac{V}{V_1} \right) \cdot p_1 V_1 = S_{\text{фиг}} \cdot p_1 V_1, \end{aligned}$$

где  $S_{\text{фиг}}$  — площадь сетки круга 1-2-3-1 на рисунке в условии



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)







$$\frac{mv_0^2}{R} = N = P$$

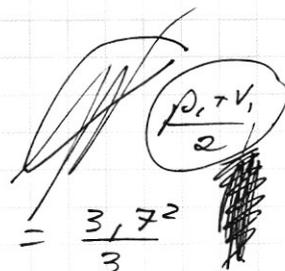


$$\frac{0,4 \cdot 1,2^2}{3,7}$$

$$\frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2}$$

$$\frac{v^2}{R}$$

$$\frac{4 \cdot 3,7^2}{12} = \frac{3,7^2}{3}$$

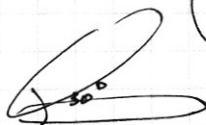


$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 3,7 \\ \hline 259 \\ + 11 \\ \hline 13,69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13,69 \mid 3 \\ -12 \\ \hline 16 \\ -15 \\ \hline 19 \\ -18 \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline \end{array} 4,563333\dots$$



$$Q = \Delta U + A$$



$$\frac{p}{p_1} = 2$$

$$p = 2p_1$$

$$p = 3p_1$$

$$\Delta Q = \frac{3}{2} \nu R T$$

$$\pi \cdot \left(\frac{p_1 + v_1}{2}\right)^2$$

$$p_2 v_2 = \nu R T_2$$

$$\Delta Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T =$$

$$= \frac{3}{2} \nu R = \frac{3}{2} (p_2 v_2 - \nu R T_1)$$

$$p_2 = p_1 = v_1$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{p_2}{v_2} = \frac{p_1}{v_1} \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$p_1 v_1$$

$$\begin{aligned} p_1 v_1 &= \nu R T_1 \\ p_1 &= \frac{\nu R T_1}{v_1} \end{aligned}$$

$$p_2 v_2 = p_1 \cdot \frac{v_2}{v_1} \cdot v_2$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$p_2 v_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot p_1 \cdot \frac{v_2}{v_1} \cdot v_1 =$$

$$\frac{\nu R T_2}{v_2} \cdot \frac{\nu R T_1}{v_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$= p_1 v_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{T_2}{v_2} \cdot \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_2}{v_1} \quad | : \frac{v_1}{v_1}$$

$$\Delta Q = \frac{3}{2} (p_1 v_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} - \nu R T_1) =$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 2^2 = 4$$

$$\Delta Q = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 3T_1 =$$

$$T_2 = 4T_1$$

$$= \frac{9}{2} \nu R T_1$$