

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

✚1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

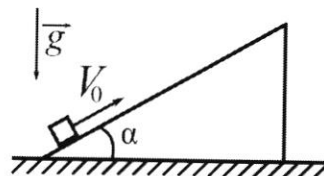
1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

*Через какое время после взрыва первый осколок упадет на землю*

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

*учитывать*

~~не учитывать ускорения на поверхности~~

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

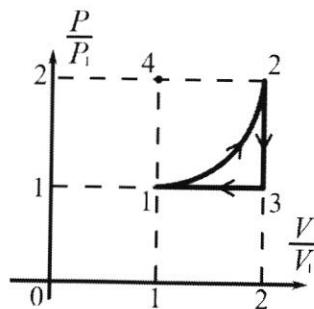
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

✚4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

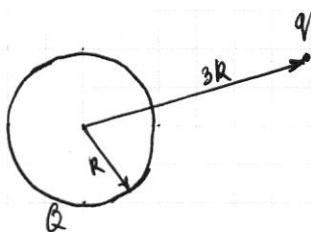
2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

1)



$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ , где  
 $\epsilon_0$  - электрическая  
постоянная  
 $\pi$  - число "пи"

Пусть  $E_Q$  - поле, которое создаёт сфера на расстоянии  $3R$  от центра, тогда

Теорема Гаусса:  $\oint E dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{q_{\text{внутри}}}{\epsilon_0}$ , где

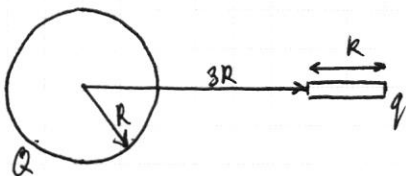
$q_{\text{внутри}}$  - заряд, находящийся внутри сферической оболочки радиуса  $3R$  и площадью  $S$ .

$$\Rightarrow E_Q \cdot S = \frac{Q}{\epsilon_0} \Leftrightarrow E_Q \cdot 4\pi(3R)^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{9R^2} = \frac{kQ}{9R^2}$$

$$\Rightarrow F_1 = E_Q \cdot q = \frac{kQq}{9R^2}$$

2)



Пусть  $E(r)$  - поле, которое создаёт сфера на расстоянии  $r > R$  от центра.

Теорема Гаусса:  $\oint E dS = \frac{q_{\text{внутри}}}{\epsilon_0}$ , где

$q_{\text{внутри}}$  - заряд, находящийся внутри сферической оболочки радиуса  $r$  и площадью  $S$

$$\Rightarrow E(r) \cdot S = \frac{Q}{\epsilon_0} \Leftrightarrow E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

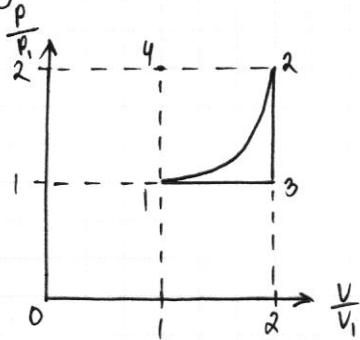
$$\Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{kQ}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_2 = \int_{3R}^{4R} E(r) dq = \int_{3R}^{4R} \frac{kQ}{r^2} dq = kQq \int_{3R}^{4R} \frac{1}{r^2} = kQq \left( \frac{1}{9R^2} - \frac{1}{16R^2} \right) = \frac{7kQq}{144R^2}$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$

2)  $F_2 = \frac{7kQq}{144R^2}$

Задача 4



$\pi$  - число "Пи"  $\approx 3,14$

$$\frac{P_1}{V_1} = \text{const}$$

1) Начало термодинамики

$$Q_{12} = A_{12} + U_{12}, \text{ где}$$

$Q_{12}$  - теплота, выделившаяся при расширении и равная количеству подведенной теплоты  $Q$

$A_{12}$  - работа газа на участке расширения газа  $1 \rightarrow 2$ , равная площади под графиком  $P(V)_{1 \rightarrow 2} = \frac{P}{P_1} \left( \frac{V}{V_1} \right) \cdot \frac{P_1}{V_1}$

$U_{12}$  - изменение внутренней энергии в процессе расширения

$$\Rightarrow Q = Q_{12} = \underbrace{\left( (2-1) \cdot 2 - \frac{1}{4} \pi \cdot 1^2 \right) \cdot \frac{P_1}{V_1}}_{A_{12}} + (2 \cdot 2 - 1 \cdot 1) \cdot \frac{P_1}{V_1} = \frac{20-\pi}{4} P_1 V_1$$

2)  $A = A_{12} - A_{13}$ , где  $A_{12} > 0$ ,  $A_{13} > 0$  и  $A_{23} = 0$ , т.к. площадь под графиком в процессе  $2 \rightarrow 3$  равна 0.

$$\Rightarrow A = A_{12} - A_{13} = \left( (2-1) \cdot 2 - \frac{1}{4} \pi \cdot 1^2 \right) \frac{P_1}{V_1} - (2-1) \cdot 1 \cdot \frac{P_1}{V_1} = \frac{4-\pi}{4} P_1 V_1$$

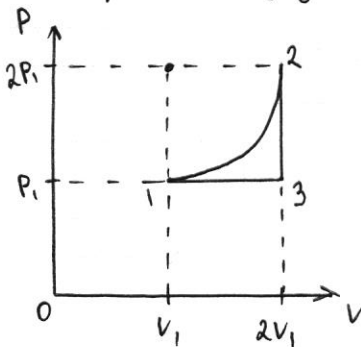
$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{4-\pi}{4}}{\frac{20-\pi}{4}} = \frac{4-\pi}{20-\pi}$$

Ответ: 1)  $Q = \frac{20-\pi}{4} P_1 V_1 \approx 4,215 P_1 V_1$

2)  $A = \frac{4-\pi}{4} P_1 V_1 \approx 0,215 P_1 V_1$

3)  $\eta = \frac{4-\pi}{20-\pi} \approx \frac{43}{843}$

Комментарий к задаче 4. Площадь ищется по графику ниже.



"Фигура" на графике не меняет форму и уменьшается только в размерах, т.к.

мы умножили  $\frac{P}{P_1} \left( \frac{V}{V_1} \right)$  на константу

$$\frac{P_1}{V_1}.$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

1)  ~~$K = mgH + A$ , где  $mgH$  — потенциальная энергия  
 $A$  — работа двигателя (т.к. она ~~лишняя~~, то  $A \rightarrow 0$ )~~  
 $\Rightarrow K = mgH \Rightarrow H = \frac{K}{mg} = 180 \text{ м}$

1) Закон сохр. энергии (ЗСЭ):  $mgH = \frac{m(gt)^2}{2} + A$ , где  
 $mgH$  — потенциальная энергия  
 $\frac{m(gt)^2}{2}$  — кинетическая энергия  
 $A$  — лишняя работа двигателя ( $= 0$ )

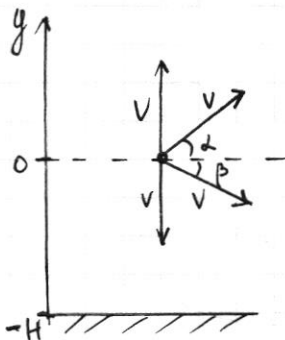
$\Rightarrow mgH = \frac{m(gt)^2}{2} \Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$

2) Вопрос задачи: Через какое время после взрыва первый осколок упадёт на землю?

$K = \sum \frac{\Delta m v^2}{2}$ , где  $\Delta m$  — масса одного осколка  
 $v$  — скорость осколка

$\Rightarrow K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \text{ м/с}$

Быстрее всего на землю упадёт ~~то~~ осколок, летящий вертикально вниз после взрыва, а медленнее — летящий вертикально вверх.



Т.к.: Для верт. летящего <sup>вверх</sup> осколка:  $-H = vt_1 - \frac{gt^2}{2}$

Для верт. летящего вниз осколка:  $-H = -vt_2 - \frac{gt^2}{2}$

Для ~~любо~~ других осколков:  ~~$H = vt - \frac{gt^2}{2}$~~

$-H = (v \sin \alpha) t - \frac{gt^2}{2}$

$-H = -(v \sin \beta) t' - \frac{gt'^2}{2}$

$t_1$  - время падения вертикально вверх летящего осколка  
 $t_2$  - время падения вертикально вниз летящего осколка  
 $t, t'$  - время падения других осколков

$$\Rightarrow t_1 = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$$t_2 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$$t = \frac{+v \sin \alpha + \sqrt{(v \sin \alpha)^2 + 2gH}}{g} = \frac{+v \sin \alpha + \sqrt{(v \sin \alpha)^2 + 2gH}}{g}$$

$$t' = \frac{-v \sin \beta + \sqrt{(v \sin \beta)^2 + 2gH}}{g} = \frac{-v \sin \beta + \sqrt{(v \sin \beta)^2 + 2gH}}{g}$$

решения уравнений
подходящее решение ( $> 0$ )

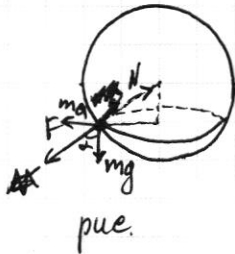
т.к.  $0 \leq \sin \alpha < 1$  и  $0 \leq \sin \beta < 1$ , то  $t_1 > t > t_2$  и  $t_1 > t' > t_2$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 + \sqrt{60^2 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10} = (-6 + 3\sqrt{5}) \text{ с} = 0,7 \text{ с}$$

Ответ: 1)  $H = 45 \text{ м}$     2)  $t_2 = 0,7 \text{ с}$

### Задача 3

1)



Рассмотрим силы, действующие на модель

$mg$  - сила тяжести ( $m$  - масса модели)

$a$  - ускорение модели (направлено от точки  $O_1$  - центра круга)

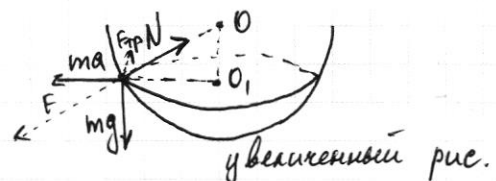
$N = F$  - сила реакции опоры, равная силе, с которой модель действует на сферу (касает на прямой, содержащей центр сферы  $O$  и координату модели)

$F_{тр}$  - сила трения  $\perp (ma), N, (mg)$

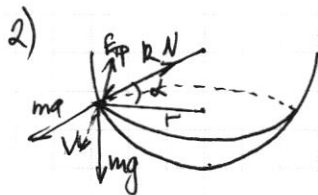
т.к.  $F = 2mg \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$  т.к. по 2 закону

Ньютона  $\left. \begin{matrix} N = \cos \alpha = mg \\ ma = N \sin \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow ma = 2mg \sin \alpha = 2mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow a = \sqrt{3} \cdot g = 17 \text{ м/с}^2$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Рассмотрим силы, действующие на модель:

$N$  - сила реакции опоры  
 $F_{тр}$  - сила трения скольжения  
 $mg$  - сила тяжести модели  
 $a$  - ускорение модели

$v$  и  $F_{тр}$  имеют на одной прямой

⇒ 2 Закон Ньютона: 
$$\begin{cases} mg = N \sin \alpha + m a \sin \alpha \\ m a \cos \alpha = N \cos \alpha \end{cases}$$

⇒  $mg = 2 m a \sin \alpha \Rightarrow a = \frac{g}{2 \sin \alpha} = \frac{g}{\sqrt{2}}$

$F_{тр} = \mu mg$

$r = \frac{R}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{2}}$  - радиус круга

$a = \omega^2 r$ , где  $\omega$  - угловое ускорение

⇒  $\omega^2 = \frac{a}{r} = \frac{g}{R} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ , где  $T$  - период

~~⇒  $\frac{mv^2}{R} = \frac{m \omega^2 r^2}{R} \Rightarrow F_{тр} = \mu mg$~~

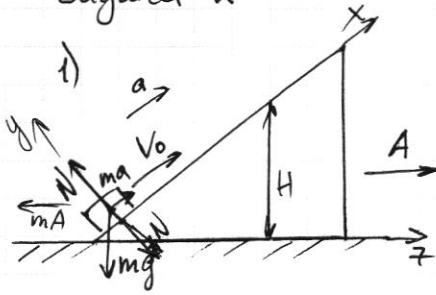
~~⇒  $\frac{mv^2}{R} = \frac{2\mu mg}{\sqrt{2}}$~~

⇒  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\sqrt{R}}{\sqrt{g}}$

~~⇒  $\frac{mv^2}{2} = F_{тр} r$~~

ЗСН:  $mv \geq F_{тр} T$

## Задача 2



$m$  — масса шайбы  
 $A$  — ускорение клина  
 $mg$  — ускорение свободного падения (если там же-  
 $a$  — ускорение шайбы ты шайбы  
 $N$  — реакция опоры шайбы (в со клина)

$$2 \text{ ЗН: } z: 2m A = N \sin \alpha$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$x: ma = mg \sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = \frac{N \sin \alpha}{2m} = \frac{mg \cos \alpha \sin \alpha}{2m} = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 0,8}{2} \text{ м/с}^2 = 2,4 \text{ м/с}^2$$

$$a = g \sin \alpha = 8 \text{ м/с}^2$$

$$\Rightarrow \int H \cos \alpha = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$2 \text{ ЗН: } z: 2m A = N \sin \alpha$$

$$y: N + mA \sin \alpha = mg \cos \alpha$$

$$x: ma = mg \sin \alpha + mA \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{2mA}{\sin \alpha} + mA \sin \alpha = mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow A = g \frac{\cos \alpha}{\frac{1}{\sin \alpha} + \sin \alpha} = \frac{0,6 \cdot 0,8 g}{\sin^2 \alpha + 1} = \frac{0,48 g}{1,64} = \frac{12}{41} g$$

$$\Rightarrow a = g \sin \alpha + A \cos \alpha = 0,8 g + \frac{12}{41} \cdot \frac{3}{5} g = \frac{200}{205} g = \frac{40}{41} g$$

$$\Rightarrow H \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$3 \text{ Э: } mgH = \frac{mv_0^2}{2} - mg \sin \alpha \cdot H \sin \alpha + maH \sin \alpha$$

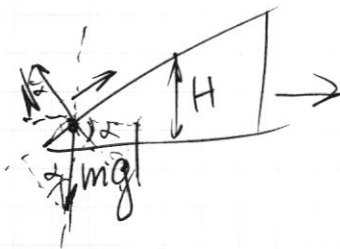
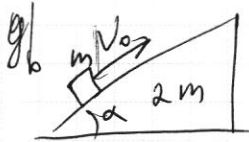
$$\Rightarrow v_0^2 = 2gH + 2g \sin^2 \alpha \cdot H - \frac{40}{41} g H \sin \alpha$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH + 2g \sin^2 \alpha \cdot H - \frac{40}{41} g H \sin \alpha} = \sqrt{4 + \frac{64}{25} - \frac{16 \cdot 4}{41}}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Delta m g H \quad \mu - ???$$



$$m g H = \frac{m v_0^2}{2} - m g \sin \alpha \cdot s + m a s$$

$$N = m g \cos \alpha$$

$$\frac{N}{5} = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$\frac{1}{(3R)^2} = \frac{1}{(4R)^2} = N \cdot \sin \alpha$$

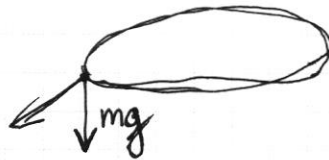
$$v_0 \sin \alpha =$$

$$16 - 9 = 7$$

$$m g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 2 m a \Rightarrow a = \frac{1}{4} g \sin 2\alpha$$



$$\begin{array}{r} 1,7 \\ 1,2 \\ \hline 11,9 \\ 17 \\ \hline 2,89 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1,8 \\ 1,8 \\ \hline 14,4 \\ 18 \\ \hline 32,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \hline 164 \\ -12 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$\frac{7kQq}{144}$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ 175 \\ \hline 875 \\ 1225 \\ 175 \\ \hline 30625 \end{array}$$

17

$$\frac{8}{10}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$4 \cdot 41 = 164$$

$$v T =$$

$$m a \geq F_{\text{тр}} T$$

$$\Rightarrow v \geq \frac{F_{\text{тр}} T}{m} = \frac{\mu m g \cdot T}{m}$$

$$v_0 \sin \alpha =$$

$$\frac{18 \cdot 4}{41}$$

$$36$$

$$\frac{18 \cdot 4}{25}$$

$$2 \cdot 10$$



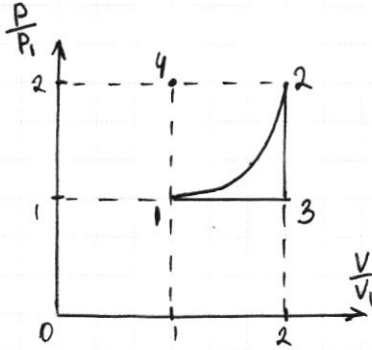


черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4



1) Найти термодинамики:

$$Q_{12} = A_{12} + U_{12}, \text{ где } Q_{12} - \text{искомая нами}$$

теплота  
 $A_{12}$  - работа газа на  
участке 1-2, являющаяся  
площадью под графиком  
 $p(V)$ .  
 $U_{12}$  - вн

$$\frac{mgz}{2}$$

$$mg$$

$$k \cdot \mu / e^2$$

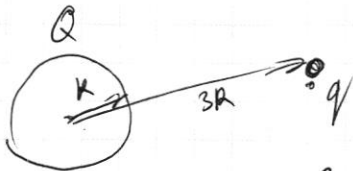
$$Ff$$

$$Q_{12} =$$

$$\frac{gt^2}{2} + vt_2 - H = 0$$

$$D = v^2 + 2gH$$

$$F_2 = \int_{3R}^{4R} E(r) dq$$



$$F_i = E \cdot q$$

$$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$E \cdot 4\pi \cdot 9R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{9R^2} = \frac{kQ}{9R^2}$$



$$2,23$$

$$2,23$$

$$6,69$$

$$4,46$$

$$1,11$$

$$2,23$$

$$2,3$$

$$\sqrt{5}$$

$$\times 23$$

$$69$$

$$46$$

$$529$$

$$\frac{20 - \pi}{4}$$

$$\times 2,2$$

$$2,2$$

$$2,235$$

$$3 \cdot 2,23$$

$$6,69$$

$$3600 + 900$$

$$36 + 9$$

$$\sqrt{15}$$

$$0,60$$

$$\times 2$$

$$1,24$$

$$2,48$$

$$896$$

$$448$$

$$448$$

$$1344$$

$$\frac{6 - \pi}{4}$$

$$2,25$$

$$125$$

$$225$$

$$4 - \pi$$

$$450$$

$$4450$$

$$10725$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)