

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

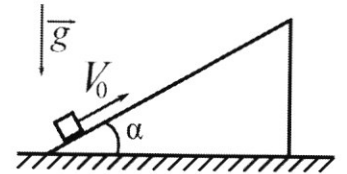
• 1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайба, находящаяся на наклонной поверхности клина, сообщает начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

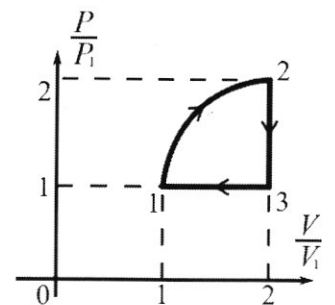
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 — дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t_{\alpha} = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + H}$$

$$H = \frac{V_0^2}{2g} \quad t_{\alpha} = \frac{V}{g} + \sqrt{\frac{V^2}{g^2} + \frac{2H}{g}}$$

$\rightarrow t_{\max}$
 \downarrow
 $\sin \alpha \rightarrow \max$

$$V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1300} = 10 \cdot \sqrt{13} \approx 36 \text{ м/с}$$

$$3,5 \cdot 3,5 = \frac{35^2}{100} = 12,25$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$gt = V \sin \beta$$

$$H = \frac{V^2 - V^2 \sin^2 \beta}{2g}$$

$$\sqrt{2gH + V^2 \sin^2 \beta} - V \sin \beta = t$$

$$\sqrt{2gH + V^2 \sin^2 \beta} - V \sin \beta \rightarrow \min$$

$$2\sqrt{2gH + V^2 \sin^2 \beta} - 2V \sin \beta \cos \beta + V \cos \beta = 0$$

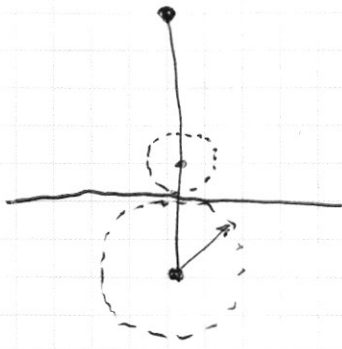
$$\sin \beta = \cos \beta = 1$$

$$\frac{\sqrt{2gH + V^2} - V}{g} \rightarrow t_{\min}$$

$$\Delta = \frac{V}{g} + \sqrt{\frac{V^2}{g^2} + \frac{2H}{g}} + \frac{V}{g} - \sqrt{\frac{V^2}{g^2} + \frac{2H}{g}} = \frac{2V}{g} \quad V = \frac{g \Delta}{2} = 50 \text{ м/с}$$

$$K = \int \frac{dmv^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = 2500 \text{ Дж} \rightarrow$$

1) так же можно было ~~было~~ взять шар как тело, которое равномерно расширяется и падает с ускорением g .
(это можно получить и теоретически).



$$\frac{gt_1^2}{2} - vt_1 = H$$

$$\frac{gt_2^2}{2} + vt_2 = H$$

$t_1 \rightarrow t_2$

$$\begin{cases} t_1^2 - \frac{2v}{g}t_1 - \frac{2H}{g} = 0 \\ t_2^2 + \frac{2v}{g}t_2 - \frac{2H}{g} = 0 \end{cases}$$

$$t_1 = \frac{\frac{2v}{g} \pm \sqrt{\frac{4v^2}{g^2} + \frac{8H}{g}}}{2}$$

$$= \frac{v}{g} + \sqrt{\frac{v^2}{g^2} + \frac{2H}{g}}$$

$$t_2 = \frac{2v}{g} \pm \sqrt{\frac{4v^2}{g^2}}$$

~~$$\frac{2v}{g}(t_2 - t_1) + (t_1 - t_2)(t_1 + t_2) = 0$$

$$\frac{2v}{g}(t_2 - t_1) = (t_2 - t_1)(t_1 + t_2)$$

$$t_1 + t_2 = \frac{2v}{g}$$~~

$t_1 + t_2 \neq 0$

$$t_2^2 - t_1^2 + \frac{2v}{g}(t_1 + t_2) = 0$$

$$(t_2 - t_1)(t_1 + t_2) + \frac{2v}{g}(t_1 + t_2) = 0$$

$$\frac{2v}{g} = t_1 - t_2 = \Delta$$

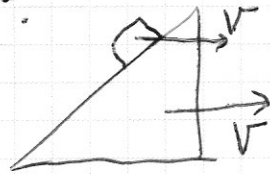
$$v = \frac{\Delta g}{2} = 50 \text{ м/с}$$

$$K = \frac{mv^2}{2} = 2500 \text{ Дж}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)

4. момент, когда шайба остановится (относительно клина)



$$2mV = mV_0 \Rightarrow V = \frac{V_0}{2}$$

$$V_c = V_0 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$mgH + 2 \cdot \frac{mV^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$2gH + 2V^2 = V_0^2 \quad H = \frac{V_0^2 - 2V^2}{2g} = \frac{V_0^2 - 2 \cdot V_0^2 \frac{3}{16}}{2g} =$$

$$= \frac{V_0^2}{2g} \left(1 - \frac{3}{8}\right) = \frac{5}{16} \frac{V_0^2}{g} = \frac{5 \cdot 2^2}{16 \cdot 10} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ м}$$

2)

$$\frac{m(V')^2}{2} + \frac{mV_k^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} \quad V_0^2 = V_k^2 + (V')^2$$

$V_0 \rightarrow V_k$

$$mV_k + mV' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = mV_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V_0 = V' + V_k \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \quad V' = V_0 - V_k \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

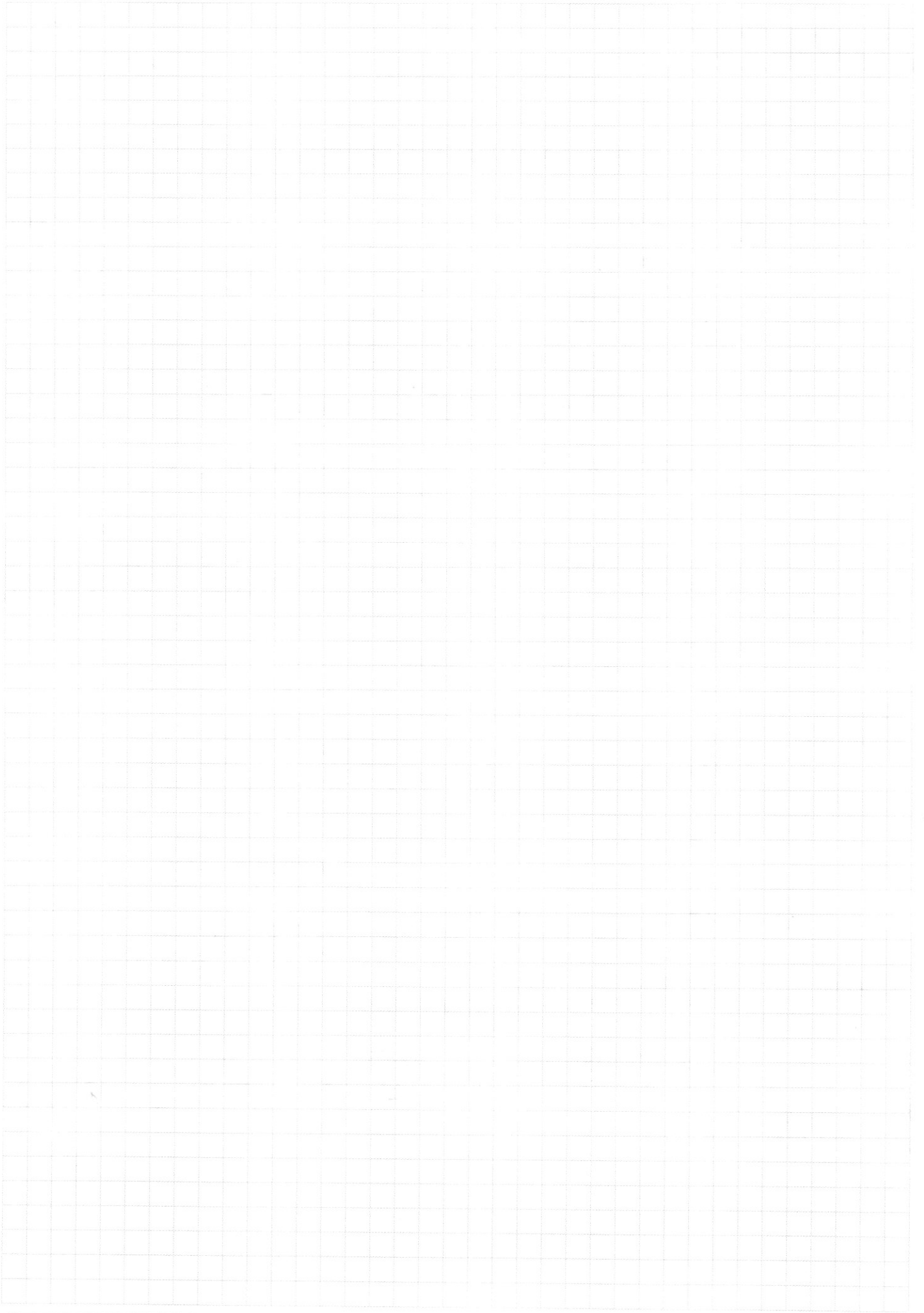
$$V_0^2 = V_k^2 + \left(V_0 - V_k \frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = V_k^2 + V_0^2 + V_k^2 \frac{4}{3} - \frac{4}{\sqrt{3}} V_0 V_k$$

$V_k \neq 0$

$$V_k \frac{4}{3} = \frac{4}{\sqrt{3}} V_0 V_k$$

$$V_k = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} V_0 = V_0 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{4} = \frac{8 \cdot 1,7}{4} = \frac{13,6}{4} = 3,4 \text{ м/с}$$

$$\begin{array}{r} 13617 \\ 7 \overline{) 13617} \\ \underline{7} \\ 66 \\ \underline{63} \\ 300 \\ \underline{280} \\ 200 \\ \underline{196} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \end{array}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

3)

$$\frac{mV_{min}^2}{R} = N + mg \sin \alpha$$

$$\mu N = mg \cos \alpha$$

$$N = \frac{mV_{min}^2}{R} - mg \sin \alpha = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$V_{min}^2 - gR \sin \alpha = \frac{gR \cos \alpha}{\mu}$$

$$V_{min}^2 = gR \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right) = \frac{gR}{\mu} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)$$

$$(\mu \sin \alpha + \cos \alpha)' = \mu \cos \alpha - \sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = \mu \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \mu$$

$$\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \mu$$

$$\Rightarrow V_{min}^2 = \frac{gR}{\mu} \left(\mu \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \right) =$$

$$= \frac{gR}{\mu} \left(\frac{\mu}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{gR}{2} + \frac{gR \cdot \sqrt{3}}{\mu \cdot 2} =$$

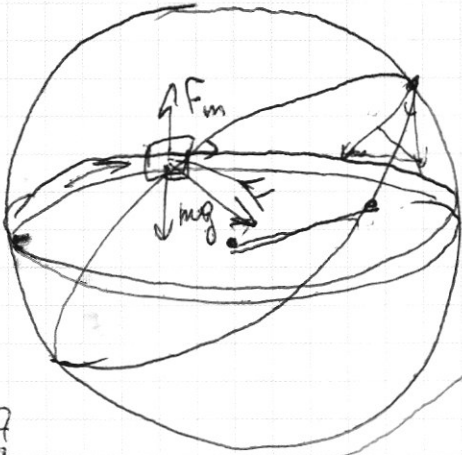
$$= 6 + \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{0,9} = 6 + \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{3} = 6 + \frac{20}{1,7} \approx 18 \text{ (м/с)}^2$$

$$V_{min} \approx \sqrt{18} \approx 4 \text{ м/с}$$

12.17
17+3,9

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3



$$F = p = \frac{mV^2}{R} = \frac{3,7^2 \cdot 0,4}{1,2} =$$

$$= \frac{13,69}{300} = 4,563 \text{ Н}$$

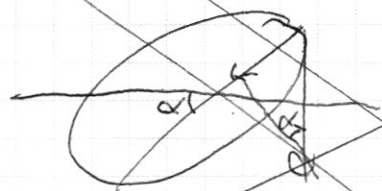
$$\begin{array}{r} 3,7 \\ 3,7 \\ \hline 2,59 \\ 141 \\ \hline 1369 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1369 \overline{) 3} \\ 12 \\ \hline 16 \\ 15 \\ \hline 19 \end{array}$$

~~$p = \frac{mV^2}{R}$~~

~~$mg \sin \alpha + N = \frac{mV_{\min}^2}{R}$~~

~~$N = \frac{mV_{\min}^2}{R} - mg \sin \alpha \geq 0$~~



~~$\frac{mV_{\min}^2}{R} - mg \sin \frac{\pi}{6} \geq 0$~~

~~$V \rightarrow m \ln \Rightarrow \frac{V_{\min}^2}{R} = g \sin \frac{\pi}{6}$~~

~~$V_{\min} = \sqrt{gR \sin \frac{\pi}{6}} = \sqrt{6}$~~



1,7 ~~$mg \sin \alpha + N = \frac{mV_{\min}^2}{R}$~~

~~$N = \frac{mV_{\min}^2}{R} - mg \sin \alpha \geq 0$~~

~~$\frac{mV_{\min}^2}{R} = mg \cdot \frac{1}{2}$~~

~~$V_{\min} = \sqrt{6}$~~

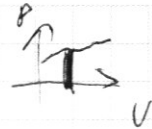
~~$mg \cos \alpha =$~~

~~$= 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \approx 3,4$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4)

$$\left(2 - \frac{V}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{P}{P_1} - 1\right)^2 = 1$$



$$PV = \nu^2 \cdot R \cdot T$$

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

$$\frac{P}{P_1} \cdot \frac{V}{V_1} = \frac{T}{T_1}$$

$$\frac{P}{P_1} \cdot d\left(\frac{V}{V_1}\right) = \frac{P \cdot dV}{P_1 V_1} = \frac{dA}{P_1 V_1} \rightarrow \text{const} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = P_1 V_1 \cdot \int_{\frac{V}{V_1}=1}^{\frac{V}{V_1}=2} \left(\frac{P}{P_1} \cdot d\left(\frac{V}{V_1}\right) \right) = P_1 V_1 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_1}$$

площадь

$$U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} (PV - P_1 V_1) = \frac{3}{2} (4P_1 V_1 - P_1 V_1) = \frac{9}{2} P_1 V_1$$

$$Q = P_1 V_1 \cdot \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \nu R T_1 \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot P_1 V_1 = R T_1 \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{3 \cdot 14,16}{2} = 21,24$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4} + \frac{11}{2}} \approx \frac{1}{2} = 1 + \frac{11}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \approx 1 + \frac{22}{\pi} \approx 8$$

$$\eta \approx \frac{1}{8} = 2 \approx 12,5\%$$

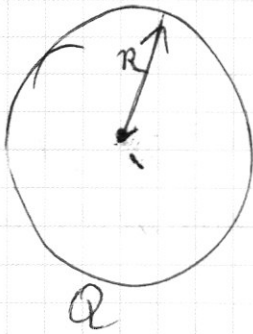


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

5

$$F = \frac{kQq}{4R^2} \left(\text{так как } E = \frac{kQ}{r^2}, \text{ из закона Гаусса.} \right)$$



$$dq = \frac{dl}{R} q$$

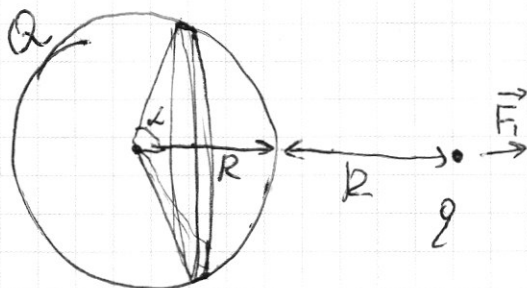
$$dF = \frac{kQ dq}{R^2} = \frac{kQq}{R^2} dl$$

$$F = \frac{kQq}{R} \int_{2R}^{3R} \frac{dl}{l^2} = \frac{kQq}{R} \cdot \frac{l^3}{3} \Big|_{2R}^{3R}$$

$$= \frac{kQq}{3R} (27R^3 - 8R^3) = \frac{19}{3} \frac{kQq}{R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5] Поскольку наэлектризованной можно предположить, материал
из которого сделаны шар и стержень можно
считать диэлектриком.



$$F_1 = \frac{k Q q}{(2R)^2}$$

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \frac{2\pi R \sin\alpha}{4\pi R^2} Q = dQ$$

$$\frac{\sin\alpha d\alpha}{2} Q = dQ$$

$$dF = \frac{k dQ q}{(R \sin\alpha)^2 + (R + R - R \cos\alpha)^2} \approx \frac{k q dQ}{R^2 \sin^2\alpha + 4R^2 + R^2 \cos^2\alpha - 4R^2 \cos\alpha}$$

$$\approx \frac{k q dQ}{5R^2 - 4R^2 \cos\alpha}$$

$$F = k q Q \int_0^{\pi} \frac{\sin\alpha d\alpha}{10R^2 - 8R^2 \cos\alpha} \approx \frac{k q Q}{2R^2} \int_0^{\pi} \frac{\sin\alpha d\alpha}{5 - 4\cos\alpha}$$