

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

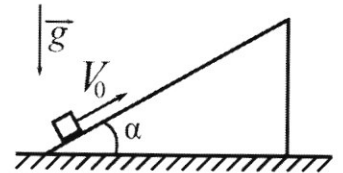
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

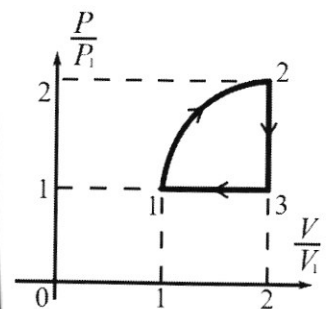
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ИИ

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$H = 65 \text{ м}$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

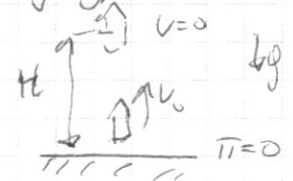
$$V_0 = ?$$

$$K = ?$$

Запишем 3-е сокращение энергии для 2 случаев: начального положения и момента взрыва

$$\frac{m}{2} V_0^2 = m g H \Rightarrow V_0 = \sqrt{2 g H}$$

$$V_0 = \sqrt{1300} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{1786} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



После разрыва скорость осколков одинакова по модулю V и ~~направление~~ V может очевидно, что больше всего порох на землю будет осколков, летящих вертикально вверх. Т.е. он будет самым большим

поэтому запишем 3-е уравнение y \uparrow V g
осколков в момент взрыва

$$y: y = H + Vt - \frac{g t^2}{2}$$

в момент взрыва $y = 0$, $t = t$

$$0 = H + Vt - \frac{g t^2}{2} \Rightarrow V = \frac{g t}{2} - \frac{H}{t} =$$

$$= \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10 \text{ с}}{2} - \frac{65 \text{ м}}{10 \text{ с}} = 43,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

поэтому $K = \sum_{i=1}^n \frac{m_i V_i^2}{2} = \frac{m V^2}{2}$, n -кол-во осколков.

$$K = \frac{2 \text{ кг}}{2} \left(43,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 = 43,5^2 \text{ Дж} =$$

$$= 1892,25 \text{ Дж}$$

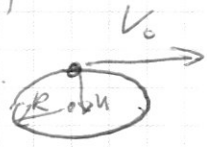
Ответ: $36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $1892,25 \text{ Дж}$.

№ 3.

$\mu = 0,9$
 $V_0 = 3,4 \frac{m}{c}$
 $R = 1,2 m$
 $g = 10 \frac{m}{c^2}$
 $m = 0,4 kg$
 $\alpha = \frac{\pi}{6}$

1) В первой ситуации машина движется в горизонтальной плоскости, ее проекция силы тяжести нулевая.

На машину действует только Q -сила полки и реакция опоры R (по 3-му закону).
 В проекции на ось x действует только сила N -силы нормальной реакции опоры по 3-му закону.



$n = m a_n = N$

$a_n = \frac{V_0^2}{R}$ из кинематики вр. движения.

$N = m \frac{V_0^2}{R}$

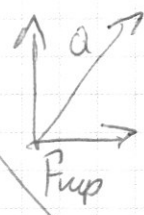
$Q = \sqrt{F_{гир}^2 + N^2} \approx; F_{гир} = \mu N$

поэтому $Q = N \sqrt{1 + \mu^2} =$

$= m \frac{V_0^2}{R} \sqrt{1 + \mu^2}$

$Q = 0,4 kg \cdot \frac{(3,4 \frac{m}{c})^2}{1,2 m} \sqrt{1 + 0,9^2} = M \cdot \frac{3,4^2}{3} \sqrt{1,81} =$

$= M \cdot 3,4^2 \frac{\sqrt{1,81}}{g} \approx 3,4^2 \sqrt{0,2}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$V_0 = 2 \frac{M}{e}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$g = 10 \frac{M}{e^2}$$

$M = ?$

$V = ?$

Пусть масса кинки и
шайбы m

Пусть R - расстояние
шайбы от поверхности
конца кинки, тогда

$$h = R \sin \alpha$$

максимальная высота H достигается при
максимальном R , тогда $\dot{R} = 0$, т.е.

$V_{0\text{кин}} = 0$ ($V_{0\text{кин}}$ - скорость шайбы относительно
кинки).

Кинка и шайба движутся как
единое целое со скоростью u .

тогда запишем 3-й сопр. импульса

по Ox , т.к. 1-й сопр. импульсу шайбы + кинка,
т.к. ~~записали~~ $\sum P_x = 0$.

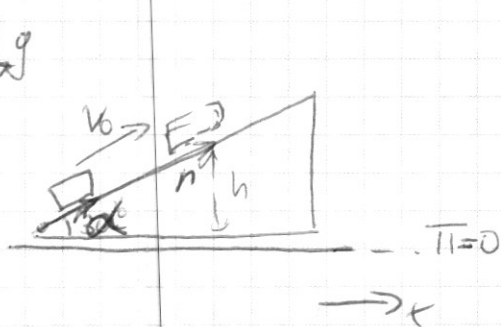
$$-mV_0 \cos \alpha + 2mu = 0 \Rightarrow u = \frac{V_0 \cos \alpha}{2}$$

Запишем 3-й сопр. энергии на шайбу
(кинка + шайба).

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgH + \frac{2mu^2}{2} \Rightarrow H = \frac{V_0^2 - 2u^2}{2g}$$

$$H = \frac{V_0^2 - \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{2}}{2g} = \frac{V_0^2}{2g} \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}\right) = \frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin^2 \alpha}{2}\right)$$

$$= \frac{V_0^2 (1 + \sin^2 \alpha)}{4g} = \frac{4 \left(\frac{M}{e}\right)^2 (1 + \frac{1}{4})}{4 \cdot 10 \frac{M}{e^2}} = \frac{1}{8} M = 0,125 M$$



Для второй ситуации:

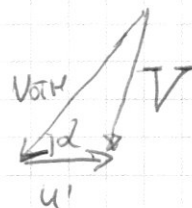
Заменим з-н сохр энергии
(мк и майбу + кини)

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mu'^2}{2} \Leftrightarrow V_0^2 = V^2 + u'^2 \quad (1)$$

И з-н сохранения скорости

получим:

$$V^2 = V_{отн}^2 + u'^2 - 2V_{отн}u' \cos \alpha \quad (2)$$



Заменим з-н сохранения энергии используя координаты системы майбу + кини) по о. х. $\sum \vec{F}_x = 0$.

$$mu' + m(u' - V_{отн} \cos \alpha) - mV_0 \cos \alpha = 0.$$

$$2u' = \cos \alpha (V_0 + V_{отн}) \Leftrightarrow u' = \frac{V_0 + V_{отн}}{2} \cos \alpha \quad (3)$$

Из (1), (2), (3) получим:

$$V_0^2 = V_{отн}^2 + 2 \left(\frac{V_0 + V_{отн}}{2} \right)^2 \cos^2 \alpha - 2V_{отн} \cos \alpha \frac{V_0 + V_{отн}}{2} \cos \alpha$$

$$V_0^2 = V_{отн}^2 + \frac{V_0^2 + 2V_0V_{отн} + V_{отн}^2}{2} \cos^2 \alpha - V_{отн} \cos^2 \alpha - V_0V_{отн} \cos^2 \alpha$$

$$V_0^2 = V_{отн}^2 + \frac{V_0^2}{2} \cos^2 \alpha - \frac{V_{отн}^2}{2} \cos^2 \alpha$$

$$V_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2} \right) = V_{отн}^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2} \right) \quad \cos^2 \alpha \neq 2$$

поэтому $V_0 = V_{отн}$, тогда $u' = V_0 \cos \alpha$.

$$V^2 = V_0^2 + V_0^2 \cos^2 \alpha - 2V_0V_0 \cos^2 \alpha = V_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$V_0 = V_0 \sin \alpha = 2 \frac{u'}{c} \cdot \frac{1}{2} = 1 \frac{u'}{c}$$

Ответ: $0,125 \text{ м}; 1 \frac{u'}{c}$.

На участках 2 → и 3 → 1 ток не обтекает,

значит $\eta = \frac{R}{Q}$

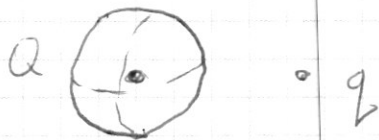
$$\eta = \frac{RT_1 \frac{\pi}{4}}{\frac{22+\pi}{4} RT_1} = \frac{\pi}{22+\pi} \approx 0,12$$

$$\eta = 12\%$$

Ответ: $0,34 RT_1$; $0,34 RT_1$; 12% .

~ 5

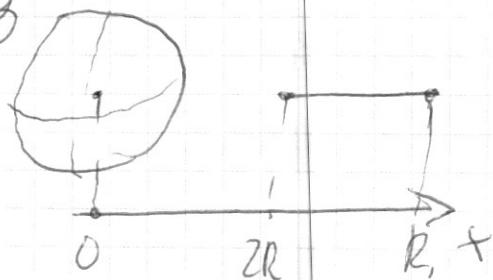
Q, q | 1) Поле равномерно заряженной сферы, вне
 $F_1 = ?$ | совпадает с полем точечного заряда Q в центре сферы
 $F_2 = ?$ | заряду q в центре сферы
 тогда сила $F_1 = \frac{kQq}{(2R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$



2) Разобьем сферу на малые частицы dx , заряд которых $dq = \frac{dx}{4\pi R^2} Q$ и можно считать точечным

Используя закон Кулона и принцип суперпозиции, найдем силу действия на заряд q . Заметим, что сила действия выходящая на заряд dx равна $dF = \frac{kQq}{r^2}$

$$dF = \frac{kQq}{r^2} = \frac{kQq}{R} \cdot \frac{dx}{4\pi R^2}$$



тогда суммарная сила действующая на заряд q $F = \int dF$

$$F = \int_{2R}^{3R} \frac{kQq}{R} \frac{dx}{4\pi R^2} = \frac{kQq}{R} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ: $\frac{kQq}{4R^2}$; $\frac{kQq}{6R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

R, T_1
 $d = 1 \text{ мм}$
а. ?
б. ?
в. ?

Изобразите данный процесс в стандартных координатах P, V (не нормированных)

Участок 1-3 - перейдет в изобору, т.к. $P = \text{const} = P_1$
2-3 - перейдет в изохору, т.к. $V = \text{const} = 2V_1$
(четверть эллипса)

Участок 1-2 перейдет в эллипс (ввиду равенства по ординате и абсциссе), с полуосью P_1 и V_1 .

1-е кольцо Термодинамики
для 1-2:

$$Q = \Delta U_{12} + A_{12}$$

Работа A_{12} будет найдена как площадь под кривой

$$A_{12} = +S = \frac{\pi P_1 V_1}{4} + P_1 V_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

ур-е Менделеева - Клапейрона для состояний 1 и 2

$$P_1 V_1 = \nu R T_1 \quad ; \quad 2P_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2$$

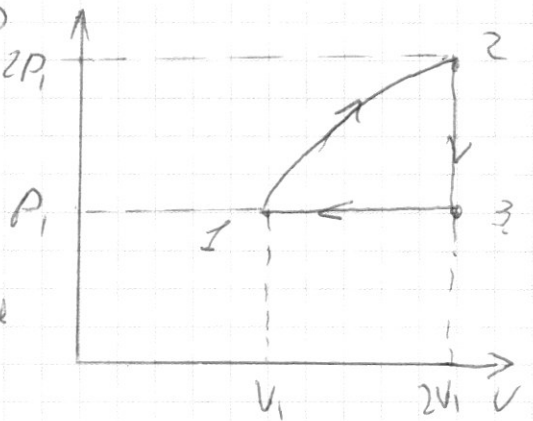
$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) = \frac{3}{2} (4P_1 V_1 - P_1 V_1) = \frac{9}{2} P_1 V_1 = \frac{9}{2} P_1 V_1$$

$$Q = \frac{9}{2} P_1 V_1 + P_1 V_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) = P_1 V_1 \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \nu R T_1 \left(\frac{22 + \pi}{4}\right)$$

т.к. $d = 1 \text{ мм}$, $Q = R T_1 \left(\frac{22 + \pi}{4}\right) \approx 6,34 R T_1$

Работа A цикла будет вычислена как площадь внутри цикла, тогда $A = S_{\text{цикл}} = \frac{P_1 V_1 \pi}{4}$

$$A = \nu R T_1 \frac{\pi}{4}, \text{ т.к. } d = 1 \text{ мм, то } A = \frac{\pi}{4} R T_1 \approx 0,785 R T_1$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v_0 = 3,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $m = 0,4 \text{ кг}$
 $R = 1,2 \text{ м}$
 $\mu = 0,9$
 $\varphi = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $P = ?$
 $v_{\text{мин}} = ?$

1) Космическая скорость Q -сила полей
редукции овра

$$\vec{Q} = + \left(\vec{F}_{\text{гравитационная}} + \vec{F}_{\text{центробежная}} + \vec{N} \right)$$

$$P = Q = \sqrt{F_{\text{гравитационная}}^2 + F_{\text{центробежная}}^2 + N^2}$$

$$F_{\text{гравитационная}} = \mu N$$

$$F_{\text{гравитационная}} = \mu g, \text{ т.к. } F_x = 0.$$

2-й и 3-й Ньютона:

$$N: \text{тан} = \mu$$

из кинематич. вр. движение

$$a_n = \frac{v_0^2}{R}, \text{ тогда } N = m \frac{v_0^2}{R}, \text{ тогда } F_{\text{гравитационная}} = \mu N = \mu m \frac{v_0^2}{R}$$

$$P = \sqrt{(1+\mu^2) \frac{m^2 v_0^4}{R^2} + m^2 g^2} = m \sqrt{\frac{v_0^4}{R^2} (1+\mu^2) + g^2} =$$

$$= 0,4 \text{ кг} \sqrt{\frac{3,4^4}{1,2^2} (1,81) + 10^2} =$$

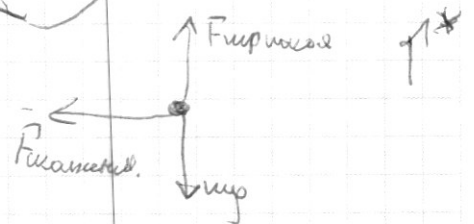
$$= 0,4 \text{ кг} \sqrt{334} \quad N = \sqrt{92,74 \text{ Н}} = 9,5 \text{ Н}$$

2) Вращательный момент на ленту
действ. выест только сила μg
в точке. (в плоскости движения).

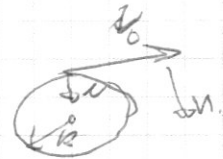
тогда 2-й и 3-й Ньютона:

$$N = \text{тан} = \mu \mu g \sin \alpha \Rightarrow a_n = g \sin^2 \alpha \Rightarrow a_n = \frac{v_{\text{мин}}^2}{R}$$

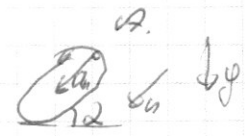
$$v_{\text{мин}} = \sqrt{g R \sin^2 \alpha} = \sqrt{6} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



N -сила
нормальной
редукции овра



$$= \mu m \frac{v_0^2}{R}$$



Важнейшее утверждение для задачи.

Есть заряженная равномерно заряженная сфера радиуса R

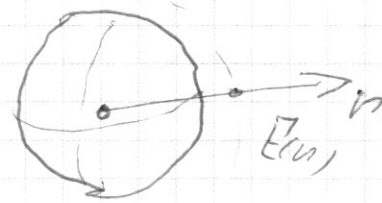
Заряд сферы q

$R < r$ рассмотрим точку поверхности ^{пот} ^{у центра} ^{сферы}

Поле сферы радиально во всю сферическую симметрию.

Пусть радиусом поверхности будет

сфера радиусом r и центром в точке центра исходной сферы.



тогда по теореме Гаусса $q_0 = 4\pi r^2 E$, но также $q_0 = 4\pi r^2 \cdot E(r)$, тогда

$$\underline{E(r) = \frac{4\pi q}{r^2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

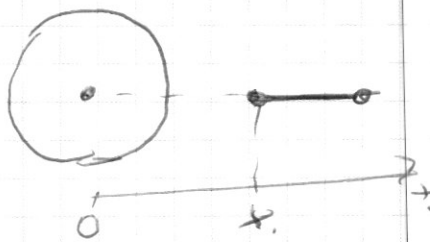
$$E(x) = \frac{kQ}{x^2}$$

$$dF(x) = \frac{kQ}{x^2} dq =$$

$$= \frac{kQ}{x^2} \frac{dx}{R} q =$$

$$= \frac{kqQ}{3R} \frac{dx}{x^2}$$

$$F = \int \frac{kqQ}{R} \frac{dx}{x^2} = \frac{kqQ}{R} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{kqQ}{R^2 \cdot 6}$$



$$Q = \Delta U + U_2^q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + p_1 V_1 + \frac{p_1 V_1 \pi}{4} = p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$= \frac{9}{2} p_1 V_1 + p_1 V_1 + \frac{p_1 V_1 \pi}{4} = \left(\frac{9}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \nu R T_1$$

$$\eta =$$

$$900 + 49 + 60 \cdot 4 = 1320 + 49 = 1369$$

$$\frac{3,4^4}{1,2^2} (1,81) = \frac{13,72}{1,2^2} (1,81) = (11,4)^2 (1,81)^{\frac{1}{2}}$$

$$11,4^2 =$$

$$= 10000 + 196 + 200 \cdot 14 =$$

$$= 2800 + 10000 + 196 \sim 20$$

$$= 13000 + 240$$

$$\begin{array}{r} 13,4 \\ 12 \overline{) 17,4} \\ \underline{14} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 2 \end{array}$$

$$334 \cdot 916$$

$$\begin{array}{r} \times 334 \\ 16 \\ \hline 1934 \\ 334 \\ \hline 4874 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 104 \\ \hline 13 \\ \hline 234 \end{array}$$

$$234000$$

$$42,4$$



$$4,2$$

$$= 280$$

$$48 \cdot 4800 + 4 + 440 \cdot 2 = 3$$

$$1080$$

$$4,6 = 490 + 36 + 820$$

$$4,8 = 4800 + 64 + 1120$$

$$= 32 \cdot 64$$

$$4,8 = 16 + 0,64 + 2 \cdot 4 \cdot 0,8 =$$

$$2,4 = 4 + 0,48 + 4 \cdot 0,2 = 3 \cdot 38$$

$$2,5 =$$

$$2,4 = 2 + 0,16 +$$

$$+ 0,8 \cdot 2 = 1,6$$

$$= 5,46$$

$$\begin{array}{r} 596 \overline{) 24} \\ \underline{48} \\ 116 \end{array}$$

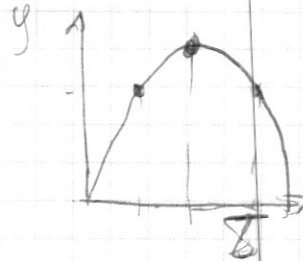
$$2,42 \quad 2,43$$

$$\sqrt{912} = \sqrt{12} =$$

$$= 2\sqrt{3} = 1,7 \cdot 2 = 3,4$$

$$V_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{130 \cdot 10} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13} \approx 10 \cdot 3,6 = 36 \frac{m}{s}$$

$$V_0 = \sqrt{gl} = 100$$

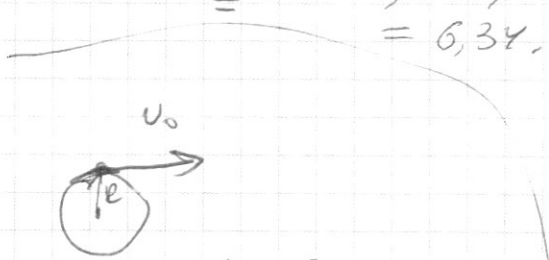


$13,4$
 $+ 13,4$
 $9,39$
 411
 $13,4$
 $184,69$
 $11^2 = 121$
 $11 = 2\sqrt{3} = 1,4 \cdot 2 = 3,4$
 $3,5$
 $12,25$
 $9,6 =$
 $90 =$
 $= 900 +$
 $+ 36 +$
 $+ 606 =$
 $= 1260 +$
 $= 1788$

$$V\sqrt{g} - \frac{gV^2}{2} + H = 0$$

$$V = \frac{gV^2}{2} - \frac{H}{g} = 50 - 0,5 = 49,5 \frac{m}{s}$$

$$49,5^2 = 49 - 49,25 = 5,5 = 0,84 = 6,34$$



$$N = m\omega^2 R = 0,4 \cdot \frac{3,4^2}{1,2}$$

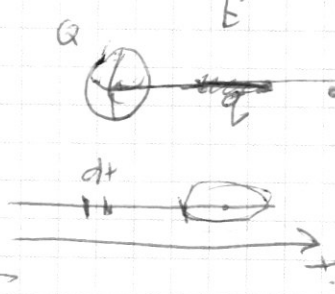
$$P = \sqrt{(\mu^2 + 1)} V = 0,4 \cdot \frac{3,4^2}{1,2} \sqrt{1 + 0,4^2} = 1,581$$

$$mg \sin \alpha = m \frac{V_{min}^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{min} = \sqrt{gR \sin \alpha} = \sqrt{12 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{6}$$

$$\frac{dx}{R} q = \frac{1,64}{2} = 0,84$$

31400
 $- 2514$
 $- 6280$
 $\hline 12$
 2514
 2514



314
 $25,14$
 314
 $\hline 2514$

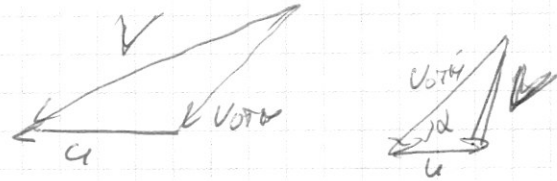
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_{0\text{TH}} \cos \alpha + u$$

$$m v_{kx} + m v_{0kx} = 0$$

$$V = v_k$$

$$m \frac{v_0^2}{2} = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \frac{v_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = \sqrt{14}$$



$$m v_{kx} + m v_{kx} - m v_0 \cos \alpha = 0$$

$$v_0^2 = v^2 + u^2$$

$$m(u + (u - V_{0\text{TH}} \cos \alpha)) - m v_0 \cos \alpha = 0$$

$$\frac{2u}{\cos \alpha} = v_0 + V_{0\text{TH}}$$

$$m u + (m(u - V_{0\text{TH}} \cos \alpha)) - m v_0 \cos \alpha = 0$$

$$v = (V_{0\text{TH}} \sin \alpha)^2 + \dots$$

$$\frac{2u}{\cos \alpha} = v_0 + V_{0\text{TH}}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 43 \\ \hline 132 \\ 176 \\ \hline 1892 \end{array}$$

$$\begin{cases} \frac{2u}{\cos \alpha} = v_0 + V_{0\text{TH}} \\ v_0^2 = v^2 + u^2 \\ v^2 = v_0^2 + u^2 - 2u v_0 \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = v_0^2 + 2 \left(\frac{v_0 + V_{0\text{TH}}}{2} \cos \alpha \right)^2 - 2 v_0 \cos \alpha \frac{v_0 + V_{0\text{TH}}}{2} \cos \alpha$$