

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m=1\text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T=3\text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K=1800\text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau=10\text{ с}$.

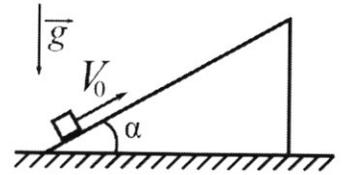
1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2) Через какое время первый осколок упадет на землю

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha=0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H=0,2\text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы. *$m_{\text{клин}} = 2 m_{\text{шайбы}}$*

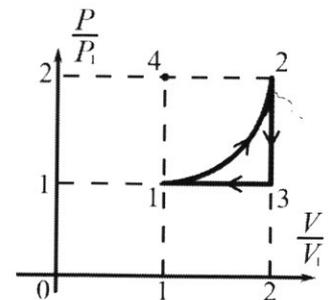
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. *$m_{\text{клин}} = m_{\text{шайбы}}$*

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha=45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu=0,8$, радиус сферы $R=1\text{ м}$. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

5. Заряд $Q>0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q>0$.

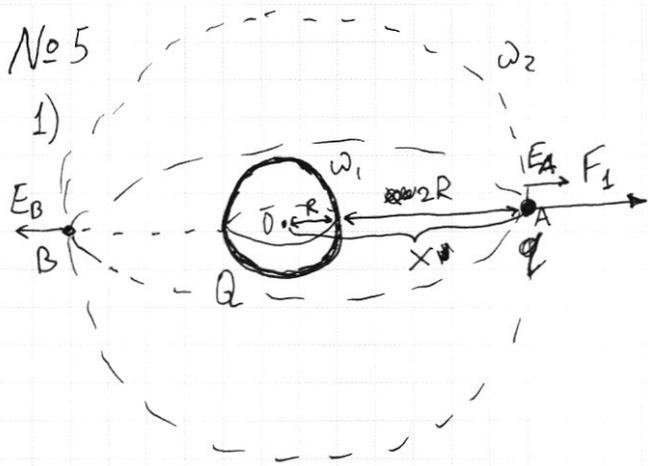
1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



ω_1 и ω_2 - сферы с зарядом Q и сфера на поверхности которой есть заряд q .

O - центр сфер ω_1 и ω_2

~~А - точка на поверхности сферы ω_1~~

E_A и E_B - напряжённость поля сферы в точках A и B .

Если \vec{E}_A не \perp поверхности сферы в точке A , то можно повернуть сферу вокруг оси симметрии AB на 1° , положение сферы не изменится, а направление \vec{E}_A изменится, так быть не может (напряжённость в точке может иметь лишь одно направление) $\Rightarrow \vec{E}_A \perp$ поверхности сферы в точке A .

~~E_A и E_B~~ Сфера симметрична относительно O , значит если отразить сферу относительно O , то \vec{E}_A перейдёт в $\vec{E}_B \Rightarrow E_A = E_B = E(x)$ - это справедливо для любой точки A на сфере.

Φ_x - поток через сферу с радиусом x

$$\Phi_x = \iint_{\text{по поверхности сферы}} (\vec{E}, d\vec{S}) = \iint_{\text{по поверхности сферы}} E dS = E \iint_{\text{по поверхности сферы}} dS = E S_{\text{сферы}} = 4\pi x^2 E$$

По теореме Гаусса:

$$\Phi_x = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow 4\pi x^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2} = \frac{kQ}{x^2}$$

По закону Кулона и из определения напряжённости:

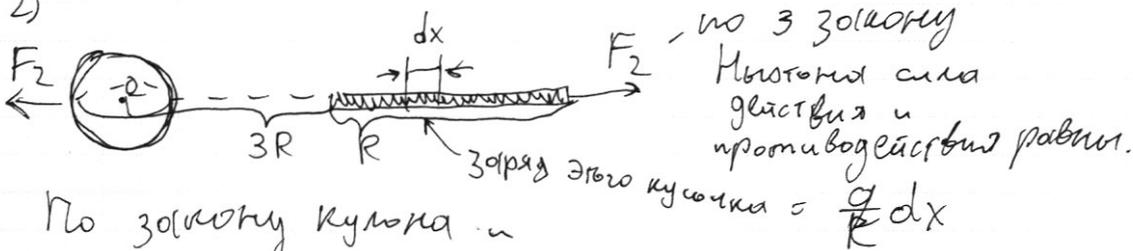
$$\vec{F}_1 = E(3R)q = \frac{kQq}{9R^2} \quad \text{Ответ 1: } F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

2)



По закону Кулона и из определения напряжённости:

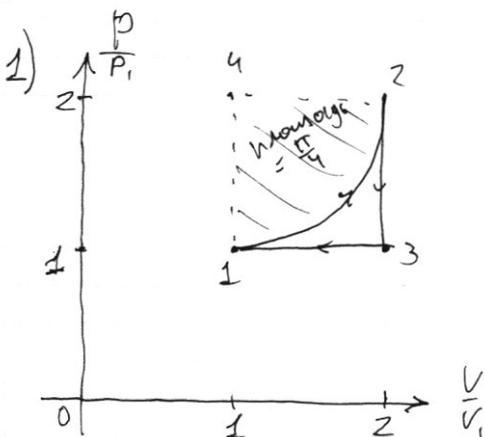
$$F_2 = \int_{3R}^{4R} E(x) \frac{q}{R} dx = \int_{3R}^{4R} \frac{kQq}{x^2 R} dx = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} =$$

$$= \frac{kQq}{R^2} \cdot \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) \Big|_{3R}^{4R} = \frac{kQq}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{kQq}{12R^2}$$

Ответ 2: $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$, $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$

№4



Объём увеличился (а значит газ расширялся) только на участке 1-2

По 2 закону термодинамики:

$$Q = A_{12} + \Delta U_{12}$$

↑ требуется подать ↑ работа газа на участке 1-2 ↑ изменение внутр. энергии газа на участке 1-2.

$$\delta A = p dV = \frac{p}{p_1} \cdot p_1 \cdot \frac{V_1}{V_1} dV = \frac{p}{p_1} d\left(\frac{V}{V_1}\right) \cdot p_1 V_1$$

$$= \left(\frac{p}{p_1} d\left(\frac{V}{V_1}\right) \right) \cdot p_1 V_1$$

$$A = \sum \delta A = \sum \left(\frac{p}{p_1} d\left(\frac{V}{V_1}\right) \right) \cdot p_1 V_1 = S \cdot p_1 V_1$$

или можно под графиком - S

$$A_{12} = S \cdot p_1 V_1 = (2 - \frac{1}{4}) p_1 V_1$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

продолжение 1) Т.к. газ одноатомный

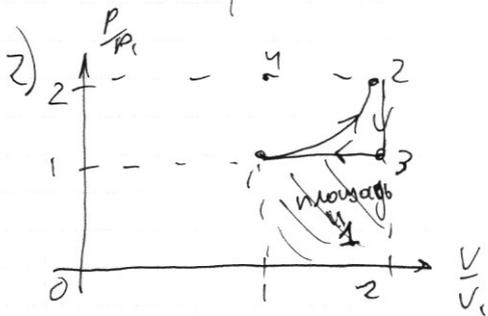
$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

↑ кол-во вещества $\nu = 1 \text{ моль}$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{4 p_1 V_1}{\nu R} - \frac{p_1 V_1}{\nu R} \right) = T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$$

$$= \frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$Q = A_{12} + \Delta U_{12} = (2 - \frac{\pi}{4}) p_1 V_1 + \frac{9}{2} p_1 V_1 = \frac{26 - \pi}{4} p_1 V_1$$



Ответ 1: $Q = \frac{26 - \pi}{4} p_1 V_1$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$$

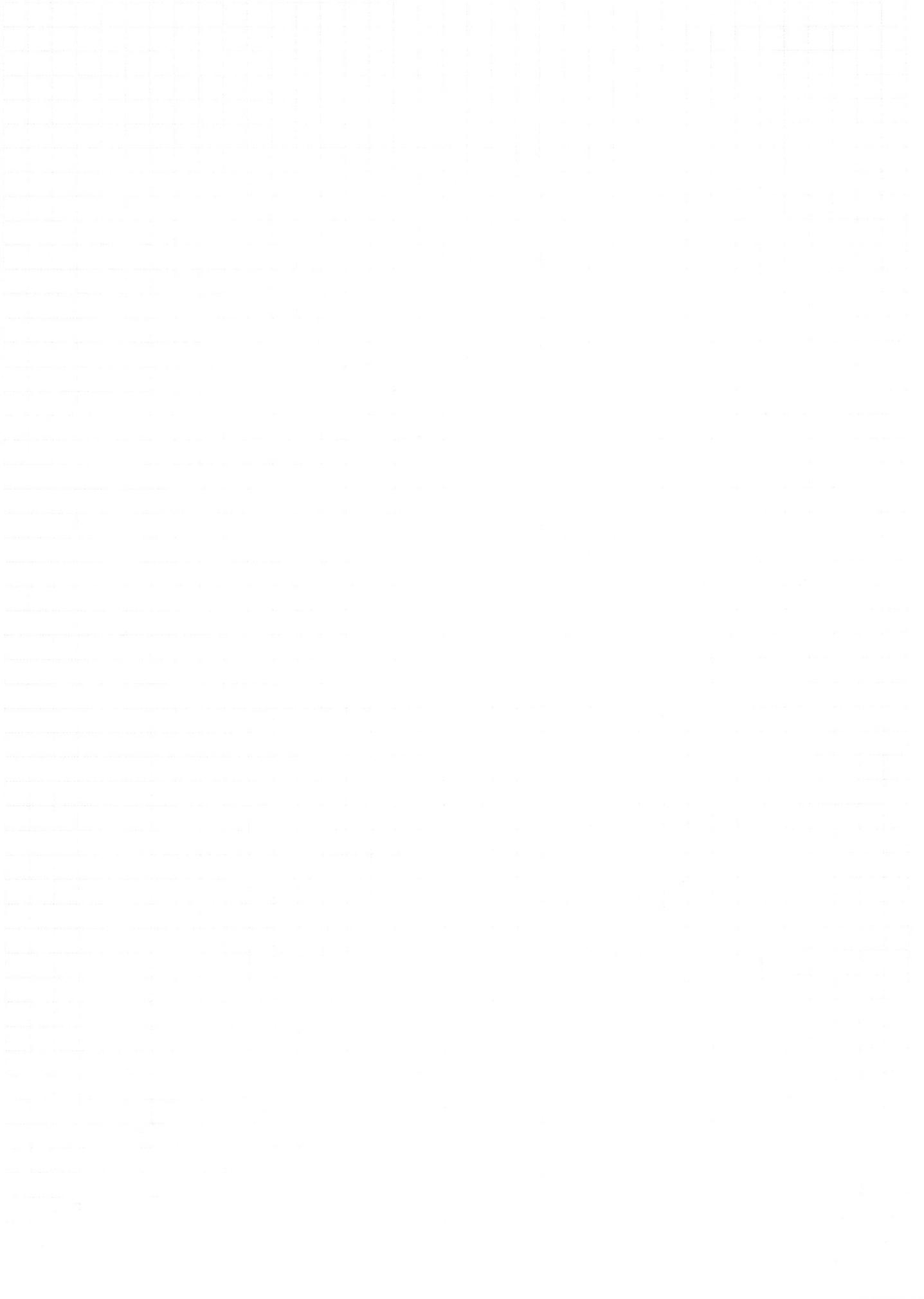
↑ полезная работа ↑ работа газа в процессе 2-3 ↑ работа газа в процессе 3-1

$$A = (2 - \frac{\pi}{4}) p_1 V_1 - 1 \cdot p_1 V_1 = (1 - \frac{\pi}{4}) p_1 V_1 = \frac{4 - \pi}{4} p_1 V_1$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{4 - \pi}{4} p_1 V_1}{\frac{26 - \pi}{4} p_1 V_1} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} = \frac{4 - 3,1415}{26 - 3,14} = \frac{0,8585}{22,86} \approx 3,76\%$$

Ответ: $Q = \frac{26 - \pi}{4} p_1 V_1$, $A = \frac{4 - \pi}{4} p_1 V_1$, $\eta \approx \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx 3,76\%$.

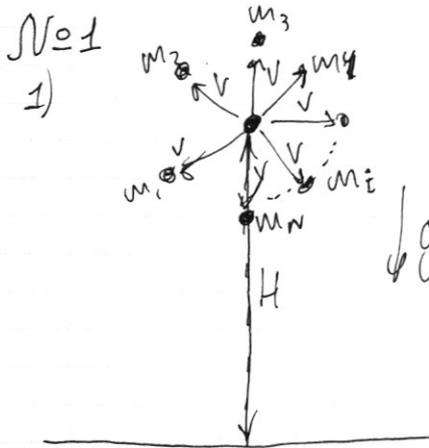
$$\begin{array}{r} 0,8585 \\ 1,7270 \\ 1,6002 \\ 1,2680 \\ -1,1430 \\ \hline 125006 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2285 \\ 3,755 \end{array}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$K = \sum_{i=1}^N \frac{m_i V^2}{2} = \frac{V^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N m_i = \frac{m V^2}{2}$$

$g = 10 \text{ м/с}^2$

$$V = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}} = 60 \text{ м/с}$$

По условию через $\tau = 10 \text{ с}$ после
взрыва последний осколок упадёт
на землю, рассмотрим какой-то
осколок

Возьмем 2 закон
Ньютона по оси y:

$$-mg_y = ma_y$$

$$a_y = g_y = -g$$

Возьмем $\vec{s} = \vec{v}_{\text{нач}} t + \frac{\vec{a}}{2} t^2$

$$-H = v_y t + \frac{a_y t^2}{2} = V \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$$

т.к. $\tau > 0$

$$\frac{g \tau^2}{2} - V \sin \alpha \cdot \tau - H = 0 \quad D = (V \sin \alpha)^2 - 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot (-H)$$

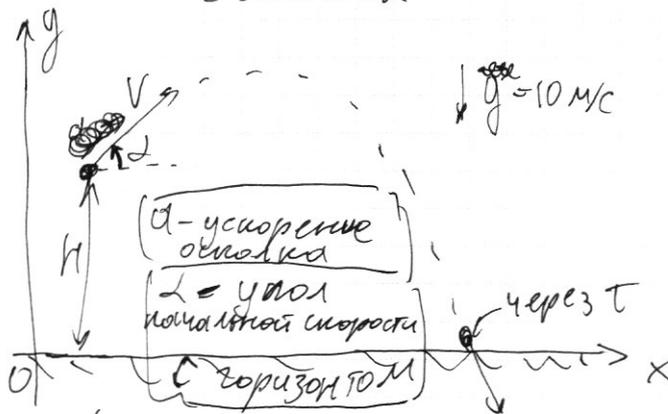
$$\tau = \frac{V \sin \alpha + \sqrt{V^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

$$\tau = \frac{V + \sqrt{V^2 + 2gH}}{g}$$

$$g\tau = V = \sqrt{V^2 + 2gH}$$

$$g^2 \tau^2 - 2g\tau V + V^2 = V^2 + 2gH$$

$$H = \frac{g\tau^2}{2} - V\tau = \frac{10 \cdot 10^2}{2} - 60 \cdot 10 = 440 \text{ м}$$



τ - время падения последнего
осколка и τ максимально,
когда $\sin \alpha$ - максимальна $\Rightarrow \sin \alpha = 1$

~~Ответ: H = 440 м~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

2) Через какое время первый осколок упадёт на землю
(обозначим это время t)

В пункте 1 уже есть формула:

$$t = \frac{V \sin \alpha + \sqrt{V^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

Первый осколок упадёт
первым \Rightarrow ~~то~~ минимальное t
это время падения первого
осколка, а t минимально,
когда $\sin \alpha = -1$

$$t = \frac{\sqrt{V^2 + 2gH} - V}{g} =$$

$$= \frac{\sqrt{60^2 + 2 \cdot 10 \cdot 440} - 60}{10} = \frac{\sqrt{3600 + 8800} - 60}{10} =$$

$$= \frac{\sqrt{12400} - 60}{10} = \sqrt{124} - 6 \approx$$

$$\approx 11,14 - 6 \approx 5,14 \text{ с}$$

$$11^2 = 121$$

$$\begin{array}{r} 11,1 \\ \times 11,1 \\ \hline 111 \\ 1111 \\ 11111 \\ \hline 123,21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11,2 \\ \times 11,2 \\ \hline 224 \\ 112 \\ 112 \\ \hline 125,44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11,11 \\ \times 11,11 \\ \hline 1111 \\ 11111 \\ 111111 \\ 1111111 \\ \hline 123,4321 \end{array}$$

Ответ: Н=члом
 $t \approx 5,14 \text{ с}$.

со
старым
вариантом
условия

$$\begin{array}{r} 11,14 \\ \times 11,14 \\ \hline 4456 \\ 1114 \\ 1114 \\ \hline 124,0996 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11,12 \\ \times 11,12 \\ \hline 2224 \\ 1112 \\ 1112 \\ \hline 123,6544 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11,13 \\ \times 11,13 \\ \hline 3339 \\ 1113 \\ 1113 \\ \hline 123,6769 \end{array}$$



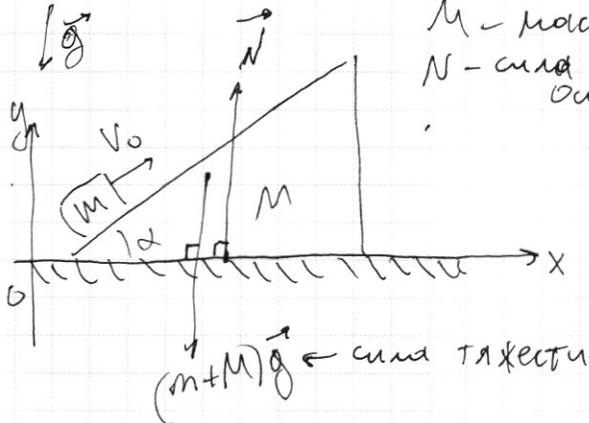
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

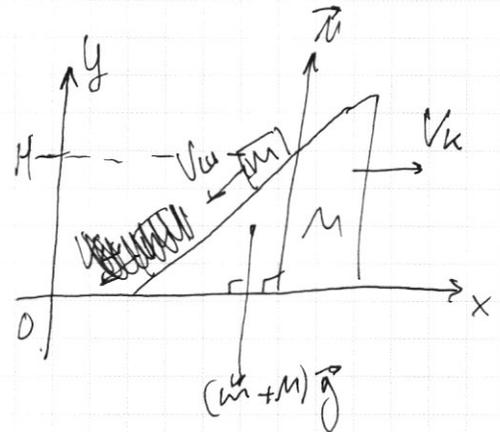
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

1)



m - масса шайбы
 M - масса клина
 N - сила реакции опоры



Проекция сил \vec{N} и $(m+M)\vec{g}$ на ось $x = 0 \Rightarrow$ можно записать закон сохранения импульса системы из клина и шайбы по оси x :

$$m v_{0y} = m v_{шy} + M v_{ky}$$

$$m v_0 \cos \alpha = m v_{ш} \cos \alpha + M v_k$$

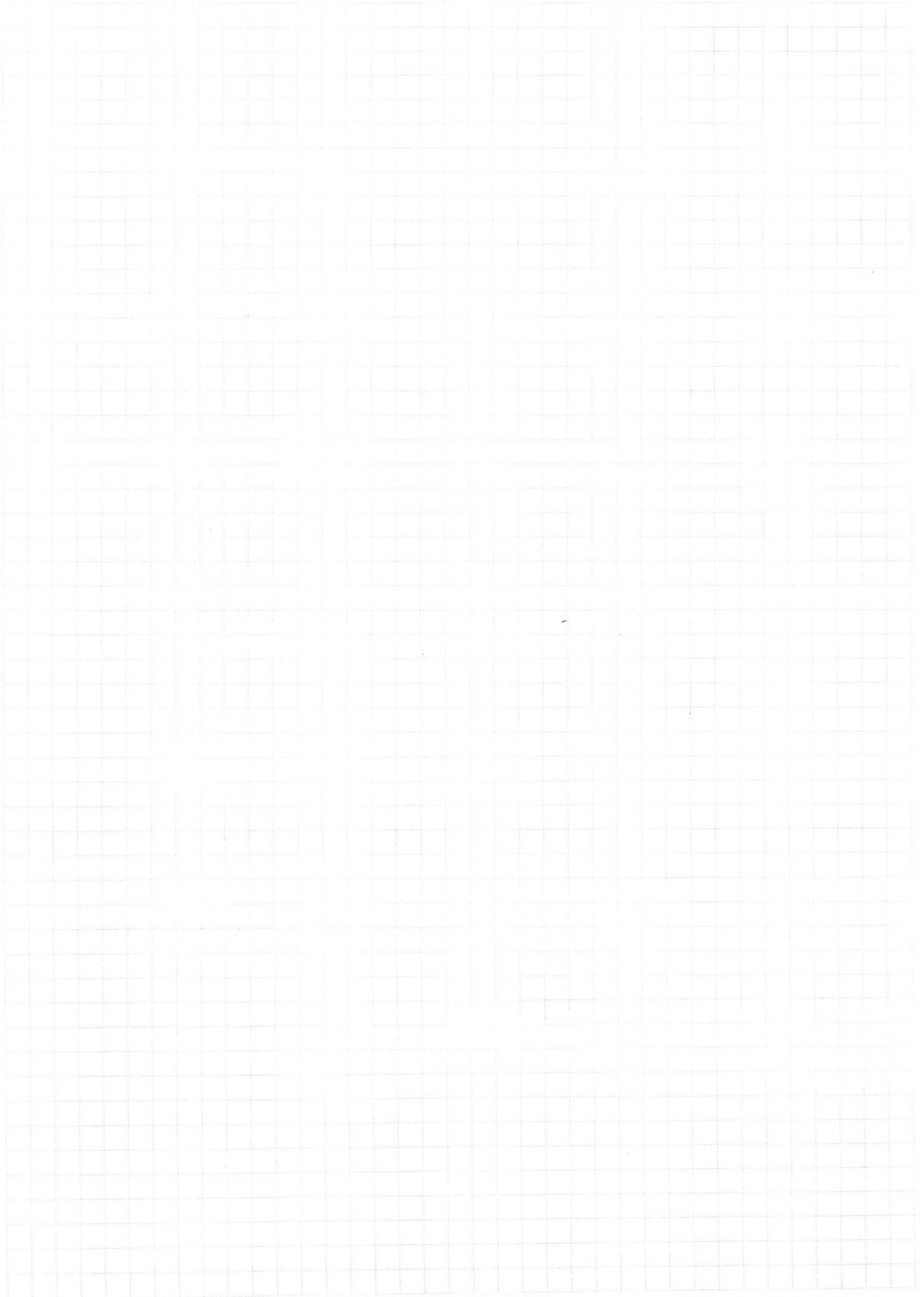
Закон сохранения энергии для системы из клина и шайбы ($\vec{N} \perp$ траектории клина \Rightarrow работа силы $\vec{N} = 0$, а силы тяжести учтём в потенциальной энергии).

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{m v_{ш}^2}{2} + \frac{M v_k^2}{2} + m g H &= \frac{m v_0^2}{2} \\ m v_0 \cos \alpha &= m v_{ш} \cos \alpha + M v_k \end{aligned} \right.$$

по условию

$$M = 2m \text{ и } \cos \alpha = 0,6$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{v_{ш}^2}{2} + v_k^2 + g H &= \frac{v_0^2}{2} \\ 0,6 v_0 &= -0,6 v_{ш} + v_k \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} v_0 + v_{ш} = \frac{10}{6} v_k \\ (v_0 - v_{ш})(v_0 + v_{ш}) = 2 v_k^2 + 2 g H \end{cases}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

1 продолжение

$$\frac{10}{6} V_k (V_0 - V_{ш}) = 2 V_k^2 + 2gH$$

$$V_0 + V_{ш} = \frac{10}{6} V_k$$

решим 2 уравнение
субтракцией:

$$V_0 + \frac{2}{20} V_k - \frac{3 \cdot 9H}{5} + \frac{10}{6} V_k$$

$$\frac{14}{36} + 2 = \frac{50}{7}$$

$$\frac{10}{6} V_k (\frac{10}{6} V_k - 2 V_{ш}) = 2 V_k^2 + 2gH$$

$$V_0 + V_{ш} = \frac{10}{6} V_k$$

решим 1 уравнение
субтракцией:

$$\frac{100}{36} V_k^2 - \frac{10}{3} V_k V_{ш} = 2 V_k^2 + 2gH$$

$$\frac{28}{36} V_k^2 - \frac{10}{3} V_k V_{ш} - 2gH = 0$$

$$\frac{7}{6} V_k^2 - \frac{10}{3} V_k V_{ш} - 2gH = 0$$

$$V_{ш} = \frac{7 V_k^2 - 2gH}{\frac{10}{3} V_k}$$

$$= \frac{7}{20} V_k^2 - \frac{3 \cdot 9H}{5 V_k}$$

$$\begin{cases} V_0 + V_{ш} = \frac{10}{6} V_k \\ (V_0 - V_{ш})(V_0 + V_{ш}) = 2 V_k^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0,2 \end{cases}$$

$$\frac{36}{100} (V_0 + V_{ш})^2 = \frac{1}{2} (V_0 - V_{ш})(V_0 + V_{ш}) - 2$$

$$(V_0 + V_{ш}) \left(\frac{86}{100} V_{ш} - \frac{14}{100} V_0 \right) = -2 \quad H - \text{максимальна} \Rightarrow V_{ш} = 0$$

$$V_0 \left(-\frac{14}{100} V_0 \right) = -2$$

$$V_0 = \frac{10}{\sqrt{7}} \frac{1}{c} \quad \text{Ответ: } V_0 = \frac{10}{\sqrt{7}} \frac{1}{c} = \frac{\sqrt{7} \cdot 10}{7} \frac{1}{c}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

2) из условия

$$\begin{cases} mV_0 \cos \alpha = -mV_{\text{ш}} \cos \alpha + MV_{\text{к}} \\ \frac{mV_{\text{ш}}^2}{2} + \frac{MV_{\text{к}}^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2}, \text{ при } M=0. \end{cases} \quad \begin{matrix} m=M \\ \cos \alpha = 0,6 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 0,6V_0 = -0,6V_{\text{ш}} + V_{\text{к}} \\ V_{\text{ш}}^2 + V_{\text{к}}^2 = V_0^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (V_0 + V_{\text{ш}})(V_0 - V_{\text{ш}}) = V_{\text{к}}^2 \\ (V_0 + V_{\text{ш}}) = \frac{10}{6}V_{\text{к}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{6}(V_0 - V_{\text{ш}}) = V_{\text{к}} \\ V_0 + V_{\text{ш}} = \frac{10}{6}V_{\text{к}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{10}{6}V_0 - \frac{10}{6}V_{\text{ш}} = V_{\text{к}} \\ V_{\text{ш}} = \frac{10}{6}V_{\text{к}} - V_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{6}V_0 - \frac{100}{36}V_{\text{к}} + \frac{10}{6}V_0 = V_{\text{к}} \\ \frac{10}{3}V_0 = \frac{34}{9}V_{\text{к}} \\ V_{\text{к}} = \frac{9}{34} \cdot \frac{10}{3}V_0 = \frac{3 \cdot 5}{17}V_0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } V_0 = \frac{10}{\sqrt{17}} \frac{\text{м}}{\text{с}}; V_{\text{к}} = \frac{150}{17\sqrt{17}} \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \Bigg| \quad = \frac{15}{17}V_0 = \frac{150}{17\sqrt{17}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



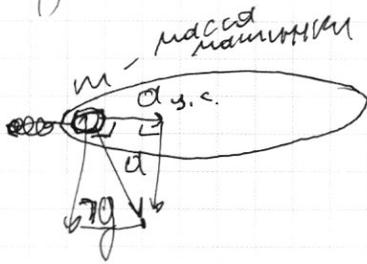
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

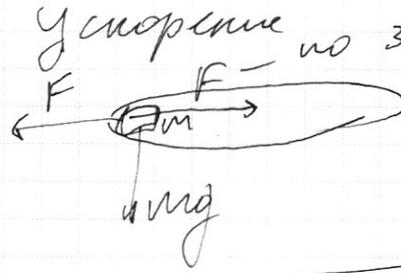
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

1)



$a_{ц.с.}$ - центростремительное



ускорение по 3 закону Ньютона сила с которой машинка действует на поверхность $= F$ и сила противодействия тоже $= F$.

$$F = 2mg$$

Второй закон Ньютона для машинки по оси x:

$$F = ma_{ц.с.}$$

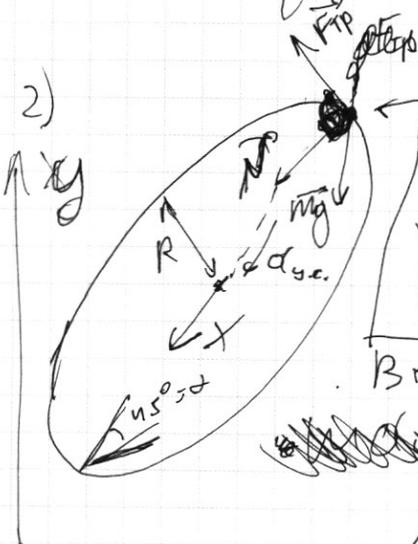
$$2mg = ma_{ц.с.}$$

$$a = \sqrt{a_{ц.с.}^2 + g^2} = \sqrt{5}g = 10\sqrt{5} \frac{м}{с^2}$$

$$a_{ц.с.} = 2g$$

по теореме Пифагора

2)



Наибольшая опасность срыва т.к. проекция $F_{тр}$ на mg наибольшая (по α проекция \rightarrow наименьшая (по α))
 $N = const$, значит $F_{тр} = const$
 Наибольшая, когда проекция $F_{тр}$ на mg наименьшая и $N = const$ и $F_{тр} = const$

Второй закон Ньютона:

$$N = m a_{ц.с.}$$

$$a_{ц.с.} = \frac{v_{min}^2}{R}$$

по оси x:

$$-N \sin \alpha - mg + F_{тр} \cos \alpha = -m a_{ц.с.} \sin \alpha$$

~~$$-m a_{ц.с.} \sin \alpha - mg + F_{тр} \cos \alpha = -m a_{ц.с.} \sin \alpha$$~~

$$-m a_{ц.с.} \sin \alpha - mg + F_{тр} \cos \alpha = -m a_{ц.с.} \sin \alpha$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

2) продолжение

$$-m a_{y.c.} \sin \alpha - mg + F_{\text{тр}} \cos \alpha = -m a_{y.c.} \sin \alpha$$

$$F_{\text{тр}} \cos \alpha = mg$$

$$F_{\text{тр}} = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$mN = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

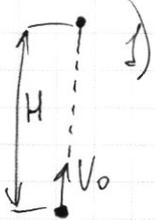
$$m a_{y.c.} = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$m \frac{v_{\min}^2}{R} = \frac{g}{\cos \alpha}$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{gR}{m \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1}{0,8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} \cdot 10}{8}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{8}} \frac{m}{c}$$

Ответ: $v_{\min} = 5 \cdot 2^{-\frac{1}{4}} \frac{m}{c}$; $d = 10 \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{m}{c} = 10 \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \frac{m}{c} = 5 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \frac{m}{c}$

№ 1 с учётом последних изменений в условии



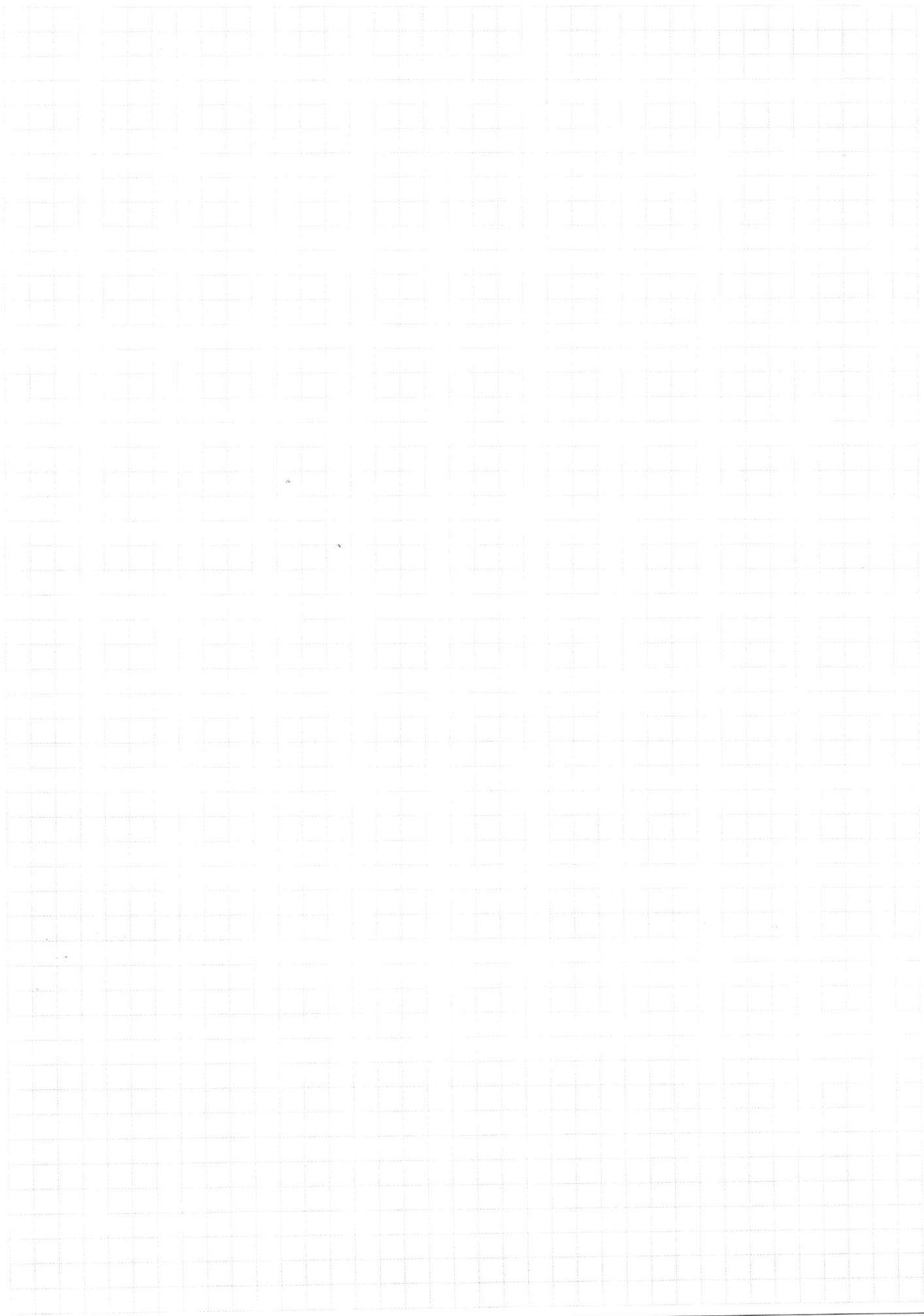
$$H = v_0 T - \frac{g T^2}{2}$$

и т.к. конечная скорость = 0

$$H = g T^2 - \frac{g T^2}{2} =$$

$$v_0 = g T$$

$$= \frac{g T^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 с учётом последних изменений в условии

$$2) \tau = \tau_{\text{старое}} - t_{\text{старое}} = \tau_{\text{старое}} - \text{время}$$

$$= \frac{\sqrt{V^2 + V^2 + 2gH}}{g} - \frac{V + \sqrt{V^2 + 2gH}}{g}$$

падения последнего осколка, вычисленное по формуле из решения для старых условий

$$= \frac{2V}{g} = \frac{2 \cdot 60}{10} = 12 \text{ с}$$

$t_{\text{старое}}$ - время падения первого осколка.

Ответ: $H = 45 \text{ м}$
 $\tau = 12 \text{ с}$

↑
ответ для ~~старых~~ последних вариантов условий.

~~Решение~~

~~$g \tau = V$~~
 $g \tau = V$

$$g t = -V$$

$$g \tau = V$$

$$(\tau - t) = \frac{2V}{g}$$