

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

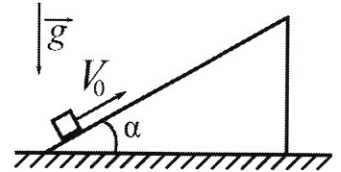
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разбивается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с. $\tau_2 = \tau_1$

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

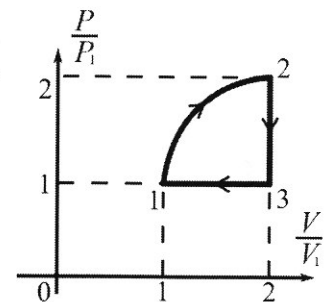
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 — дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

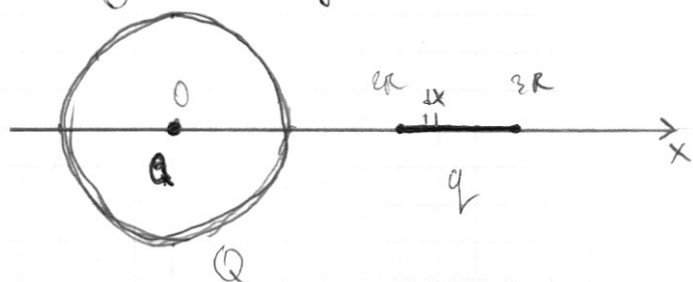
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5

- 1) Сфера \otimes вне себя генерирует поле, ^{похожее} ~~аналогичное~~ точечному заряду, расположенному в её центре, заряд которого равен ~~к~~ заряду самой сферы
- \otimes заряженная так, что заряд равномерно распределён по сфере
- 2) Т.к. точечный заряд находится вне сферы, то сила взаимодействия такая же, как у 1) зарядов Q и q на расстоянии $2R$

$$3) F_0 = \frac{k \cdot Q \cdot q}{(2R)^2} = \frac{kqQ}{4R^2}$$

- 4) Стержень тоже вне сферы \Rightarrow F_0 - е такое же, как у 1) зарядов и стержня



- 5) Распределение заряда по стержню $\sigma(x) = \frac{q}{R}$ (линейная)

- 6) По принципу суперпозиции F_0 - е зарядов и стержня такое же, как сумма F_0 - е маленьких кусочков стержня dx , заряд которых $dq = \sigma dx$

Продолжение см. на стр. 2.

Проговорившем условии $N=5$

4) по закону Кулона мале dq -е $dF = \frac{k \cdot Q \cdot dq}{x^2} = \frac{kQ q(x) dx}{x^2}$

тогда $F_0 = \int_{2R}^{3R} \frac{kQ \frac{q}{R} \cdot dx}{x^2} = -\frac{kQq}{R} \cdot \frac{1}{x} \Big|_{2R}^{3R} = \frac{kQq}{R^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{kQq}{6R^2}$

Ответ:

1) $F = \frac{kQq}{4R^2}$

2) $F = \frac{kQq}{6R^2}$

Задача N:4

1) В процессе 1-2 $P_2 > P_1$, $V_2 > V_1$, но $PV = \underbrace{\nu RT}_{const}$ $T_2 > T_1 \Rightarrow Q > 0$

В процессе 2-3 $V = const$, $P_3 < P_2$, но $PV = \underbrace{\nu RT}_{const}$ $T_3 < T_2 \Rightarrow$ поглощает

В процессе 3-1 $P = const$, $V_1 < V_3$, но $PV = \underbrace{\nu RT}_{const}$ $T_1 < T_3 \Rightarrow$ поглощает

Итого $Q_{поглощ} = Q_{12}$ (поглощ тепло в процессе 1-2)

2) Работа газа за цикл равна площади в осях PV

3) $Q_{12} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$, $i=3$, $\nu=1$

$\Delta T = T_2 - T_1$

$P_1 V_1 = \nu R T_1$

$P_2 V_2 = \nu R T_2 = 4 P_1 V_1 \Big| \Rightarrow \Delta T = 4 T_1 - T_1 = 3 T_1$

$Q_{12} = \frac{9}{2} R T_1$

4) $A = S_{PV} = \frac{\pi r^2}{4} \cdot P_1 \cdot V_1 = \frac{\pi \cdot (2-1)^2}{4} \cdot P_1 \cdot V_1 = \frac{\pi P_1 V_1}{4} = \frac{\pi}{4} \nu R T_1 = \frac{\pi}{4} R T_1$

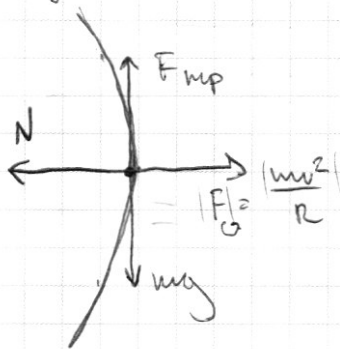
5) $\eta = \frac{A}{Q_{поглощ}} = \frac{\frac{\pi}{4} R T_1}{\frac{9}{2} R T_1} = \frac{\pi}{18}$

Ответ: 1) $Q_{пог} = \frac{9}{2} R T_1$ 2) $A = \frac{\pi}{4} R T_1$ 3) $\eta = \frac{\pi}{18}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 3

1) Рассмотрим движение в горизонтальной плоскости
круга. Возьмем все силы



- $F_{тр}$ - сила трения колёс о поверхность, максимально равна μN

- $F_{ц}$ - центробежная сила

- N - сила реакции опоры, горизонтальна

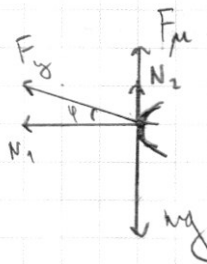
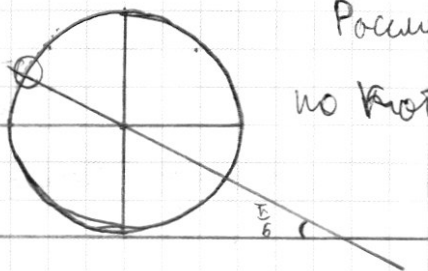
вследствие движения в гориз-ли

$$2) \vec{P} = -\vec{N} - \vec{F}_{тр} = m\vec{g} + \frac{mV^2}{R^2} \cdot \vec{R}$$

$$3) |P| = \sqrt{m^2 g^2 + \frac{m^2 V^4}{R^2}} = 0,4 \cdot \sqrt{10^2 + \frac{3,4^4}{1,2^2}} =$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{1,2^2 \cdot 10^2 + 3,4^4} = \frac{1}{3} \sqrt{144 + 184,4} \approx \frac{1}{3} \sqrt{328,4} = 6 \text{ Н}$$

4) Рассмотрим некоторую точку окружности,
по которой движется шарик.



$$\begin{cases} mg = N_2 + \mu N_1 & F_{ц} \leq N_2 + \mu N_1 \\ N_1 = F_{ц} \cdot \cos(\varphi) \\ N_2 = F_{ц} \cdot \sin(\varphi) \\ F_{ц} = \frac{mV^2}{R} \end{cases}$$

$$5) \frac{mgR}{\cos \varphi} \leq (\mu \cos(\varphi) - \sin(\varphi)) V^2$$

Продолжение см. лист 4.

Продолжение задачи N=3

$$6) \quad f(\varphi) = \mu \cos(\varphi) - \sin(\varphi)$$

$$\left. \begin{array}{l} \varphi \in [0; \frac{\pi}{2}] \quad \cos(\varphi) \downarrow \\ \sin(\varphi) > 0; \quad \sin(\varphi) \uparrow \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi \in [0; \frac{\pi}{2}] \quad f(\varphi) \downarrow$$

$$4) \quad V^2 = \frac{gR}{f(\varphi)} \Rightarrow V_{\max} \text{ предбегает для } \varphi_{\max} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,9 > \frac{1}{2} \Rightarrow f(\varphi) > 0 \Rightarrow \frac{1}{f(\varphi)} \downarrow \right)$$

$$V = \sqrt{\frac{gR}{\mu \cos(\frac{\pi}{6}) - \sin(\frac{\pi}{6})}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1,2}{\frac{9 \cdot \sqrt{3}}{10 \cdot 2} - \frac{1}{2}}} \approx \sqrt{\frac{10 \cdot 1,2}{\frac{9 \cdot 3}{4 \cdot 10} - \frac{1}{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{24 \cdot 2}{2 \cdot 4 - 2}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 3 \cdot 10}{4}} = 4 \sqrt{\frac{30}{4}} \approx 4 \cdot \sqrt{\frac{28}{4}} \approx 8 \text{ м/с}$$

⊗ в радианах

$$= \sqrt{\frac{240}{9\sqrt{3} - 10}}$$

Ответ:

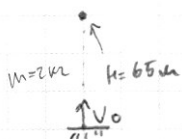
1) $|P| \approx 6 \text{ Н}$

2) $V_{\min} \approx 8 \text{ м/с}, \quad V_{\min} = \sqrt{\frac{mg}{9\sqrt{3} - 10}} \text{ м/с}$
полная ответ

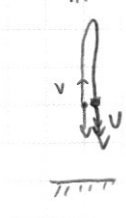
Задача N=1

1) из ЗСЖ: $\frac{mV_0^2}{2} = mgh \Rightarrow V_0 = \sqrt{2gh} = 10\sqrt{15} \text{ м/с}$

V_0 - скорость у земли (начальная скорость)



2) Рассмотрим противоположные отклонки, летящие строго вверх и строго вниз, которые приземлятся последними и первыми соответственно ~~(в) вверху~~



3) Их траектории сталкиваются на "крыле" у верха, из которого он вернется в ту же точку с такой же по модулю скоростью, но вниз.

Продолжение см. на стр. 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи N=1

4) То же время прохождения этого "кряка" и есть разность во времени падения (τ)

5) Ур-е движения, V_1 - скорость, с которой разлетались

$$V_1 \tau - \frac{g \tau^2}{2} = 0$$

осколки

$$V_1 = \frac{g \tau}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ м/с}$$

6) Энергия одного осколка $dK = \frac{dm V_1^2}{2}$, тогда $K = \frac{m V_1^2}{2}$

$$4) K = \frac{m V_1^2}{2} = \frac{2 \cdot 50^2}{2} = 2500 \text{ Дж}$$

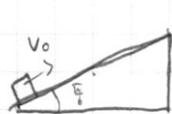
момента от дел

Ответы: 1) $V_0 = 10 \sqrt{13} \text{ м/с} \approx 36 \text{ м/с}$

2) $K = 2,5 \text{ кДж}$

Задача N=2

1)



V_1 - конечная скорость шайбы у основания (т.е. в момент наибольшего подъёма, который совпадает с $V_{отн} = 0$)

$$2) \text{ЗСД: } m V_0 \cos(\alpha) = (m + m) V_1$$

$$3) \text{ЗСЭ: } \frac{m V_0^2}{2} = mgh + \frac{(2m) V_1^2}{2}$$

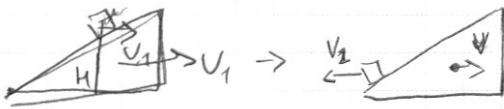
$$\rightarrow m V_0^2 = 2mgh + \frac{m^2 V_0^2 \cos^2(\alpha)}{(m+m)}$$

$$m V_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2(\alpha)}{2}\right) = 2mgh$$

$$h = \frac{5 V_0^2}{16g} = 0,125 \tau^2$$

Продолжение см. на стр. 6

Продолжение задачи номер 2



v_2 - скорость шайбы в момент съезда

1) из ЗСИ: $m v_0 \cos(\alpha) = m v_1 - m v_2 \Rightarrow v_2 = v_1 - v_0 \cos(\alpha)$

2) из ЗСЭ: $m v_0^2 = m v^2 + m v_2^2$

$$v_0^2 = v^2 + (v - v_0 \cos(\alpha))^2 \quad \text{и } v_x = v_0 \cos(\alpha)$$

3) $v_0^2 + v^2 - 2 v v_x + v_x^2 = v_0^2$

$$2v^2 - 2v v_x + (v_x^2 - v_0^2) = 0$$

$$2v^2 - 2v v_0 \cos(\alpha) + (\cos^2(\alpha) - 1) v_0^2 = 0$$

$$2v^2 - \sqrt{3} v v_0 - \frac{1}{4} v_0^2 = 0$$

$$v = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{3 + 2}}{2 \cdot 2} \quad v_0 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{4} \quad v_0 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2} \approx \frac{1,55 + 2,24}{2} = \frac{3,8}{2} = 1,9 \text{ м/с}$$

Ответ:

1) $h = 0,125 \text{ м}$

2) $v \approx 1,9 \text{ м/с}$, $v = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$
 формула в ответ



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Blank grid area for writing the answer.

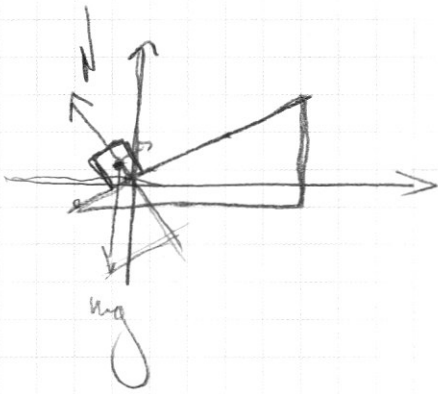
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



$$m_1 v_0 = (m + m) v_1$$

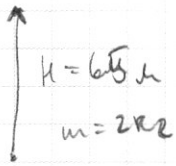
$$m v_0^2 = m g H + \frac{(m+m) v_1^2}{2}$$

$$\begin{array}{r} \times 325 \\ 325 \\ \hline 7625 \\ 650 \\ \hline 975 \\ 105625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1425 \end{array}$$

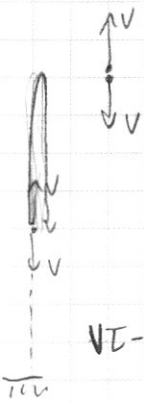
$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline 13,5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 12,96 \end{array}$$

1.



$$m g H = \frac{m v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2 g H} = \sqrt{1300} = \sqrt{13} \cdot 10 \text{ m/s}$$



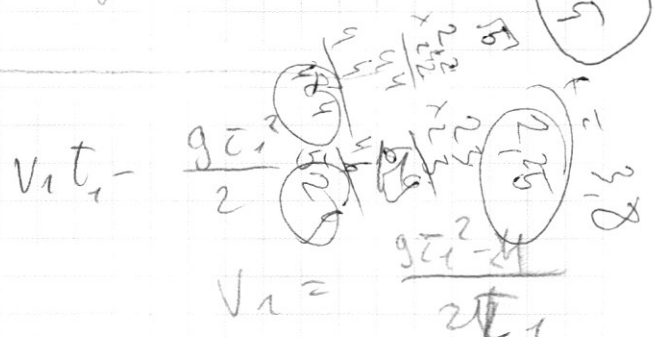
$$v_1 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = -H$$

$$g t_1 = v_1$$

$$\frac{v_1^2}{2} = g H$$

$$\Delta H = \frac{v_1^2}{2g}$$

$$H + \Delta H = \frac{g t_1^2 - \frac{v_1}{g}}{2}$$



$$v t - \frac{g t^2}{2} = 0$$

$$v = \frac{g t}{2}$$

$$g t_1 = v = \frac{g t}{2} = 50 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_1 g t_1}{2} = H$$

$$-v_1 t_2 + \frac{g t_2^2}{2} = H$$

$$\begin{array}{r} \times 34 \\ 34 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline 1869 \\ 93,4 \end{array}$$



$$m g = N_1 \cdot \mu$$

$$N_2 =$$

$$1) \mu \frac{m v^2}{R} = m g \Rightarrow P = \frac{4}{8} \cdot 10 = 0,5$$

$$P = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow P = \frac{1}{3} \cdot 3,4^2$$

$$P = \sqrt{\frac{m v^2}{R} + \frac{m^2 v^2}{R}}$$

$$\frac{m v^2}{R} = m g$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 188 \\ \hline 232 \end{array}$$

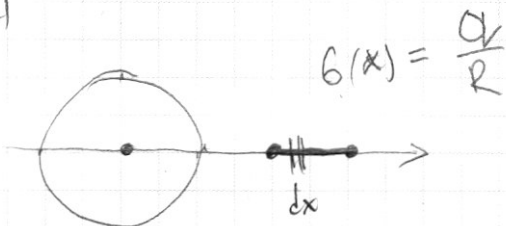
$$\frac{3,4^2}{3} \cdot 9 = 10 \cdot 12 \quad 1$$

13,3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\Delta F = \frac{k Q \Delta q}{4R^2}$

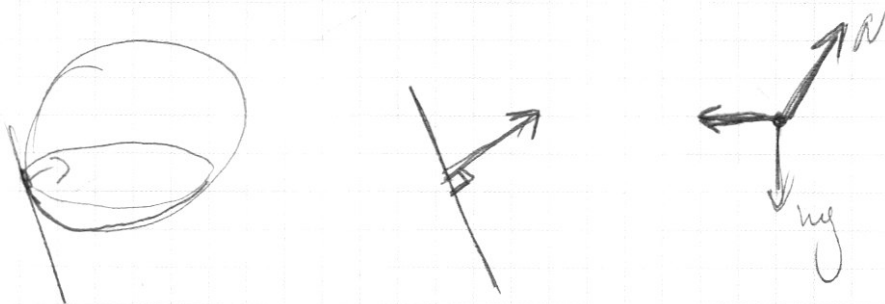
2)



$$F = \int_{2R}^{3R} \frac{kQ g(x) dx}{x^2} = \int_{2R}^{3R} \frac{kqQ dx}{R x^2} = \frac{kqQ}{R} \cdot \left. -\frac{1}{x} \right|_{2R}^{3R} =$$

$$= \frac{kqQ}{R} \cdot \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{kqQ}{6R^2}$$

3)



4)

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R \cdot 3T_1$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$4 P_1 V_1 = \nu R T_2$$

$$A = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot \left(-\frac{P_1}{P_1} + \frac{2P_1}{P_1} \right) P_1 \cdot \left(\frac{2V_1}{V_1} - \frac{V_1}{V_1} \right) \cdot V_1 = \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$$