

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

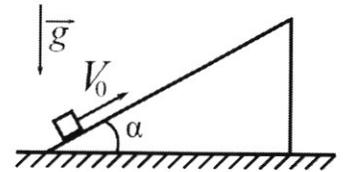
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

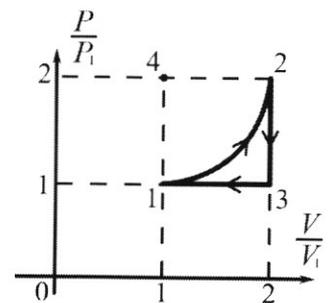
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(N1)

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 3 \text{ с}$$

$$K = 1800 \text{ Дж}$$

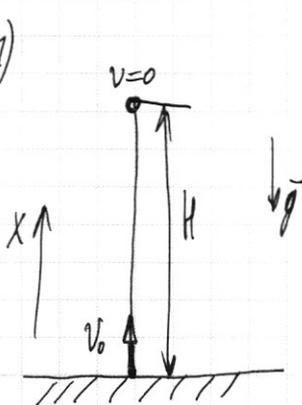
$$T = 10 \text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

1) H-?

2) T-?

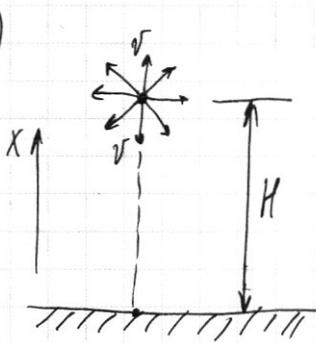
~~Кинетическая энергия
м. х. T упр. сила в
уравнении~~



Для реперверна от взрыва в проекции на OX
можно написать:

$$\begin{cases} H = v_0 T - \frac{g T^2}{2} \\ v = 0 = v_0 - g T \end{cases} \quad (a = g, \text{ т.к. работа } \\ \text{двигателя мгновенная})$$

$$H = g T^2 - \frac{g T^2}{2} = \frac{g T^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ (м)}$$



Согласно условию можно предположить, что
разу после взрыва реперверна распался
на множество осколков Δm_i , летящих
равномерно во все стороны с одинаковой
скоростью v .

Тогда кинетическая энергия одного осколка ~~м. х. T упр. сила в уравнении~~ $K_i = \frac{\Delta m_i v^2}{2}$, где v - скорость осколка

$$\sum K_i = K; \sum \Delta m_i = m \Rightarrow \sum K_i = \sum \left(\frac{\Delta m_i v^2}{2} \right) \Leftrightarrow K = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Осколки летят во все стороны. Тогда если это первым земли достигнет
осколок, летящий вертикально вниз (вертикальная составляющая скорости вниз,
влияющая на время полёта будет максимальной), а последним - летящий
вертикально вверх (верт. сот. сл-ти вверх, влияющая на вр. полёта будет макс.)

Для 1-го осколка на OX: $-H = -v T_1 - \frac{g T_1^2}{2} \Rightarrow \frac{g T^2}{2} = \sqrt{\frac{2K}{m}} T_1 + \frac{g T_1^2}{2}$

Для удобства решения данного ур-я подставим числа в СИ:

$$\frac{10 \cdot 3^2}{2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} T_1 + \frac{10 \cdot T_1^2}{2} \Leftrightarrow 5 T_1^2 + 60 T_1 - 45 = 0; T_1^2 + 12 T_1 - 9 = 0$$

$$T_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 36}}{2}; T = \frac{6\sqrt{5} - 12}{2} = 3\sqrt{5} - 6 \text{ (с)}$$

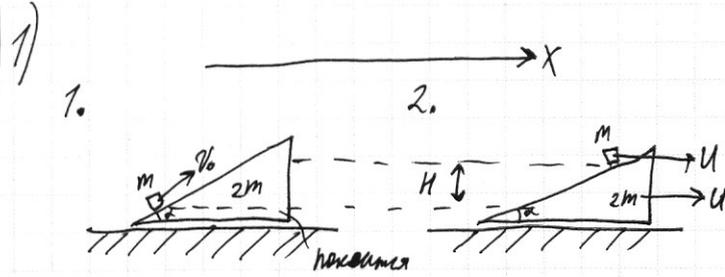
N1 (гидроэлектрик)

$$T \approx 3 \cdot 2,25 - 6 = 3 \cdot (2,25 - 2) = 3 \cdot 0,25 = 0,75 \text{ (с)}$$

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$;
 2) $T \approx 0,75 \text{ с}$
 ($T = 3\sqrt{5} - 6 \text{ (с)}$)

N2

Дано:
 $\cos \alpha = 0,6$
 $H = 0,2 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $M_{K1} = 2m$
 $M_{K2} = m$
 1) $v_0 = ?$
 2) $v = ?$



Заметим, что когда шайба достигнет высшей точки, она остановится относительно клина (т.к. вертикальная сост. скорости будет равна 0, а отклонится от клина в вершине. полет. она же может)

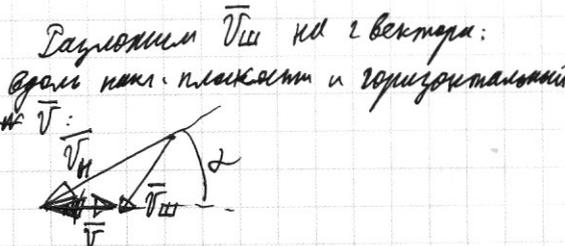
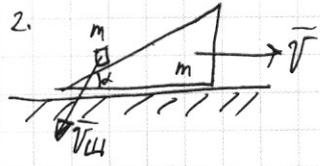
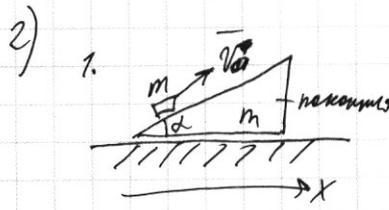
по ЗСЭ:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mU^2}{2} + \frac{2mU^2}{2} + mgH$$

$$v_0^2 = 3U^2 + 2gH \quad (1)$$

по ЗСМ (на OX): $m v_0 \cdot \cos \alpha = mU + 2mU \Leftrightarrow v_0 \cdot \cos \alpha = 3U \quad (2)$

из (1)/(2) $\Rightarrow v_0^2 = 3 \cdot \left(\frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{3}\right)^2 + 2gH \Leftrightarrow v_0^2 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{3} + 2gH \Rightarrow$
 $\Rightarrow v_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = 2gH \Rightarrow v_0^2 = \frac{2gH \cdot 3}{3 - \cos^2 \alpha}; v_0 = \sqrt{\frac{2gH \cdot 3}{3 - \cos^2 \alpha}} =$
 $= \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 3}{3 - 0,6^2}} = 2 \sqrt{\frac{3}{3 - 0,36}} = 2 \sqrt{\frac{1}{1 - 0,12}} = 2 \sqrt{\frac{100}{88}} = 20 \sqrt{\frac{1}{4,2}} = \frac{40}{\sqrt{4,2}} \approx \frac{40}{2,07} \approx 19,3$
 $\approx 8,5 \text{ (м/с)}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2}$ (продолжение)

Снова по ЗСЭ:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_{\text{ш}}^2}{2} + \frac{m v^2}{2} \Leftrightarrow v_0^2 = v_{\text{ш}}^2 + v^2 \quad (3)$$

по ЗСВ(ОХ):

$$m v_0 \cdot \cos \alpha = m (v_{\text{ш}} \cdot \cos \alpha + v) + m v$$

$$v_0 \cdot \cos \alpha = 2v - v_{\text{ш}} \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

По теореме косинусов для векторного произведения скоростей
 $\vec{v}_{\text{ш}} = \vec{v}_{\text{н}} + \vec{v}$ имеем: $v_{\text{ш}}^2 = v^2 + v_{\text{н}}^2 - 2 \cdot v \cdot v_{\text{н}} \cdot \cos \alpha \quad (5)$

$$\text{Из (3)/(5)} \Rightarrow v_0^2 = v^2 + v^2 + v_{\text{н}}^2 - 2 \cdot v \cdot v_{\text{н}} \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

$$\text{Из (4)/(6)} \Rightarrow v_0^2 = 2v^2 + \left(\frac{2v - v_0 \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha} \right)^2 - 2 \cdot v \cdot (2v - v_0 \cdot \cos \alpha)$$

$$v_0^2 = 2v^2 + \frac{4v^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{4v \cdot v_0}{\cos \alpha} + v_0^2 - 4v^2 + 2v \cdot v_0 \cdot \cos \alpha \quad | : v$$

$$0 = 2v + \frac{4v}{\cos^2 \alpha} - \frac{4v_0}{\cos \alpha} - 4v + 2v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$2v - \frac{4v}{\cos^2 \alpha} = 2v_0 \cdot \cos \alpha - \frac{4v_0}{\cos \alpha} \Rightarrow v \cdot \left(1 - \frac{2}{\cos^2 \alpha} \right) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \left(1 - \frac{2}{\cos^2 \alpha} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = v_0 \cdot \cos \alpha = 8,5 \cdot 0,6 = \frac{8,5}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{17,3}{2,5} = \frac{51}{10} = 5,1 \text{ (м/с)}$$

~~Каналы и каналы~~

Ответ: 1) $v_0 \approx 8,5 \text{ м/с}$;
2) $v \approx 5,1 \text{ м/с}$

N3

Дано:

$N = 2mg$

~~$N = 2mg$~~

$\alpha = 45^\circ$

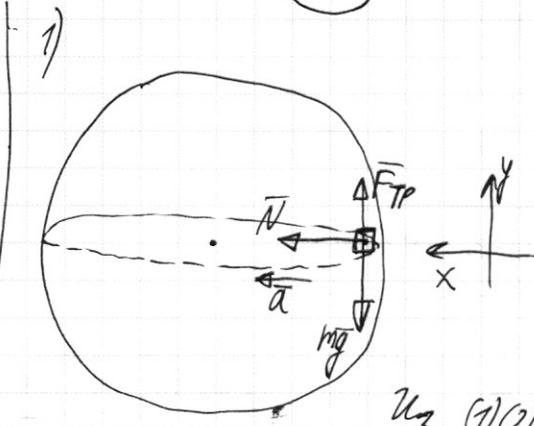
$\mu = 0,8$

$R = 1 \text{ м}$

$g = 10 \text{ м/с}^2$

1) $a = ?$

2) $V_{\min} = ?$



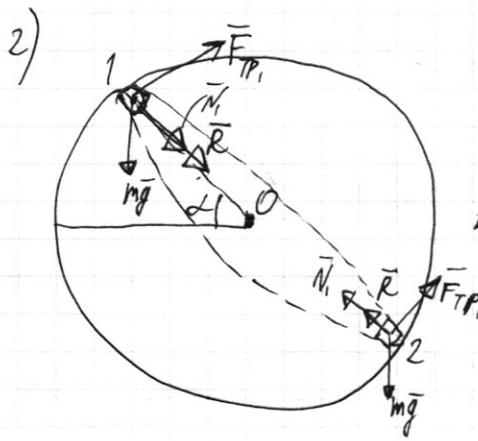
Для шарика по IIЗК. на OX:

$N = ma \text{ (OX) (1)}$

~~$N - mg = ma \text{ (OX)}$~~

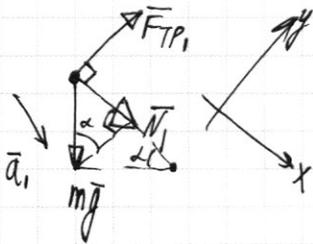
Но по условию $N = 2mg$

$2mg = ma \Rightarrow a = 2g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ м/с}^2$



Видно, что в 1 точке \vec{R} создаёт максимальное ускорение, направл. к центру сферы O. Значит и скорость минимальная скорость, необходимая для преодоления этого участка будет самой высокой из всех точек траектории.

В 1 точке и будем считать V_{\min} .



по IIЗК. на OX: $N_1 + mg \cdot \sin \alpha = ma_1$

на OY: $F_{TP1} - mg \cdot \cos \alpha = 0$

$F_{TP1} = \mu N_1$ (закон Кулона-Ампера)

$a_1 = \frac{V_{\min}^2}{R}$

$$\begin{cases} N_1 = m \left(\frac{V_{\min}^2}{R} - g \cdot \sin \alpha \right) \\ N_1 = \frac{mg \cdot \cos \alpha}{\mu} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{\min}^2}{R} - g \cdot \sin \alpha = \frac{g \cdot \cos \alpha}{\mu}$$

$$\frac{V_{\min}^2}{R} = g \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)$$

$$V_{\min} = \sqrt{gR \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0,8} \right)} = \sqrt{10 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{8} \right)} =$$

$$= \sqrt{10\sqrt{2} \cdot \left(\frac{4}{8} + \frac{5}{8} \right)} = \sqrt{10\sqrt{2} \cdot \frac{9}{8}} = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}} \approx \frac{3}{2} \sqrt{5 \cdot 1,41} =$$

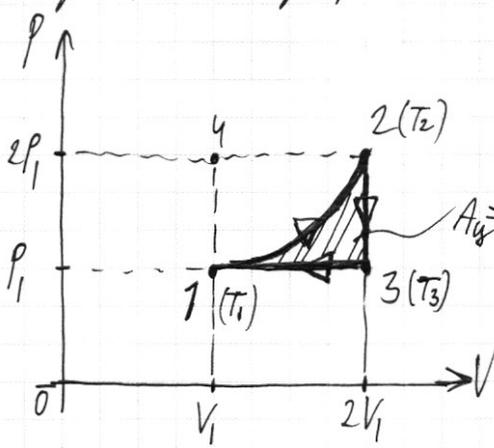
$$\approx \frac{3}{2} \cdot \sqrt{7} \approx \frac{3}{2} \cdot 2,65 \approx \frac{795}{200} \approx 3,975 \approx 4 \text{ (м/с)}$$
 Ответ: 1) $a = 20 \text{ м/с}^2$; 2) $V_{\min} \approx 4 \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Дано:
 $C_V = \frac{3}{2}R$
 P_1
 V_1
1) Q - ?
2) A - ?
3) η - ?

1) Перечертим график в координатах $P(V)$, получим:



Тогда участок 1-2 ~~является~~ ~~часть~~ ~~дуги~~ ~~Эйнштейна~~ с центром в т. ч.

Из графика видно что газ расширялся в процессе 1-2 (объём увеличивался).

Тогда по 3СЗ для 1-2:

$$Q = Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{12}$$

$$\begin{cases} \nu R T_1 = P_1 V_1 & (\text{уравн. состояния для 1}) \\ \nu R T_2 = 2P_1 \cdot 2V_1 & (\text{уравн. состояния для 2}) \end{cases}$$

$$\nu R (T_2 - T_1) = 3P_1 V_1$$

$Q = \frac{9}{2} P_1 V_1 + A_{12}$; Работу A_{12} найдём как площадь под графиком $P(V)$ на участке 1-2.

$$A_{12} = 2P_1 V_1 - \frac{1}{4} \pi P_1 V_1 = P_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$Q = \frac{9}{2} P_1 V_1 + P_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) = P_1 V_1 \left(6,5 - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{26 - \pi}{4} P_1 V_1 \approx 5,7 P_1 V_1$$

Работа A за цикл есть площадь фигуры 1231, найдём ее:

$$A = P_1 V_1 - \frac{1}{4} \pi P_1 V_1 = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{4 - \pi}{4} P_1 V_1 \approx 0,22 P_1 V_1$$

Заметим, что $Q^+ = Q_{12} = Q$ (т.к. на участке 2-3 работа = 0, температура падает; на участке 3-1 работа < 0, а температура также постоянно падает).

Тогда $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{4 - \pi}{4}}{\frac{26 - \pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx \frac{0,86}{22,86} = \frac{86}{2286} = \frac{43}{1143} \approx 0,38 \text{ (38\%)}$

N4 (продолжение)

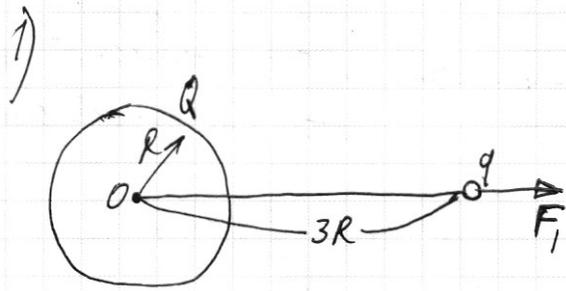
Ответ: 1) $Q = \frac{26-\pi}{4} \rho V_1 \approx 5,7 \rho V_1$

~~2) $A = \frac{4-\pi}{4} \rho V_1 \approx 0,22 \rho V_1$~~

3) $\eta = \frac{4-\pi}{26-\pi} \approx 0,38$ (38%)

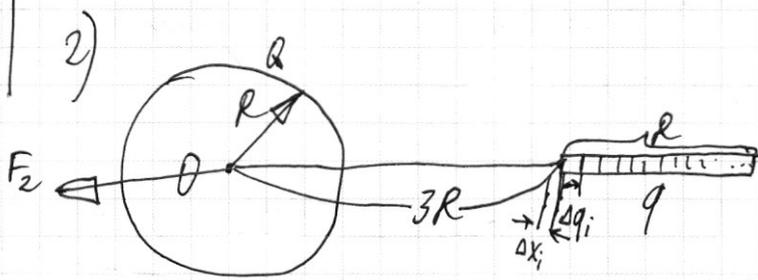
N5

- Дано:
- $Q > 0$
 - R
 - $l = 3R$
 - $q > 0$
 - 2) $l_c = R$
 - k
-
- 1) $F_1 = ?$
 - 2) $F_2 = ?$



Поэтому сфера заряжена однородно, поэтому для расчета взаимодействия F_1 можно считать, что весь её заряд сосредоточен в центре O.

Следовательно: $F_1 = k \frac{|qQ|}{(3R)^2} = k \frac{qQ}{9R^2}$



Здесь аналогично можно считать, что заряд сферы сосредоточен в её центре. Разобьём стержень на множество маленьких кусочков с зарядом dq_i , тогда на каждый из них будет действовать кулоновская сила:

$F_i = k \frac{Q \cdot dq_i}{(3R+x_i)^2}$, где x_i — расстояние от левого края стержня до dq_i

Стержень связывает все маленькие кусочки dq_i , поэтому

$\sum F_i = F_2$ — сила, действующая на стержень со стороны сферы.

$$\text{Итого } F_2 = \sum k \frac{q q_i}{(3R+x_i)^2} = k q \cdot \sum \frac{q_i}{(3R+x_i)^2} = k q \cdot \frac{\sum q_i}{(3R+x_{\text{cm}})^2 - (3R+x_{\text{max}})^2} = k q \cdot \frac{q}{(3R+x_{\text{cm}})^2 - (3R+x_{\text{max}})^2}$$

N5 (интегралное)

Величина заряда не меняется

$$\frac{k q q}{(3R+R)^2 - (3R+0)^2} = \frac{k q q}{(4R)^2 - (3R)^2} = \frac{k q q}{(16-9) \cdot R^2} = \frac{k q q}{7R^2}$$

$$= k \cdot q \cdot q \cdot \sum \frac{1}{(3R+x_i)^2} = k q q \cdot \left(\frac{1}{(3R+x_{\text{max}})^2} - \frac{1}{(3R+x_{\text{min}})^2} \right) = k q q \cdot \left(\frac{1}{(3R+R)^2} - \frac{1}{(3R)^2} \right)$$

$$= k q q \cdot \left(\frac{1}{16R^2} - \frac{1}{9R^2} \right) = k q q \cdot \frac{9-16}{144R^2} = -\frac{7}{144} k q q$$

$$= k \cdot q \cdot q \cdot \frac{1}{\sum (3R+x_i)^2} = \frac{k q q}{(3R+x_{\text{cm}})^2 - (3R+x_{\text{max}})^2} = \frac{k q q}{(4R)^2 - (3R)^2} = \frac{k q q}{(3R+R)^2 - (3R+0)^2} = \frac{k q q}{7R^2}$$

Ответ: 1) $F_1 = k \frac{qQ}{9R^2}$
 2) $F_2 = k \frac{qQ}{7R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{(x+ax)^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - (x+ax)^2}{x^2(x+ax)^2} = \frac{x^2 - x^2 - 2xax - ax^2}{x^2(x+ax)^2} = \frac{-2xax - ax^2}{x^2(x+ax)^2} = -\frac{2xax}{x^2(x^2+2xax)} = -\frac{2xax}{x^2(x^2+2xax)}$$

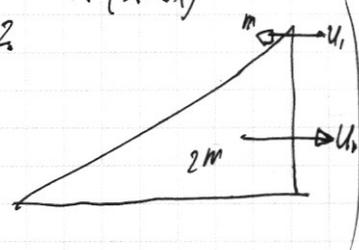
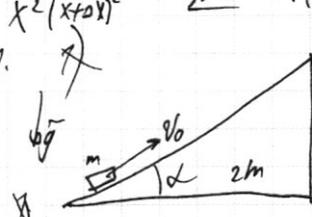
$$144 + 36 = 180$$

$$3 \cdot 9 = 27$$

$$5 \cdot 3 \cdot 3 = 45$$

$$\frac{16}{144}$$

$$3CJ: \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mU^2}{2} +$$



1) через какое вр. после вырыва 1-й в осколков упадет на землю

2) $m_k = m_{ш}$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 265 \\ \times 3 \\ \hline 795 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7950 \\ - 7950 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 27 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 729 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43000 \\ - 3429 \\ \hline 8710 \\ - 8001 \\ \hline 709 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 225 \\ \hline 1125 \\ 450 \\ \hline 50625 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{16}$$

$$1 - 0,12$$

$$100 - 12 = 88$$

$$\frac{986}{4} = \frac{943}{2}$$

$$43 \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ \times 5 \\ \hline 705 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ - 376 \\ \hline 240 \\ - 235 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{10}{8} = \frac{5\sqrt{2}}{8}$$

$$\frac{986}{4} = \frac{943}{2} = 471,5$$

$$11,4 \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ \times 141 \\ \hline 141 \\ 564 \\ \hline 19881 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 323 \\ 265 \\ \times 265 \\ \hline 1590 \\ 7590 \\ \hline 8535 \end{array}$$

$$\frac{26 - 3,14}{4} = \frac{22,86}{4} = \frac{11,43}{2} = 5,715$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

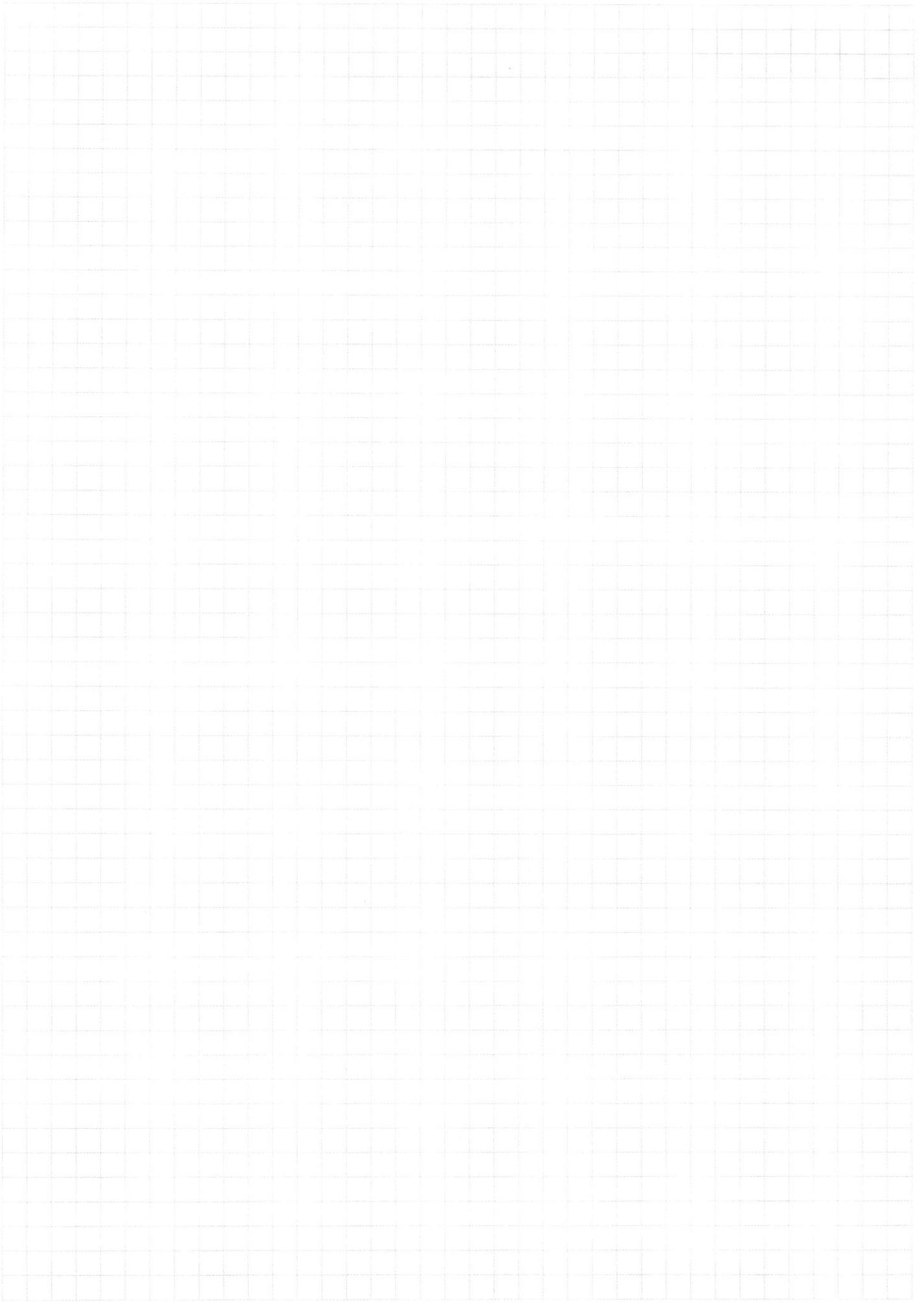
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)