

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

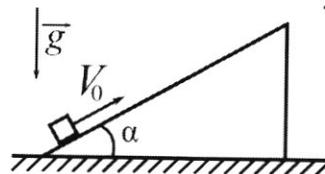
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $t = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк? *через какое время после взрыва*

2) В течение какого промежутка времени t осколки будут падать на землю? *первый осколок*

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. *упадают на землю*

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

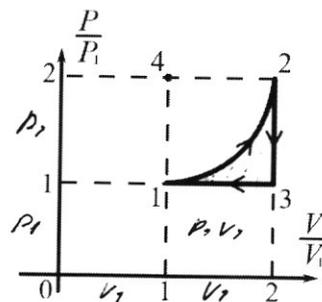
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

mm $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 2

Дано:

$$M = 2m$$

$$H = 0,2 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\cos \alpha = 0,6$$

Найти:

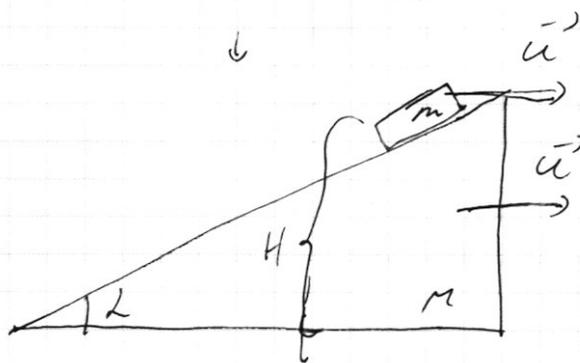
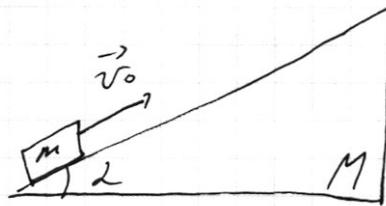
1) v_0 - ?

2) v_2 - ?

при $M = m$

Решение:

1)



В момент, когда шайба достигнет максимальной высоты H , или v_2 шайба будет двигаться с одной и той же скоростью u

По закону сохранения импульса в проекции на Ox :

$$m v_0 = (m + M) u \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m v_0 \cdot \frac{3}{5} = 3 m u \Rightarrow v_0 = 5 u \Rightarrow u = \frac{v_0}{5}$$

По закону сохранения энергии:

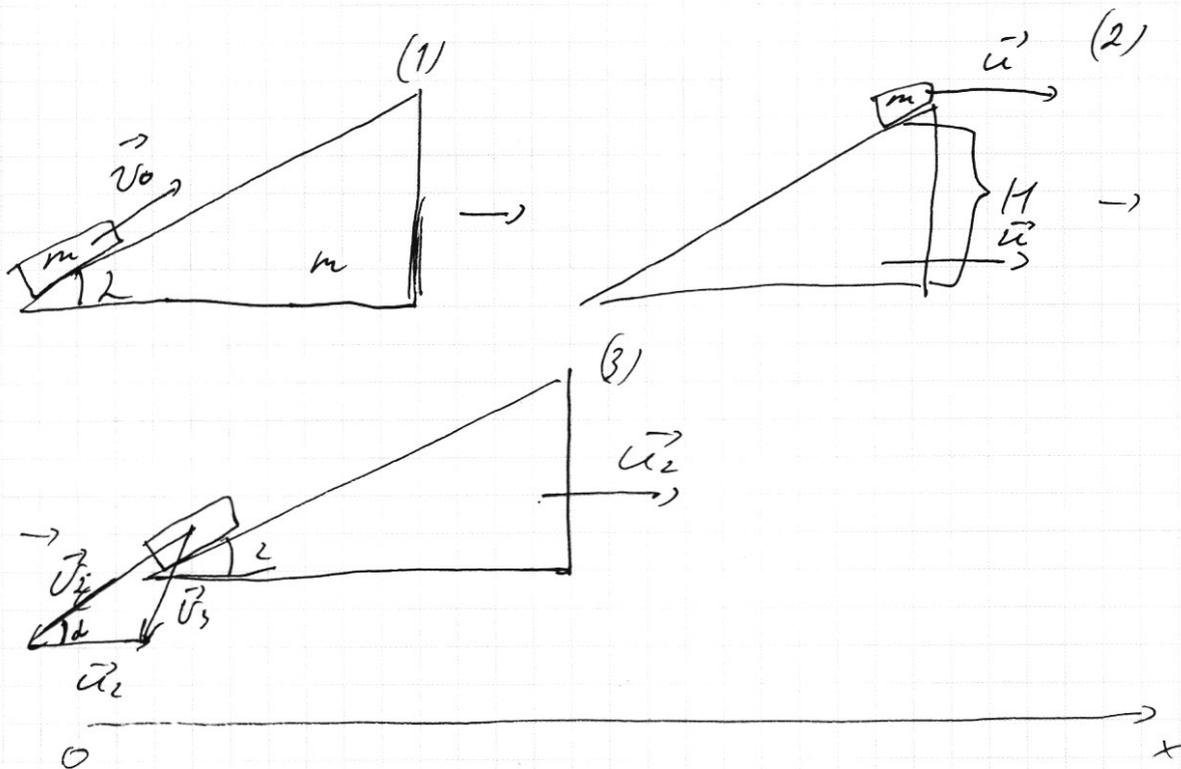
$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m + M) u^2}{2} + m g H \Rightarrow \frac{m v_0^2}{2} = \frac{3m \cdot \frac{v_0^2}{25}}{2} + m g H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{3 v_0^2}{25} + 2 g H \Rightarrow \frac{(25 - 3) v_0^2}{25} = 2 g H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22 v_0^2 = 50 g H \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{25}{11} g H}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{25}{77} \cdot 10 \cdot 0,2} = \sqrt{\frac{50}{77}} \approx 2,24 \left(\frac{m}{c}\right)$$

* 2) если $m = M$



по закону сохранения импульса по ОХ для (1-2)

$$m v_0 \cdot \frac{3}{5} = (m + m) \cdot u \Rightarrow m v_0 \cdot \frac{3}{5} = 2 m u \Rightarrow v_0 = \frac{10}{3} u$$

по закону сохранения энергии для (1-2)

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m + m) u^2}{2} + m g H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2}{2} = \frac{2 \cdot \frac{100}{9} u^2 + 2 \cdot \frac{9}{100} v_0^2}{2} + m g H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 \left(\frac{50 - 9}{50} \right) = 2 m g H \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{100 g H}{41}} = 10 \sqrt{\frac{g H}{41}}$$

по закону сохранения импульса по ОХ для (1-3):

$$m v_0 \cdot \cos 2 = m (v_2 \cdot \cos 2 + u_2) + m u_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{m v_0 \cos 2} \quad v_0 \cdot \frac{3}{5} = v_2 \cdot \frac{3}{5} + 2 u_2 \Rightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow v_2 = -v_0 + \frac{10}{3} u_2$$

~~то же~~ полная скорость шайбы в моменте (3) равна \vec{v}_3 иной это по теореме косинусов: $v_3^2 = v_2^2 + u_2^2 - 2v_2 \cdot u_2 \cdot \cos \alpha$
 $= v_2^2 + u_2^2 - 2v_2 \cdot u_2 \cdot \frac{3}{5} = v_2^2 + u_2^2 - \frac{6}{5} v_2 \cdot u_2$

Со ЗСЭ в (1-3):

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_3^2}{2} + \frac{m u_2^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_2^2 + u_2^2 - \frac{6}{5} v_2 \cdot u_2 + u_2^2$$

$$v_0^2 = \frac{100}{9} u_2^2 - 2 \cdot \frac{10}{3} u_2 \cdot v_0 + v_0^2 + u_2^2 - \frac{6}{5} \left(\frac{10}{3} u_2 \cdot v_0 \right) + u_2^2$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{100}{9} u_2^2 - \frac{20}{3} u_2 \cdot v_0 + 2 u_2^2 - \frac{60}{15} u_2^2 + \frac{6}{5} u_2 \cdot v_0$$

$$0 = \frac{100}{9} u_2^2 - \frac{100}{15} u_2 \cdot v_0 + \frac{18}{15} u_2 \cdot v_0 + 2 u_2^2 - 4 u_2^2 =$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{100}{9} u_2^2 - \frac{18}{9} u_2^2 - \frac{82}{15} u_2 \cdot v_0$$

$$0 = \frac{82}{9} u_2^2 - \frac{82}{15} u_2 \cdot v_0 \Rightarrow \text{при } u_2 \neq 0$$

$$\frac{82}{9} u_2 = \frac{82}{15} v_0 \Rightarrow 15 u_2 = 9 v_0 \Rightarrow 5 u_2 = 3 v_0 \Rightarrow u_2 = \frac{3}{5} v_0$$

$$\Rightarrow u_2 = \frac{3}{5} \cdot 10 \sqrt{\frac{4H}{41}} = 6 \sqrt{\frac{4H}{41}} = 6 \sqrt{\frac{0,2 \cdot 90}{41}} = 6 \sqrt{\frac{2}{41}} =$$

$$\approx 1,4 \frac{m}{c} \quad \text{Ответ: 1) } v_0 = 2,4 \frac{m}{c}; \quad 2) u_2 = 1,4 \frac{m}{c}.$$

Задача 1

Дано:

$m = 1 \text{ кг}$

$T = 3 \text{ с}$

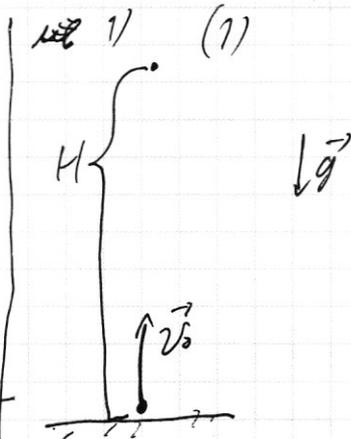
$K = 100 \text{ Дж}$

~~$f = 10 \text{ с}$~~

Найти:

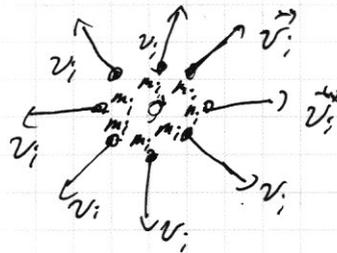
1) H - ?

2) t - ?



Детали:

поперек разрыва (2)



Слон как шарик движется в \vec{v}_0 по направлению на высоту H , только под действием ускорения, то

$$0 = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = gT$$

по формуле связи $H = \frac{0 - v_0^2}{-2g} \Rightarrow H = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 5 \cdot 9 = 45 \text{ (м)}$

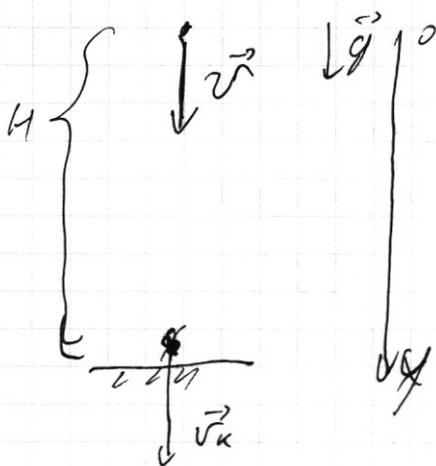
2) ~~но как шарик на все отвалил жидко~~
~~разлетаются во все стороны~~ ~~затем~~
 сразу кинетическую энергию ^{всех осколков}
 во время разрыва она равна $K = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \cdot v_i^2}{2}$,
~~но так как до разрыва шарик не находил~~
 в высшей точке траектории, а значит не
 двигался и шарик, а все осколки разлетаются
 во всевозможные направления с равными
 скоростями, то у них у всех одинаковая
 скорость v_i , ~~то~~ в формуле $\frac{m_i \cdot v_i^2}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

m_i - масса i -го осколка, а v_i - его скорость,
тогда
$$\sum_{i=1}^n \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} = \frac{v^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^n m_i = \frac{m v^2}{2} = K,$$

где v - скорость ~~каждого~~ всех осколков после
взрыва $\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$

после разрыва на землю ровные век
упадёт осколок v_0 скорость была



направлена строго
вниз, а значит Δy
проекции ~~на Oy~~:

$$H = 0 + vt + \frac{gt^2}{2} = 1$$

по формуле связи

$$\frac{gt^2}{2} + vt - H = 0$$

$$H = \frac{v_k^2 - v^2}{2g}, \text{ где}$$

v_k^2 - скорость заряда после приземления \Rightarrow

$$\Rightarrow 2gH = v_k^2 - v^2 \Rightarrow v_k^2 = \sqrt{v^2 + 2gH}, \text{ но ведь}$$

$$v_k = v + 2gt \Rightarrow gt = v_k - v \Rightarrow t = \frac{\sqrt{v^2 + 2gH} - v_0}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{\sqrt{\frac{2K}{m} + 2gH} - \sqrt{\frac{2K}{m}}}{g} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 1000}{10} + 2 \cdot 9.8 \cdot 45} - \sqrt{\frac{2 \cdot 1000}{10}}}{9.8}$$

$$= \frac{\sqrt{3600 + 900} - \sqrt{3600}}{9.8} = \frac{\sqrt{4500} - 60}{9.8} = \frac{30\sqrt{5} - 60}{9.8}$$

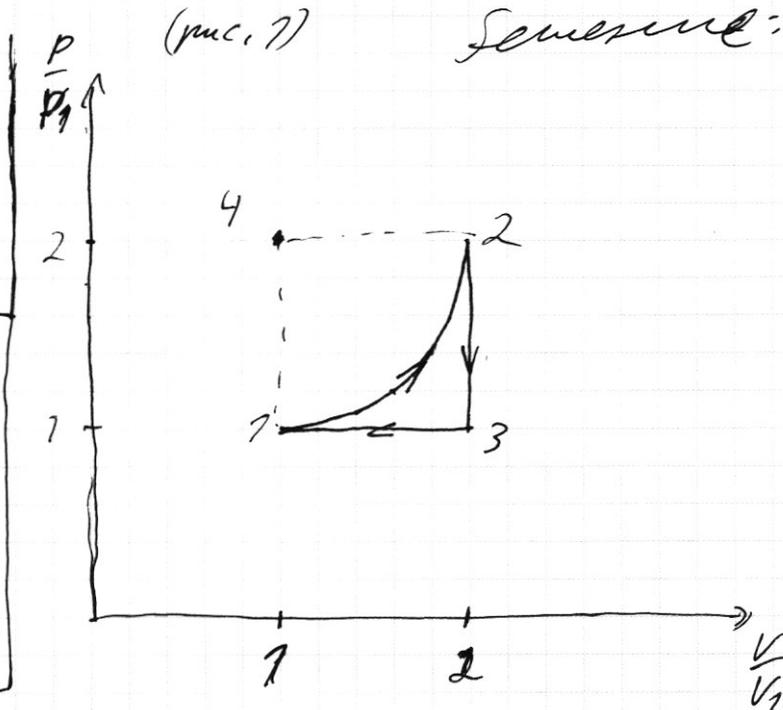
$$= 3\sqrt{5} - 60 \approx 0,72 \text{ (с)}$$

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$; 2) $t = 0,72 \text{ с}$.

Задача 4

Дано:
 $i=3$
 P_1
 V_1
 (рис. 1)

Найти:
 1) Q -?
 2) A -?
 3) η -?



1) Q в 50 и началу термодинамики:

$$Q = \Delta U_{12} + A_{12}, \text{ но } \Delta U_{12} = \frac{3}{2}(2P_1 \cdot 2V_1 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} P_1 V_1 = \frac{3}{2} P_1 V_1$$

работу совершенного газа в 1-2 можно найти как площадь под графиком. Это будет площадь квадрата под прямой 1-3 $P_1 V_1$ и площадь фигуры (1-2-3) ~~откуда~~ из геометрических соотношений $\Delta U_{12} = A_{123} = (1 - \frac{P_2}{P_1}) P_1 V_1$,

тогда работа в процессе 1-2 равна

$$A_{12} = (1 - \frac{P_2}{P_1}) P_1 V_1 + P_1 V_1 = (2 - \frac{P_2}{P_1}) P_1 V_1, \text{ тогда}$$

теплота подведенная газу равна

$$Q = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} P_1 V_1 + (2 - \frac{P_2}{P_1}) P_1 V_1 = P_1 V_1 (\frac{3}{2} + 2 - \frac{P_2}{P_1}) \approx$$

$$\approx P_1 V_1 (\frac{7}{2} - 0,785) = P_1 V_1 (6,5 - 0,785) = 5,715 P_1 V_1$$

2) работа совершенного газа в цикле можно посчитать как площадь фигуры (1-2-3),

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a \text{ она равна } A_{123} = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right) P_1 V_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{123} = (1 - 0,785) P_1 V_1 = 0,215 P_1 V_1$$

3/ К. так как в процессы 2-3 и 3-1 — это ~~изобарный~~ изохорный и изобарный процесс, а в них соответственно увеличивается давление и объём, то в них увеличивается ~~а не~~ температура газа и тепло отводится.

Это значит, что тепло проводится по только на участке 1-2 \Rightarrow КПД цикла равно

$$\eta_{\text{теп}} = \frac{A}{Q} = \frac{0,215 P_1 V_1}{5,715 P_1 V_1} = \frac{0,215}{5,715} =$$

$$= \frac{4,3}{114,3} \approx 0,04$$

Ответ: 1) $Q = 5,715 P_1 V_1$; 2) $A = 0,215 P_1 V_1$;

~~3) $\eta = 0,004$~~ 3) $\eta = 0,04$

Задача 25

Сечение:

Дано:

$Q > 0$

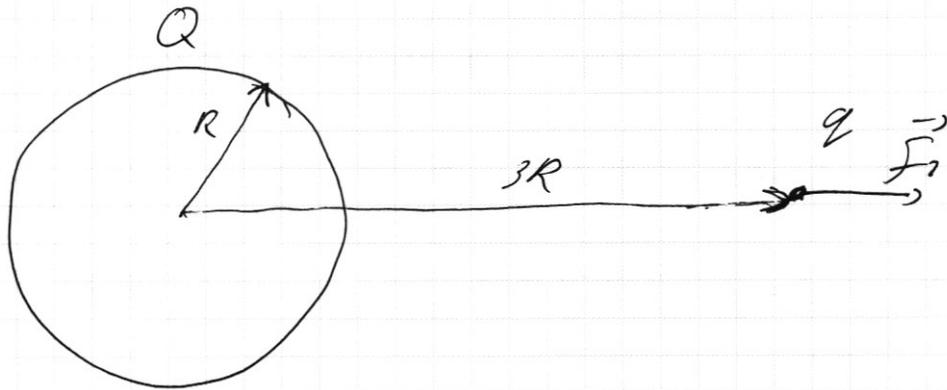
$q > 0$

R

$3R$

k

1)



Найти:

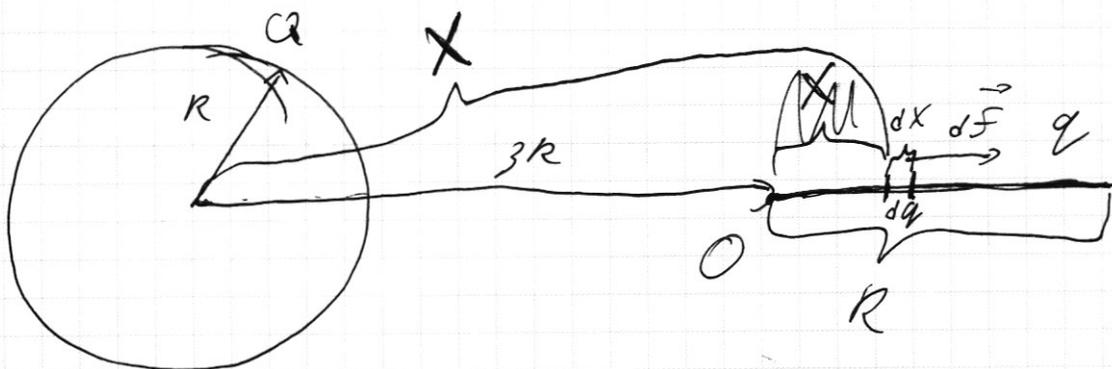
1) F_1 - ?

2) F_2 - ?

Поскольку заряды шарика ~~всего~~ ~~маленький~~ и находится вне сферы, то взаимодействие сферы и шарика, можно считать как взаимодействие двух точечных зарядов Q и q на расстоянии $3R$, тогда

$$F_1 = \frac{k q Q}{(3R)^2} = \frac{k q Q}{9R^2}$$

2)



Если возьмем маленький кусочек стержня длиной dx его заряд будет равен

$$dq = \frac{q}{R} dx$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В пункте 1 ~~и~~ ~~конечно~~, что считаем
с какой силой dF он взаимодействует
с шаром, так как сил взаимодействия
заряды dq с отрицательными зарядами
на шаре будут внутренними, значит
он будет компенсироваться силой реакции
со стороны шара и сократится.

Силою $dF = \frac{kQ \cdot dq}{x^2}$, где x - расстояние

от заряда dq , до центра шара, тогда
 $dF = \frac{kQ \cdot q \cdot dx}{x^2 - R}$, тогда сила ^{с которой} взаимодействует

шар действует на шаре равен

$$dF \quad F_2 = \int_{3R}^{4R} k \frac{kQq}{R} \cdot \frac{dx}{x^2} = \frac{kQq}{R} \cdot \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} =$$

$$= \frac{kQq}{R} \cdot \left(-\frac{1}{4R} - \left(-\frac{1}{3R} \right) \right) = \frac{kQq}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{kQq}{R} \cdot \left(\frac{4}{12R} - \frac{3}{12R} \right) =$$

$$= \frac{kQq}{R} \cdot \frac{1}{12R} = \frac{kQq}{12R^2}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$; 2) $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$.

Задача 13

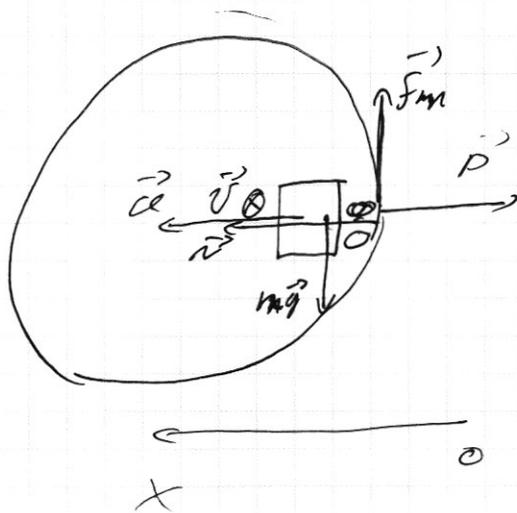
Дано:

- $\mu = 0, 8$
- $\alpha = 45^\circ$
- $R = 7 \text{ м}$
- $g = 90 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
- $P = 2 \text{ мс}$

Найти:

- 1) a - ?
- 2) v_{min} - ?

Чертежи:



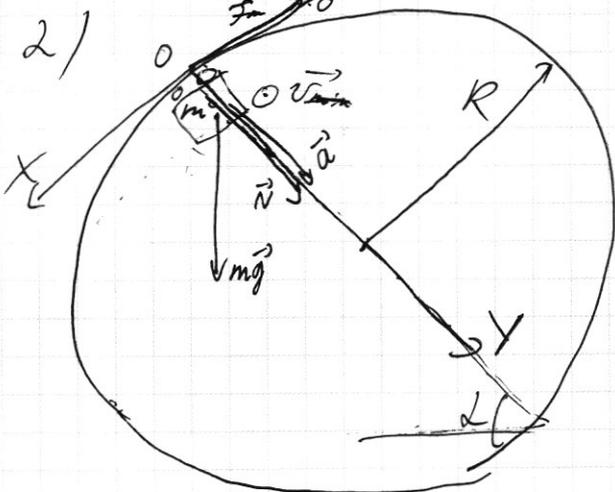
ночью
 так как ~~разница~~
 действует на
 центру с силой
 в эту точку
 балансу её
 силы тяжести,
 то, тогда
 $|\vec{P}| = 2 \text{ мс}$,

по 3-ю III закону Ньютона:
 $|\vec{P}| = |\vec{N}|$, где \vec{N} нормальная сила
 реакции опоры действующая на

машину в проекции 3-ю II закону Ньютона
 где ~~машинка~~ ~~подлин~~ в проекции на ОУ:

$$\vec{N} = m\vec{a} \Rightarrow 2mg = ma \Rightarrow a = 2g,$$

тогда ускорение подлин равно $a = 2g$.



Очевидно, что
~~самый~~ самый опасный
 момент, это когда
~~машинка~~ машинка
 находится в
 крайней точке.

для этой точки по II закону Ньютона:

$$\vec{F}_{cp} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~В проекции на ОХ:~~

рассмотрим, ~~как~~ случай в котором
шар трется негорматомно и может
скользить, тогда $F_{тр} = \mu N$

В проекции на ОХ:

$$mg \cdot \cos \alpha = F_{тр} = \mu N \Rightarrow N = \frac{mg \cdot \cos \alpha}{\mu}$$

В проекции на ОУ:

$$N + mg \cdot \sin \alpha = ma \Rightarrow \frac{mg \cdot \cos \alpha}{\mu} + mg \cdot \sin \alpha = ma \quad \mu = 0,1$$

$$r \alpha = \frac{v^2}{R} \Rightarrow \frac{v^2}{R} = a, \quad \alpha = 45^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right) = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{gR \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right)}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow v_{\min} = \sqrt{\frac{20gR \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right)}{\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 7 \left(\frac{1}{0,1} + 1 \right)}{\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{907 \cdot 9}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{3}{2} \sqrt{\frac{10 \cdot \sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}} \approx \frac{3}{2} \sqrt{7} \approx \frac{3}{2} \cdot 2,65 \approx$$

$$\approx 3,975 \left(\frac{m}{c} \right) \approx 4 \left(\frac{m}{c} \right). \text{ Заметим, что случай с}$$

~~обращением~~ о силе реакции опоры (отрыва) воздуха

возникнуть не может, так как при все

курсовой \vec{N} уже сила трения ~~меньше~~ $F_{тр}$
меньше $mg \cos \alpha$, то есть ~~возможна~~ ~~возможна~~

используется, и значит в
модели играе используется что
произойдет раньше, чем отрыв.

Ответ: 1) $a = 2g$; 2) $v_{\text{м.н}} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2,4 \\ + 2,4 \\ \hline 4,8 \\ 196 \\ \hline 5,76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 2,45 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 2,6 \\ \times 1,6 \\ \hline 156 \\ + 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 2,7 \\ \times 2,7 \\ \hline 189 \\ + 54 \\ \hline 6,29 \end{array}$$

$$9 + 0,9$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 2,65 \\ \times 2,65 \\ \hline 17325 \\ + 1590 \\ + 530 \\ \hline 7,0225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 2,65 \\ \times 1,5 \\ \hline 1325 \\ + 265 \\ \hline 3,975 \end{array}$$

$$(3,6; 9,9)$$

$$\sqrt{\frac{36 \cdot 2}{99}}$$

$$\sqrt{\frac{72}{99}}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 36 \cdot 2 = \\ \times 72 \\ \hline 2,29 \\ \times 3 \\ \hline 6,72 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \downarrow 60 \text{ м} \\ \times 0,72 - 60 + \frac{16 \cdot 0,72}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 0,72 \\ \times 0,72 \\ \hline 994 \\ 504 \\ \hline 0,5184 \\ \times 16 \\ \hline 8,2944 \\ \times 5264 \\ \hline 8,4224 \end{array}$$

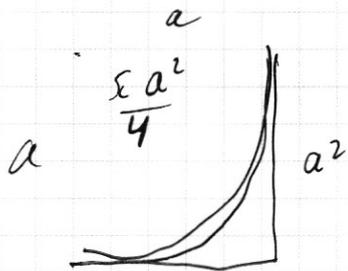
$$\begin{array}{r} 41 \\ 0,72 \\ \times 60 \\ \hline 43,20 \end{array}$$

$$43,2 + 4,12 = 47,32$$



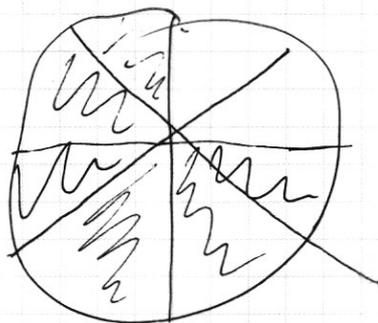
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$S = \frac{\epsilon a^2}{4} - \frac{\epsilon a^2}{9} = \left(1 - \frac{\epsilon}{9}\right) a^2 = \left(1 - \frac{\epsilon}{9}\right) \frac{1}{4} \epsilon a^2$$

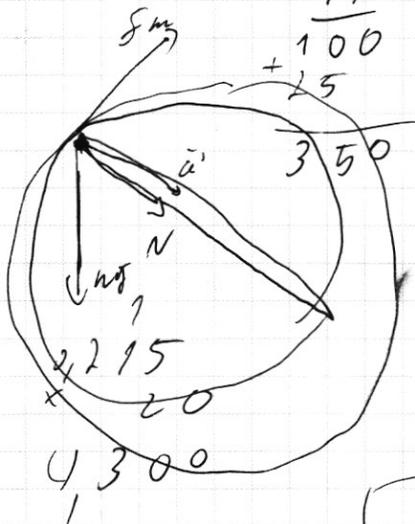
$$P_1 V_1 - \frac{\sqrt{\epsilon}}{4} P_1 V_1 + P_1 V_1 = 2 P_1 V$$



$$\frac{3,79}{4} =$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3,79 \\ \times 25 \\ \hline 1570 \\ + 628 \\ \hline 0,7850 \end{array}$$

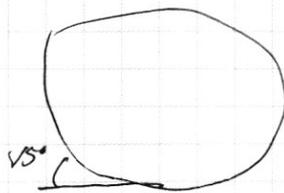
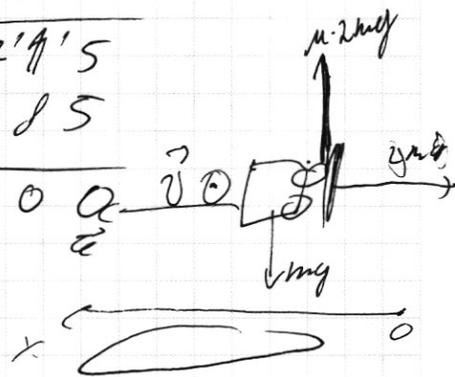
$$\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{7}} = \frac{9}{4}$$



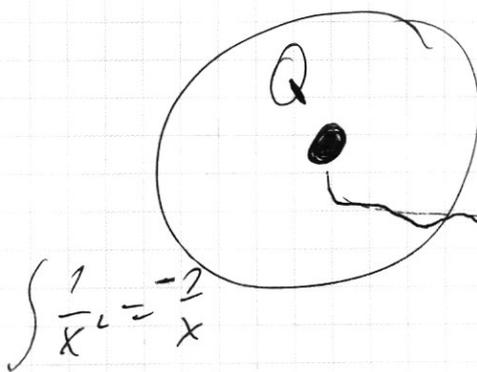
$$\begin{array}{r} 1 \\ 5,715 \\ \times 20 \\ \hline 114,300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,215 \\ \times 20 \\ \hline 4,300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,500 \\ - 0,785 \\ \hline 5,715 \\ + 785 \\ \hline 6,500 \end{array}$$

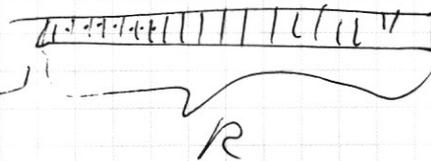


$$2mg = ma \Rightarrow a = 2g$$



$$3R$$

$$x^2 = 2x$$



$$\int \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int x^{-2} dx = \frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$x^{-1} = -1 \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$