

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

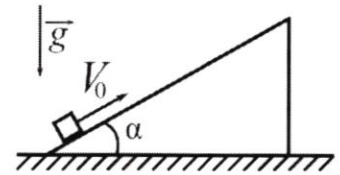
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

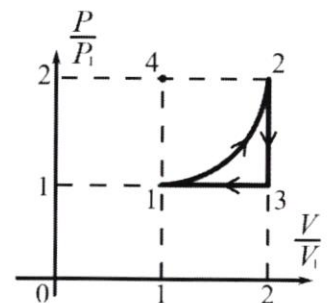
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

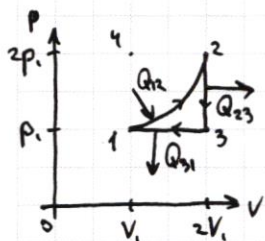
2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

Перестроим график $\frac{P}{P_1}(\frac{V}{V_1})$ в график $\frac{P}{P_1}(V)$



1) В начале пути газ одноатомный $\Rightarrow i=3$

- 1-2 - расширение газа
- 2-3 - изохорное охлаждение
- 3-1 - изобарное сжатие

$$\Rightarrow Q_{расшир} = Q_{12}$$

$$\text{I начало пути: } Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$$

A_{12} численно равна площади под участком 1-2 графика $p(V)$:

$$A_{12} = 2p_1V_1 - \frac{1}{4}\pi p_1V_1 = p_1V_1(2 - \frac{\pi}{4})$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \cdot 1,5 \cdot 4p_1V_1 - 1,5 p_1V_1 = 4,5 p_1V_1$$

$$Q_{расшир} = p_1V_1(2 - \frac{\pi}{4}) + 4,5 p_1V_1 = p_1V_1(6,5 - \frac{\pi}{4})$$

$$2) \begin{cases} A = A_{12} + A_{23} + A_{31} \\ A_{23} = 0 \\ A_{31} = -\frac{1}{2} p_1V_1 \end{cases}$$

$$A = \cancel{p_1V_1(2 - \frac{\pi}{4})} + \frac{1}{2} p_1V_1(1 - \frac{\pi}{4})$$

$$3) \begin{cases} \eta = \frac{A}{Q_{подв}} \end{cases}$$

$$Q_{подв} = Q_{12}$$

$$\eta = \frac{p_1V_1(1 - \frac{\pi}{4})}{p_1V_1(6,5 - \frac{\pi}{4})}$$

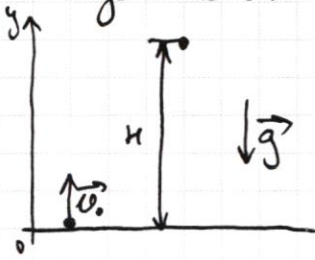
$$\eta = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{6,5 - \frac{\pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx \frac{1}{23}$$

Ответ: 1) $Q_{расшир} = p_1V_1(6,5 - \frac{\pi}{4})$

2) $A = p_1V_1(1 - \frac{\pi}{4})$

3) $\eta = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx \frac{1}{23}$

Задача 1.



$$1) \begin{cases} \text{ЗСЭ: } \frac{mv_0^2}{2} = mgh \\ \text{ay: } H = v_0 T - \frac{gT^2}{2} \\ v_0 = \frac{gT}{2} \end{cases}$$

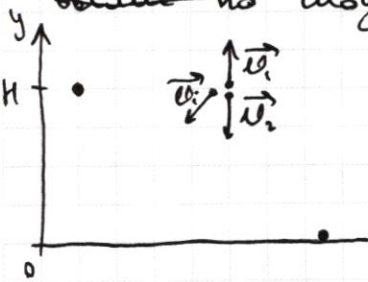
$$\text{ay: } 0 = v_0 - gT$$

$$\begin{cases} v_0 = gT \\ H = \frac{v_0^2}{2g} \end{cases}$$

$$H = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{gT^2}{2}$$

$$H = \frac{10^4 \text{ м}^2 \cdot 9 \text{ с}^2}{2} = 45 \text{ м}$$

2) ~~П.к. скорости сколков одинаковы, их можно и вычитать -~~
~~ется ЗСЭ, то их можно представить двумя сколками~~
~~одинаковой массы, летящими вверх и вниз с одинако-~~
~~выми по модулю скоростями $v_1 = v_2 = v$~~



Первым на землю упадет сколок, летящий
вниз, N - кол-во сколков

~~$$k = N \left(\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \right) = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$~~

$$\text{ay: } 0 = H - v\tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

$$\frac{g}{2} \tau^2 + \sqrt{\frac{2k}{m}} \tau - H = 0$$

$$k = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N m_i = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$D = \frac{2k}{m} + 2gH$$

$$\tau = \frac{-\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{2k}{m} + 2gH}}{g} \quad (\text{п.к. } \sqrt{\frac{2k}{m}} < \sqrt{\frac{2k}{m} + 2gH}, \text{ а } \tau > 0)$$

$$\tau = \frac{-\sqrt{2 \cdot 1800 \text{ Дж} \cdot 1 \text{ кг}^{-1}} + \sqrt{2 \cdot 1800 \text{ Дж} \cdot 1 \text{ кг}^{-1} + 2 \cdot 10^4 \text{ м}^2 \cdot 9 \text{ с}^{-2} \cdot 45 \text{ м}}}{10 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2}}$$

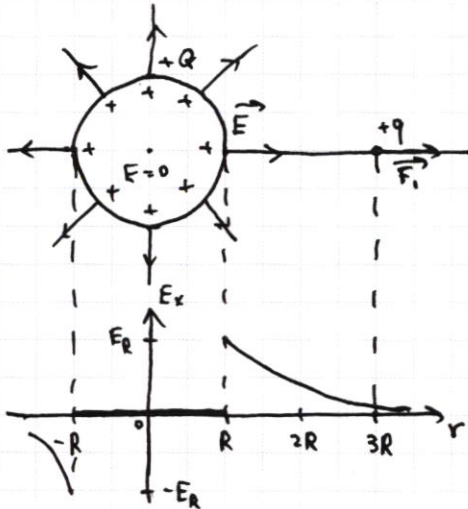
$$= \frac{-\sqrt{3600} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1} + \sqrt{3600 + 900} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}}{10 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2}} = (6 + 3\sqrt{5}) \text{ с}$$

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$

2) $\tau = (3\sqrt{5} - 6) \text{ с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача ~ 5.

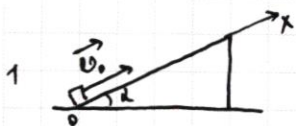


$$\left\{ \begin{array}{l} \text{м. Г.: } N = \frac{Q}{\epsilon_0} \\ E_i = \frac{N}{S_i}, \text{ где } S_i - \text{площадь концентр.} \\ \text{вообр. сферы радиуса } r = 3R \\ \text{(заряд равномерно распределён)} \\ S_i = 4\pi \cdot 9R^2 = 36\pi R^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = \frac{Q}{36\pi\epsilon_0 R^2} \\ E_i = F_i \cdot \frac{q}{Q} \\ F_i = \frac{qQ}{36\pi\epsilon_0 R^2} \end{array} \right.$$

Ответ: 1) $F_i = \frac{qQ}{36\pi\epsilon_0 R^2}$

Задача ~ 2.



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ЗСЭ: } \frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_0^2}{2} \text{ (т.к. прення кет)} \\ \text{ЗЭУ. } \cancel{v_0} = \cancel{v_0} \cdot \cancel{2 \cos \alpha} \end{array} \right.$$



$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{v_0^2}{4 \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{v_0^2 (2 \cos^2 \alpha - 1)}{4 \cos^2 \alpha} = gh$$

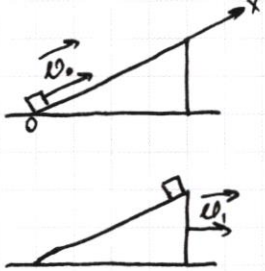
$$v_0 = 2 \cos \alpha \sqrt{\frac{gh}{2 \cos^2 \alpha - 1}}$$

$$v_0 = 1,2 \sqrt{\frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,2 \text{ м}}{1,2 - 1}} = \frac{6\sqrt{10}}{5} \text{ м/с}$$

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,2 \text{ м}} = 2 \text{ м/с}$$

2)



$$\left\{ \begin{array}{l} 3C\alpha: \text{ox: } m\omega_0 = -m\omega_2 + v \cos \alpha \cdot m \\ 3C\beta: \frac{m\omega_0^2}{2} = \frac{m\omega_2^2}{2} \\ \Rightarrow \omega_2 = \omega_0 \end{array} \right.$$

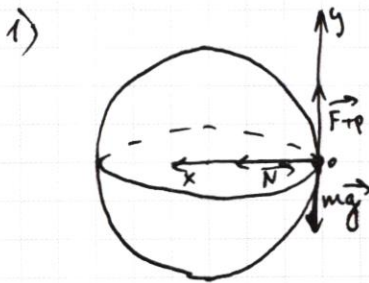
$$v = \frac{2\omega_0}{\cos \alpha}$$

$$v = \frac{2 \cdot 2 \text{ м/с}}{0,6} = \frac{40}{6} \text{ м/с} = \frac{20}{3} \text{ м/с} = 6 \frac{2}{3} \text{ м/с} \approx 6,67 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $\omega_0 = 2 \text{ м/с}$

2) $v = 6,67 \text{ м/с}$

Задача 3.



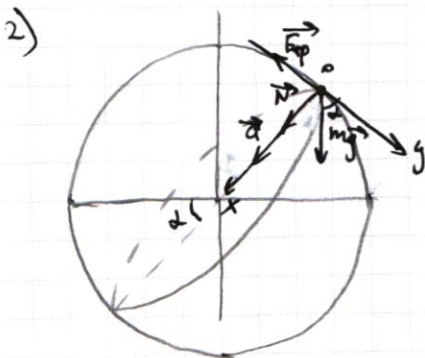
$$\text{III: } \vec{F}_{TP} + \vec{N} = -\vec{P}$$

$$P^2 = F_{TP}^2 + N^2$$

$$\text{II: } m\vec{a} = \vec{N} + \vec{F}_{TP} + m\vec{g}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = 2mg \\ \text{ox: } ma = N \\ \text{oy: } F_{TP} = mg \\ N = \sqrt{P^2 - F_{TP}^2} \end{array} \right.$$

$$a = \frac{\sqrt{4m^2g^2 - m^2g^2}}{m} = \sqrt{3}g$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{II: } m\vec{a} = \vec{F}_{TP} + m\vec{g} + \vec{N} \\ \text{ox: } ma = N + mg \sin \alpha \\ \text{oy: } F_{TP} = mg \cos \alpha \\ F_{TP} = \mu N \\ a = \frac{\omega^2 R}{\mu} \end{array} \right.$$

$$\frac{m\omega^2 R}{\mu} = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha$$

$$\omega = \sqrt{\frac{Rg}{\mu} (\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

$$\omega = \sqrt{1 \text{ м} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{0,8} + 1 \right)} = \sqrt{5\sqrt{2} \cdot \left(\frac{10+8}{8} \right)} \text{ м/с} = \sqrt{5\sqrt{2} \cdot \frac{9}{4}} \text{ м/с} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}} \text{ м/с}$$

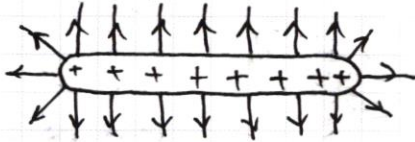
Ответ: 1) $a = g\sqrt{3}$

2) $\omega_{\min} = 1,5 \sqrt{5\sqrt{2}} \text{ м/с}$

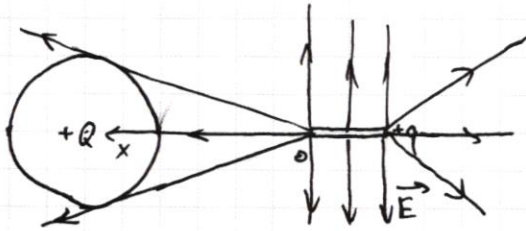
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача ~ 5.

2) Рассмотрим поле стержня:



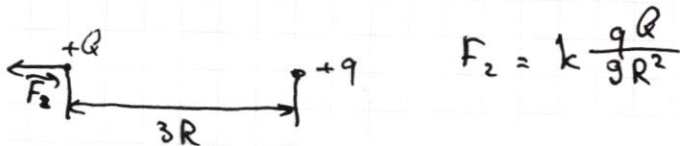
=> ~~мы~~ рассмотрим влияние данного поля на сферу:



\vec{F}_i направлена по кас. к ΔS_i

$$\Rightarrow \forall \sum \vec{F}_i = \vec{F}_2 \uparrow \uparrow OX$$

=> можно считать вз. стержня и сферы как вз. двух точечных источников:



$$F_2 = k \frac{qQ}{9R^2}$$

Ответ: 2) $F_2 = k \frac{qQ}{9R^2}$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{m \cdot \omega^2}{2}$
 $\frac{m \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot \omega^2}{2} = K$
 $\frac{m \omega^2}{2} = K$
 $\omega = \sqrt{\frac{2K}{m}}$
 $2 \cdot 10 = 45 = 900$

$0 = H - \omega r - \frac{g r^2}{2}$
 $\frac{g r^2}{2} + \omega r - H = 0$
 $\frac{g}{2} r^2 + \sqrt{\frac{2K}{m}} r - H = 0$
 $D = \frac{2K}{m} + 2gH$
 $r = \frac{-\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{\frac{2K}{m} + 2gH}}{g}$
 $r = \frac{-\sqrt{3600} + \sqrt{3600 + 900}}{10} = \frac{-60 + 10\sqrt{45}}{10} = 3\sqrt{5} - 6$

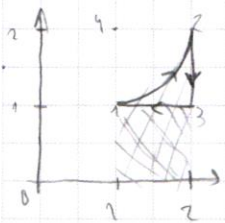
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$N \frac{m\omega^2}{2} = k$ $mgH = \frac{m\omega^2}{2}$ $2gl = \omega_0^2$ $v_0 = gT$
 $H = \frac{\omega_0^2}{2g} = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10^4 \cdot 2 \cdot 9c^2}{2} = 45m$

$Q = A + \Delta U$ $A_1 = 2pV - \frac{\pi}{4} pV = pV(2 - \frac{\pi}{4})$ $\Delta U = \frac{3}{2}(4pV - pV) = \frac{9}{2} pV$



$Q = pV(6,5 - \frac{\pi}{4})$ $A = A_1 + A_2 = pV(1 - \frac{\pi}{4})$
 $A_2 = -pV$

$\eta = 1 + \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = \frac{A}{Q_{in}} = \frac{pV(1 - \frac{\pi}{4})}{pV(6,5 - \frac{\pi}{4})} = 1 - \frac{5,5pV}{pV(6,5 - \frac{\pi}{4})} = \frac{6,5 - \frac{\pi}{4} - 5,5}{6,5 - \frac{\pi}{4}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{6,5 - \frac{\pi}{4}}$



$$\begin{array}{r} \times 110 \\ 110 \\ \hline 12100 \\ 11881 \end{array}$$

$N = \frac{Q}{\epsilon_0}$
 $E = \frac{N}{S} = \frac{N}{4\pi R^2}$

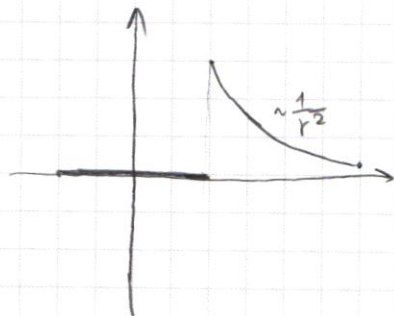
$$\begin{array}{r} \times 45 \\ 45 \\ \hline 225 \\ + 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 45 \\ 45 \\ \hline 4000 \\ 18000 \end{array}$$

$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 9R^2} = \frac{Q}{36\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{Q}{36\pi\epsilon_0 \cdot 28100}$

$r = 3R$

$F = Eq = \frac{Qq}{36\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{1000000 \cdot 209}{180000} = \sqrt{1188100} = 10\sqrt{11881}$

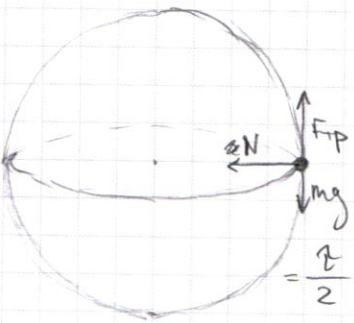


$H = 100 + x$ $(100+x)^2 = 11881$

$0 = H + v^2 - \frac{g^2}{2}$ $10000 + 200x + x^2 = 11881$

$0 = H - v^2 - \frac{g^2}{2}$ $x^2 + 200x - 1881 = 0$
 $\frac{D}{4} = 100^2 + 1881 = 11881$

$v = \frac{g^2}{2} - H = \frac{g^2}{2} - \frac{H}{2}$



$$= \frac{g^2}{2} - \frac{H}{2} + \sqrt{\frac{g^2}{4} + \frac{H^2}{4} + Hg}$$

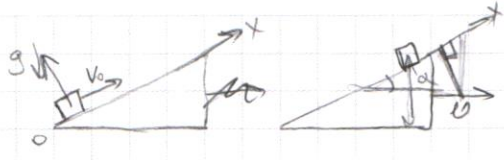
$$= \frac{g^2}{2} - 2H + \sqrt{g^2 z^4 + 4H^2 + 4z^2 Hg}$$

$$= \frac{z}{2} - \frac{H}{2g} + \sqrt{\frac{g^2 z^2}{4} + \frac{H^2}{z^2} + 2Hg}$$

$D = v^2 + 2Hg$
 $v = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2Hg}}{g}$

$= 5c - \frac{45m}{10^4 \cdot 10c} + \frac{\sqrt{100 \cdot 10^4 + 4 \cdot 45^2 + 4000 \cdot 45}}{200} = \frac{g^2}{2} - \frac{H}{2} + \sqrt{\frac{g^2}{4} + \frac{H^2}{z^2} - gH + 2Hg}$
 $= 5 - 0,45 + \frac{\sqrt{11881}}{20} \approx 5 - 0,45 + \frac{110}{20} = 5 - 0,45 + 6,5 = 5 + 6,05$

1. 1) ✓
2)
2. 1) ✓
2) ✓
3. 1) ✓
2) ✓
4. 1) ✓
2) ✓
3) ✓
5. 1) ✓
2) -



$$\frac{m v_0^2}{2} = mgh + m v^2$$

$$v^2 = \sqrt{2gh + 2v_0^2}$$

$$\frac{v}{v_0} = \cos \alpha$$

$$m v_0 = 2m \frac{v}{\cos \alpha}$$

$$v = \frac{v_0}{2 \cos \alpha}$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{4 \cos^2 \alpha} = gh$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{v_0^2}{4 \cos^2 \alpha}$$

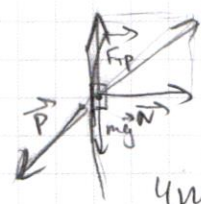
$$\frac{v_0^2 (2 \cos^2 \alpha - 1)}{4 \cos^2 \alpha} = gh$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gh \cdot 4 \cos^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha - 1}} = 2 \cos \alpha \sqrt{\frac{gh}{2 \cos^2 \alpha - 1}} = 1,2 \sqrt{\frac{10 \cdot 0,2 \text{ m}}{2 - 1}} =$$

$$= 1,2 \sqrt{10 \text{ m}^2/\text{s}^2} = \frac{6\sqrt{10}}{5} \text{ m/s}$$

$$\vec{F}_{TP} + \vec{N} = -\vec{P}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}$$



$$P = 2mg$$

$$F_{TP} = \mu N = mg$$

$$4m^2 g^2 = F_{TP}^2 + N^2$$

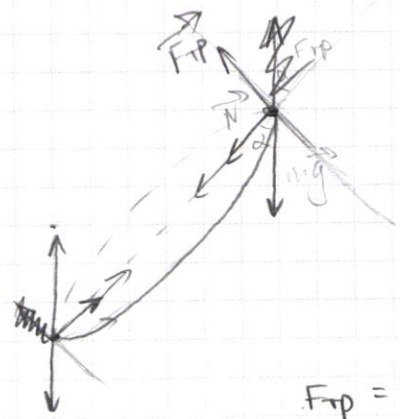
$$v_0^2 (2 - \cos^2 \alpha) = 4gh$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{4gh}{2 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2}{2 - 1,2}} = 2 \sqrt{\frac{2}{0,8}} = 2 \sqrt{\frac{20}{8}} = 2 \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$$

$$N = \frac{mg}{\mu}$$

$$a = \frac{N}{m} = \sqrt{3}g$$

$$N = mg\sqrt{3}$$



$$F_{TP} \cos \alpha = N + mg \cos \alpha$$

$$F_{TP} \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

$$N = \frac{mg}{\mu}$$

$$F_{TP} = mg \sin \alpha$$

$$ma = \frac{mg \sin \alpha}{\mu} + mg \cos \alpha = mg \cos \alpha (1 + \frac{1}{\mu})$$

$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{aR} = \sqrt{g \cos \alpha (1 + \frac{1}{\mu}) R}$$