

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Камень брошен с некоторой скоростью V_0 под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту (см. рис.). Максимальная высота полета камня $H = 10$ м. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу, высота которой над точкой старта $h = 7$ м.



1) Найдите начальную скорость V_0 камня.

2) Найдите $\cos \beta$ (см. рис.), здесь β - угол, который вектор скорости образует с горизонтом в момент завершения полета. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

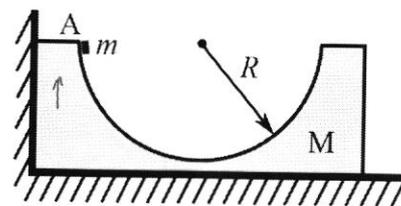
2. Модель автомобиля равномерно движется по окружности радиуса $R = 1,2$ м, лежащей в горизонтальной плоскости. Модель приводится в движение двигателем. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) За какое минимальное время T автомобиль может проехать четверть окружности?

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом.

2) Найдите максимальную скорость V_{MAX} , равномерного движения модели по окружности радиуса $R = 1,2$ м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$.

3. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса R (см. рис.). Из точки А с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы m . Через некоторое время шайба достигает максимальной высоты $H = \frac{2R}{3}$, отсчитанной от нижней точки



полусферы.

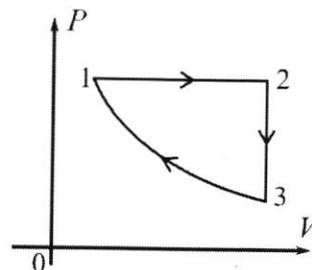
1) Найдите массу M бруска.

2) Найдите максимальную скорость V_{MAX} бруска при дальнейшем движении системы.

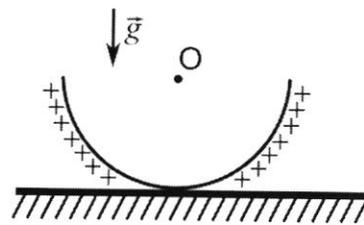
3) С какой по величине силой P брусок действует на горизонтальную поверхность в тот момент, когда его скорость V_{MAX} ? Ускорение свободного падения g .

4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изобары 12, изохоры 23 и адиабаты 31 (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа увеличивается в $n = 8$ раз.

1) Найдите КПД такого цикла. *Указание: в адиабатическом процессе с одноатомным идеальным газом $PV^{\frac{5}{3}} = const$.*



5. На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы m . Точка O находится на расстоянии R от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью σ распределен положительный заряд. В точку O переносят точечный заряд $Q > 0$.

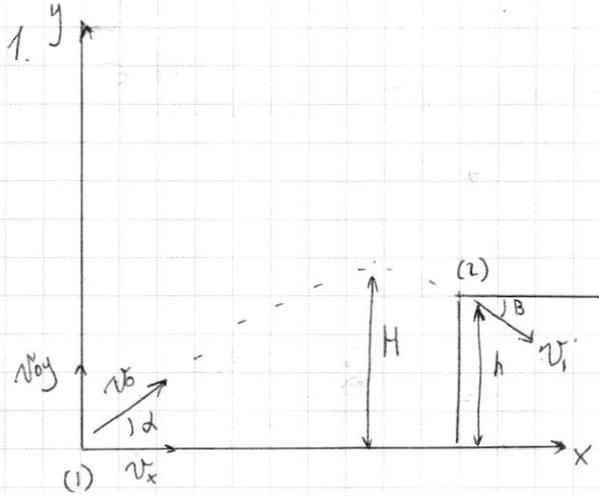


1) Найдите работу A внешней силы при переносе заряда Q из бесконечности в точку O . Электрическая постоянная ϵ_0 .

2) С какой по величине силой P полусфера действует на горизонтальную поверхность после переноса заряда Q из бесконечности в точку O ? Ускорение свободного падения g .

Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

$$H = \frac{0 - v_{0y}^2}{-2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м}}{\frac{1}{2}}} = 20 \text{ м/с}$$

$$v_x = \text{const}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

По 3 экз (1) и (2).

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + mgh$$

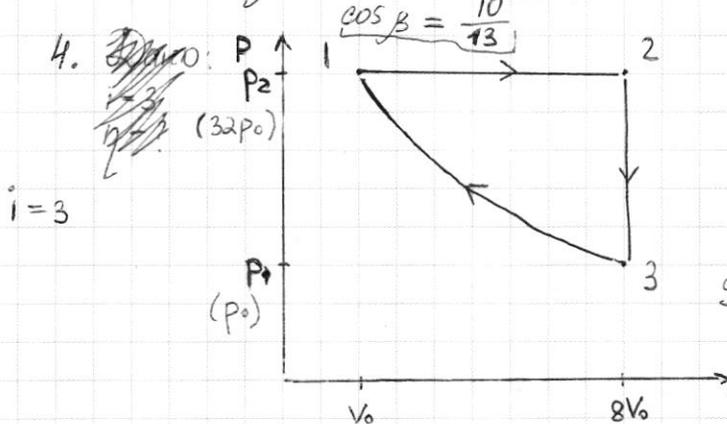
$$v_0^2 = v_1^2 + 2gh$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{(20 \text{ м/с})^2 - 2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 7 \text{ м}} = 2\sqrt{65}$$

$$v_1 \cos \beta = v_x$$

$$\cos \beta = \frac{v_x}{v_1} = \frac{20 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{65}} = 5 \sqrt{\frac{2}{65}} = \sqrt{\frac{50}{65}} = \sqrt{\frac{10}{13}}$$

Ответ: $\beta \in \arccos\left(\sqrt{\frac{10}{13}}\right)$, $v_0 = 20 \text{ м/с}$



Для 1-3: $p_1 \cdot (8v_0)^{\frac{5}{3}} = p_2 \cdot (v_0)^{\frac{5}{3}}$

$$p_2 = 8^{\frac{5}{3}} p_1 = 32 p_1 = 32 p_0$$

По 1-3. из термодинамики:

для 12: $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

По ур Менг-Клоп:

$$\nu R T_1 = p_1 v_0$$

$$\nu R T_2 = p_2 8v_0$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot p_2 (8v_0 - v_0) = \frac{3}{2} \cdot 32 p_0 \cdot 7v_0$$

$$A_{12} = p_2 (8v_0 - v_0) = 32 \cdot 7 p_0 v_0$$

$$Q_{12} = \frac{5}{2} \cdot 32 \cdot 7 p_0 v_0 \text{ (полон)} \Rightarrow \text{12-нагреватель}$$

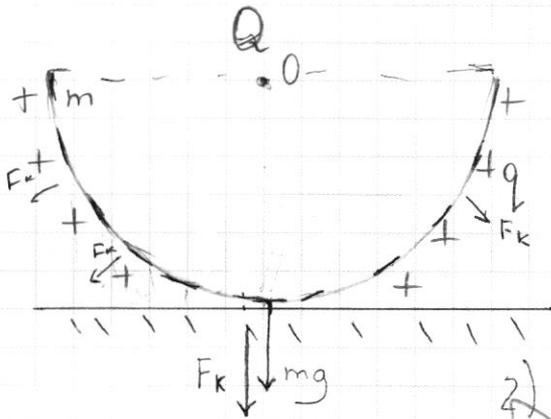
для 23: $Q_{23} = \Delta U = \frac{1}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} (p_1 - p_2) 8v_0 = -\frac{3}{2} \cdot 31 \cdot 8 p_0 v_0$ ($Q_{23} < 0 \Rightarrow$ холодильник)

$$Q_{31} = 0 \text{ (адиобата)}$$

$$\eta = \frac{Q_{12} - |Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{|Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{\frac{3}{2} \cdot 31 \cdot 8 p_0 v_0}{\frac{5}{2} \cdot 32 \cdot 7 p_0 v_0} = 1 - \frac{3 \cdot 31}{5 \cdot 4 \cdot 7} = 1 - \frac{93}{140} = \frac{47}{140}$$

Отвѣт: $\eta = \frac{47}{140}$

№5.



$E_1 = \epsilon_0 \frac{Q \cdot q}{R^2}$ плотность

$n = \pi R^3 \cdot \epsilon_0$ (число зарядов на полушаре)

1) $A = E_1 \cdot n = \epsilon_0 \frac{Q \cdot q}{R^2} \cdot \pi R^3 \cdot \epsilon_0 = \epsilon_0 \frac{Q \cdot q \cdot \pi \cdot \epsilon_0 R}{2}$

2) $P = mg + F_k = mg + k \frac{Q \cdot q \cdot \pi R \cdot \epsilon_0}{2}$

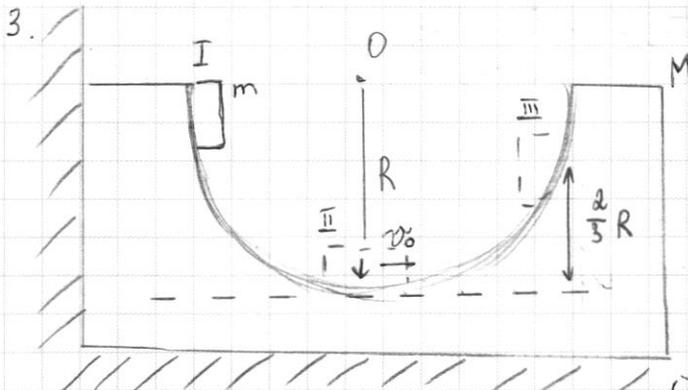
~~$F_k = k \frac{Q \cdot q}{R^2} \cdot \pi R \cdot \epsilon_0$~~

~~$R = mg + \frac{k Q \cdot q \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R}{2}$~~

~~Скажем~~

Отвѣт: $A = \epsilon_0 Q \cdot q \cdot \pi R \cdot \epsilon_0$, $P = mg + \frac{k Q \cdot q \cdot \pi R \cdot \epsilon_0}{2}$ Н

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



По ЗСЭ: (I) = (III)

$$mgR = \frac{2}{3}mgR + \frac{(M+m)u^2}{2}$$

$$(M+m)u^2 = \frac{2}{3}mgR$$

По ЗСИ:

$$mv_0 = (M+m)u$$

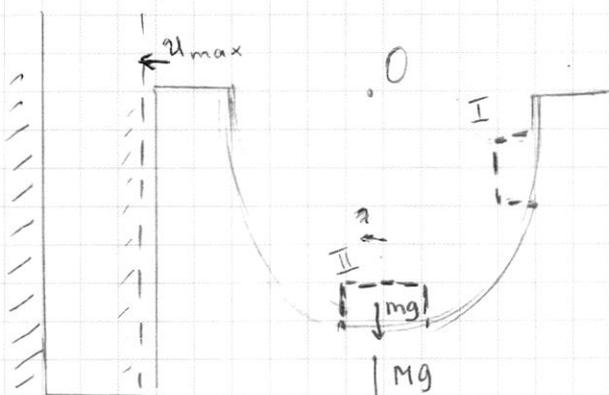
$$u = \frac{(M+m)u^2}{(M+m)u} = \frac{\frac{2}{3}mgR}{m\sqrt{2gR}} = \frac{\sqrt{2gR}}{3}$$

(по ЗСЭ (I) = (II))

$$mgR = \frac{mv_0^2}{2} \quad (\text{до начала движения бруска})$$

$$v_0 = \sqrt{2gR}$$

$$1) M = \frac{mv_0 - mu}{u} = m \left(\frac{v_0}{u} - 1 \right) = m \left(\frac{3\sqrt{2gR}}{\sqrt{2gR}} - 1 \right) = 2m$$



Максимальная скорость бруска будет в момент перед ударом об стенку, т.е. в момент когда шайба обратно скатится вниз:

ЗСЭ (I) = (II):

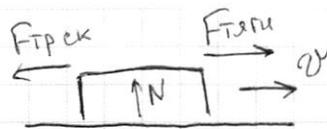
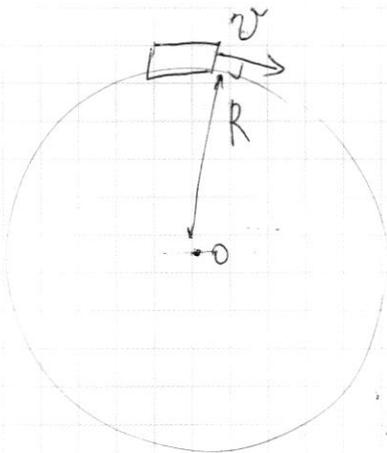
$$\frac{(m+M)u^2}{2} + \frac{2}{3}mgR = \frac{(m+M)u_{\max}^2}{2}$$

$$2) u_{\max}^2 = \frac{\frac{4}{3}mgR}{m+M} + u^2 = \frac{\frac{4}{3}mgR}{3m} + \frac{2gR}{9} = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

$$3) P = Mg + mg = 3mg$$

Ответ: $M = 2m$, $u_{\max} = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$, $P = 3mg$

2.



По 3-му закону Ньютона:

$$ma = F_{тр.дн} - F_{тр.ск}$$

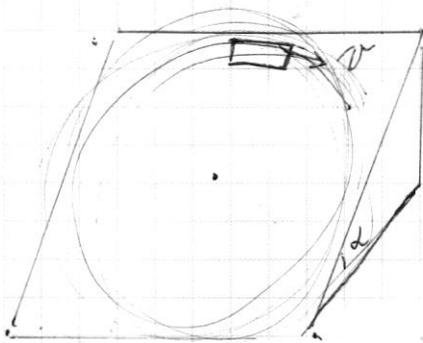
т.к. $a=0$, то

$$F_{тр.дн} = F_{тр.ск} = \mu N = \mu mg$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = \mu mg$$

$$v_{max} = \sqrt{2\mu g} = \sqrt{2 \cdot 0.8 \cdot 10} \text{ м/с} = 4 \text{ м/с}$$

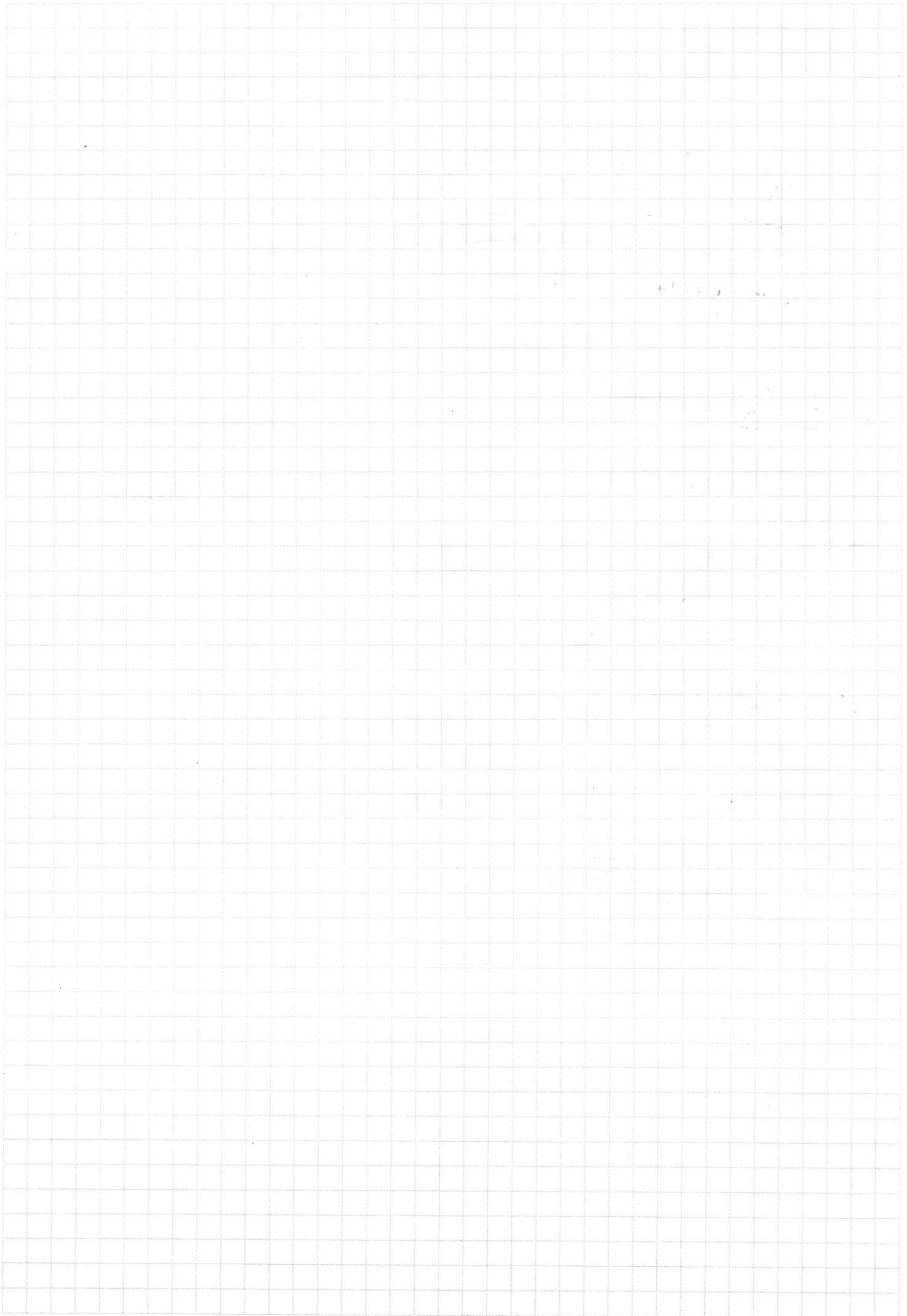
$$T_{min} = \frac{\pi R}{v} = \frac{1.2\pi}{2 \cdot 4} = \frac{3}{20} \pi \text{ с}$$



$$N = mg \cos \alpha \Rightarrow F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$v_{max} = \sqrt{2\mu g \cos \alpha} = \sqrt{2 \cdot 0.8 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{8\sqrt{3}} \text{ м/с}$$

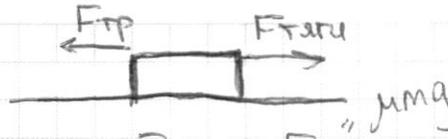
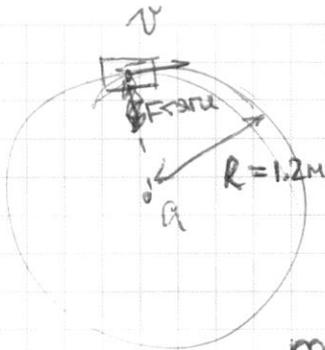
Ответ: $T_{min} = \frac{3}{20} \pi \text{ с}$, $v_{max} = \sqrt{8\sqrt{3}} \text{ м/с}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$ma = F_{Taги} - F_T$$

$$F_{Tаги} = F_T$$

$$\frac{mv^2}{2} = \mu mg$$

$$v^2 = \sqrt{2\mu g} = \sqrt{2 \cdot 0.8 \cdot 10} = 4 \text{ м/с}$$

$$v = \omega R$$

$$\frac{\pi r^2}{2}$$

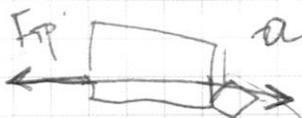
$$T = \frac{\pi R}{2 \cdot v_{\max}} = \frac{\pi R}{2 \sqrt{2\mu g}} = \frac{1.2 \text{ м} \cdot \pi}{2 \cdot 4 \text{ м/с}} = \frac{3}{20} \pi$$

$$F_T = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$



$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \mu mg \cos \alpha$$

$$v_{\max} = \sqrt{2\mu mg \cos \alpha} = \sqrt{2 \cdot 0.8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5}}$$



$$F_{Taги} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Дано:
 v_0
 $\alpha = 45^\circ$
 $H = 10\text{ м}$
 $h = 7\text{ м}$

1) $v_0 = ?$
 2) $\cos \beta = ?$

Решение:

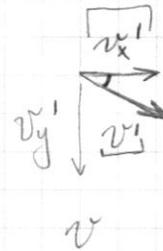


$$\sin^2 \alpha = \left(\frac{v_y}{v_0}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$140$$

$$\begin{array}{r} 1600 \\ - 140 \\ \hline 1460 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1460 \quad | \quad 4 \\ \hline 12 \quad | \quad 360 \\ - 24 \\ \hline 20 \end{array}$$



$$v_{y'} = v_0 \sin \alpha$$

$$H = \frac{v_{y'}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м}}{\frac{1}{2}}} = 40 \text{ м/с}$$

$$v_1 \cos \beta = v_{x'}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2gh$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{40^2 - 2 \cdot 10 \cdot 7} = 2 \cdot 6 \sqrt{10} = 12 \sqrt{10}$$

$$v_{x'} = v_0 \cos \alpha = 40 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} \text{ м/с}$$

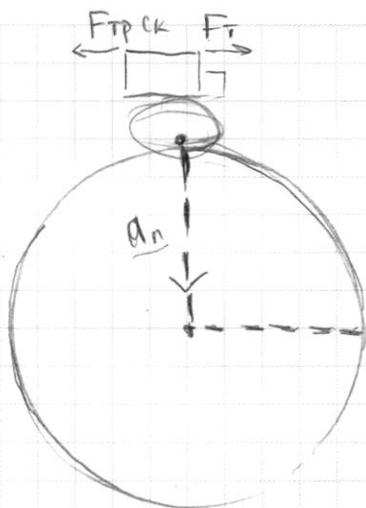
$$\cos \beta = \frac{v_{x'}}{v_1} = \frac{20\sqrt{2}}{12\sqrt{10}} = \frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Ответ: $v_0 = 40 \text{ м/с}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$$\sqrt{\frac{1460}{260}} = \sqrt{\frac{2}{365}} \text{ с}$$

$$\begin{array}{r} - 400 - 1 \\ 140 \\ \hline 260 \quad | \quad 4 \\ - 24 \\ \hline 20 \end{array}$$

2.



Дано: $R = 1,2 \text{ м}$ $\mu = 0,8$

Найти: T_{\min} $\frac{1}{4} \ell$

$$v = \omega R$$

По III "

$$ma = F_{\tau} - F_{\text{трск}} = F_{\tau} - \mu mg$$

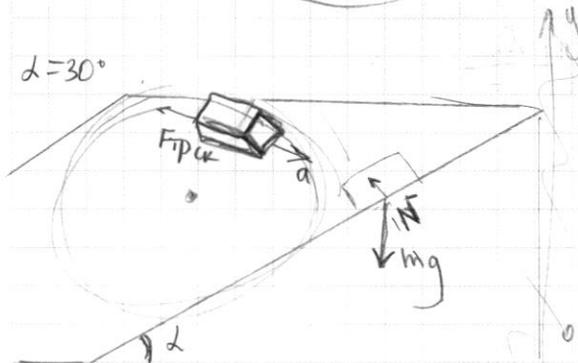
$$F_{\tau} = \mu mg$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\omega = \sqrt{\frac{a}{R}}$$

$$T = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\omega} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\frac{v}{R}} = \frac{\pi R}{2v}$$

$\alpha = 30^\circ$



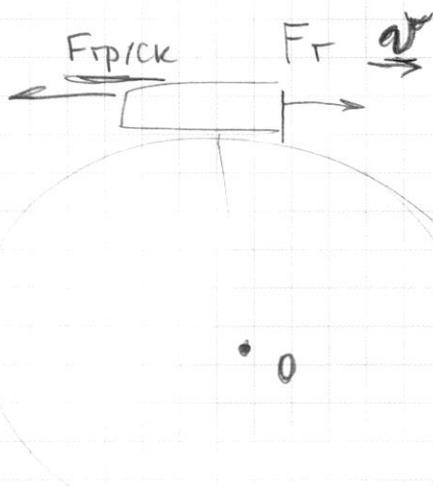
$v_{\max} = ?$

$R = 1,2 \text{ м}$

$\mu = 0,8$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = mg \cos \alpha$$



$$1) \quad mgR = \frac{2}{3} mgR + \frac{Mu^2}{2} \quad Mu^2 = \frac{2}{3} mgR$$

ЗСМ: со спуском

$$m\cancel{v_0} = (M+m)u$$

$$m\sqrt{2gR} = \frac{2}{3} mgR + mu$$

$$m\sqrt{2gR} - u = \frac{2}{3} mgR + mu^2$$

$$u^2 = \sqrt{2gR}u + \frac{2}{3}gR$$

$$m\cancel{v_0} + M \cdot 0 = (m+M)u \quad M = (\sqrt{3}-1)m$$

2. Перед тем как столкнуться со стеной \approx

m

$$3. P = (m+M)g = \sqrt{3} \cdot 10m$$

$$u = \frac{\frac{2}{3}mgR}{m \cdot \sqrt{2gR}} = \frac{\sqrt{2gR}}{3}$$

$$M = \frac{m\cancel{v_0}}{u} - m = m\left(\frac{\cancel{v_0}}{u} - 1\right) = m(3-1) = 2m$$

v_{\max}

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$mgR = \frac{2}{3} mgR + \frac{Mu^2}{2}$$

$$Mu^2 = \frac{2}{3} mgR$$

$$M = \frac{\frac{2}{3} mgR}{u^2}$$

$$mV_0 = (M+m)u$$

$$M = \frac{mV_0 - mu}{u} = \frac{mV_0}{u} - m = m\left(\frac{V_0}{u} - 1\right) = m(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{ЗСЭ: } mgR = \frac{2}{3} mgR + \frac{Mu^2}{2}$$

$$Mu^2 = \frac{2}{3} mgR$$

$$mV_0 = (M+m)u$$

$$u = \frac{mV_0}{M+m}$$

$$M \frac{mV_0}{M+m} = \frac{2}{3} mgR$$

$$\frac{M}{M+m} \frac{mV_0}{m} = \frac{2}{3} gR$$

$$\frac{M}{M+m} = \frac{\frac{2}{3} gR}{\frac{mV_0}{m}} = \sqrt{\frac{2}{9} gR}$$

$$mV_0 = (M+m)u$$

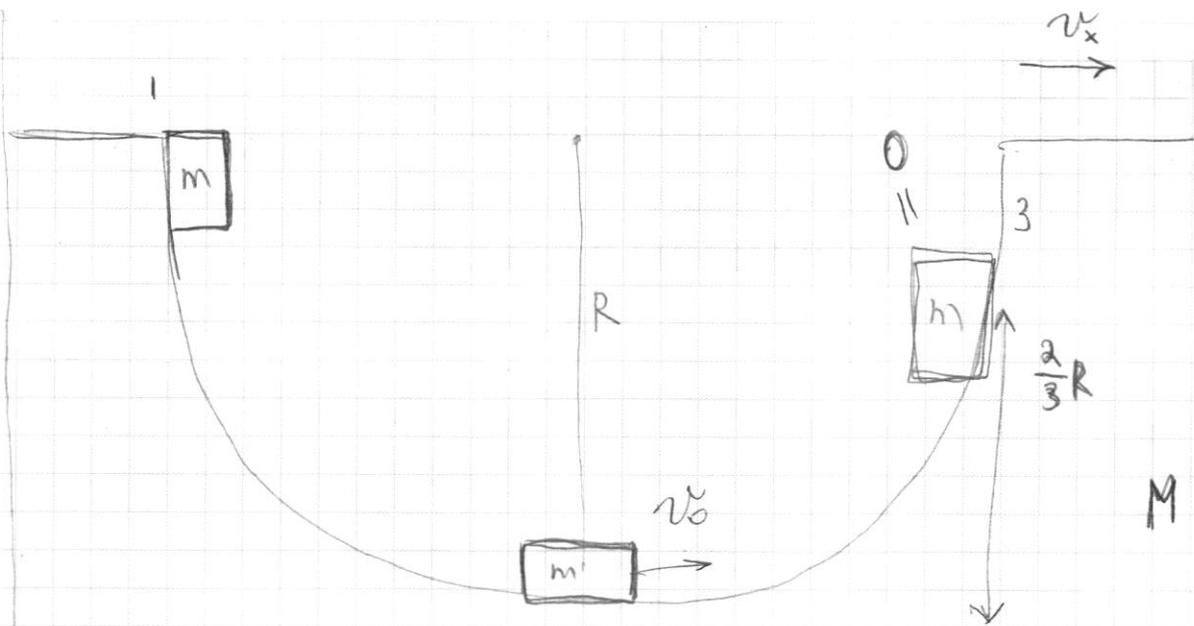
$$mV_0 = Mu + mu$$

$$m\sqrt{2gR} = \frac{1}{3} \frac{mgR}{u^2} + mu$$

$$\text{ЗСЭ: } mV_0 = (m+M)u$$

$$2) u_{\max} = \sqrt{\frac{2}{3} gR}$$

$$\text{ЗСЭ } u_{\max} = \frac{mu^2}{2} + mgR =$$



ЗСЭ 1: $mgR = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{2}{3}mgR + \frac{mv_x^2}{2} + \frac{Mv_x^2}{2} =$

ЗСМ: $mv_0 = Mv_x$

со стенок: $v_x = \frac{mv_0}{M}$

$mgR = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{2}{3}mgR + \frac{mv_x^2}{2}$
 $\frac{1}{3}mgR = \frac{mv_x^2}{2}$

$v_x = \sqrt{\frac{2}{3}gR} = v_{\text{спуска}}$

$v_0 = \sqrt{2gR}$

$mgR = \frac{mv_0^2}{2}$

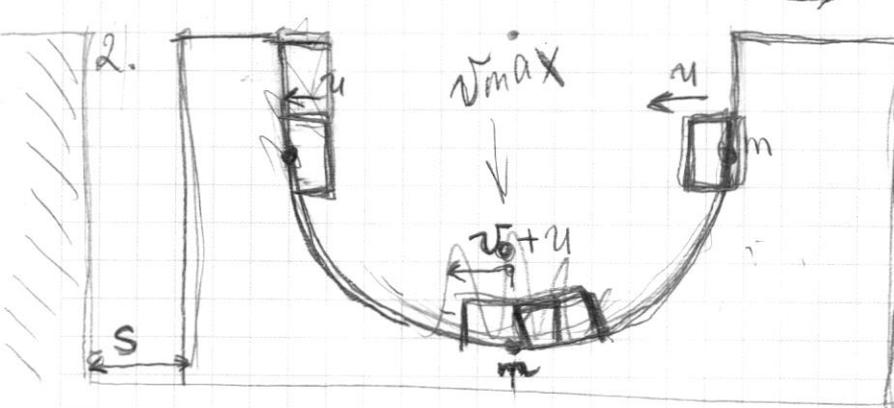
$v_0 = \sqrt{2gR}$

ЗСМ: $mv_0 = Mu$

1. $M = \frac{mv_0}{u} = \frac{m\sqrt{2gR}}{\sqrt{\frac{2}{3}gR}} = \sqrt{3}m$

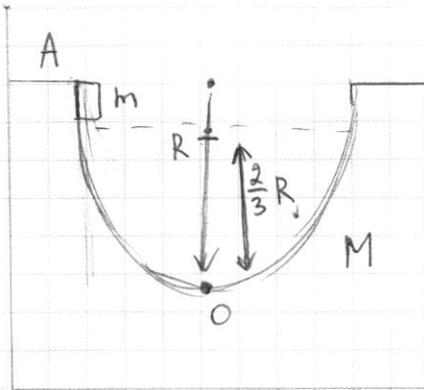
Угол бруска перед столкновением со стенкой

Для системы:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.



Дано: R $v_0 = 0$ m $M = \frac{2R}{3}$

Найти: M , v_{\max} , P при v_{\max} - ?

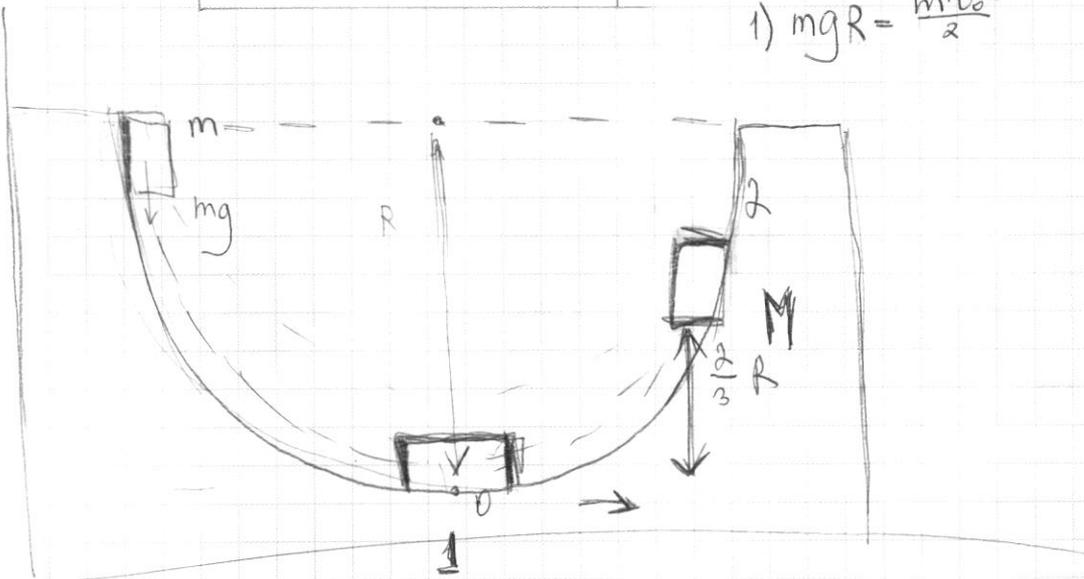
Решение:

ЗСЭ от O:

$$mgR = mg \frac{2}{3}R + \frac{mv^2}{2}$$

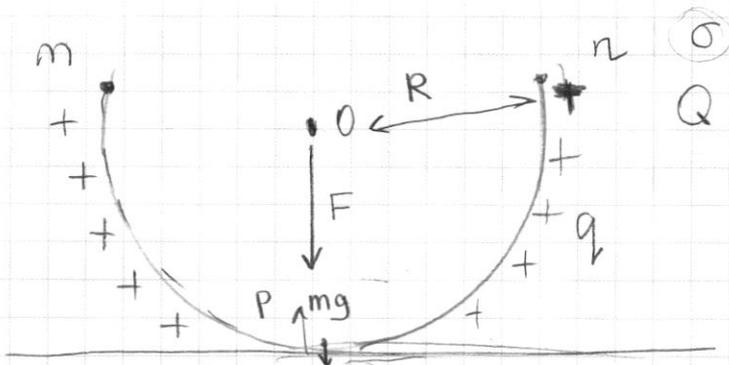
$$2) \quad mgR = mg \frac{2}{3}R + \frac{mv^2}{2}$$

$$1) \quad mgR = \frac{mv^2}{2}$$



$$\begin{array}{r} 400 \\ - 140 \\ \hline 260 \\ - 24 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 65 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 13 \end{array}$$

5.



$$F_k = k \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

Решение:

$$1) A - ? \quad E = A_1 = k \frac{Q \cdot q}{R^2}$$

2) P - ?

$$n = \frac{\pi R^2}{2} \cdot 2TR \cdot \sigma$$

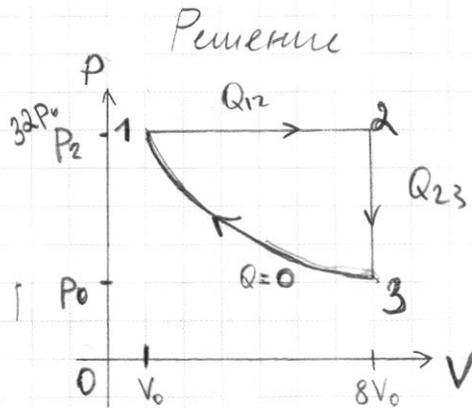
$$1) A_1 = k \frac{Q \cdot q}{R^2} \cdot \pi R \cdot \sigma = \frac{Q \cdot q \cdot \pi \cdot \sigma}{R}$$

$$2) P = mg + F_k = mg + \frac{Q \cdot q \cdot \sigma \pi}{R}$$

2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. Дано:
 $i=3$
 p_1, V_1
 $\eta - ?$
 $pV^{\frac{5}{3}} = \text{const}$



$$p_1(8V_1)^3 = p_2V_1$$

$$p_1(8V_1)^{\frac{5}{3}} = p_2V_1^{\frac{5}{3}}$$

$$p_2 = 8^{\frac{5}{3}}p_1 = 32p_1$$

93

12: $Q_{12} = \Delta U + A =$
 $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} p_2 7V_0$
 По ур. Менгелюна: $\nu R T_1 = p_1 V_0$
 $\nu R T_2 = p_2 8V_0$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 35 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} 7p_1 V_0 + 7p_1 V_0 = \frac{5}{2} \cdot 7p_1 V_0 = \frac{35}{2} p_1 V_0 \quad T_2 > T_1 \Rightarrow Q_{12} \text{ - нагреватель}$$

23: $Q_{23} = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{i}{2} (p_2 - p_1) 8V_0 = \frac{3}{2} (31p_0) 8V_0 =$

$$\eta = \frac{Q_{12} - Q_{23}}{Q_{12}} = 1 - \frac{Q_{23}}{Q_{12}} = 1 - \frac{\frac{3}{2} \cdot 31 \cdot 8 p_0 V_0}{\frac{35}{2} \cdot 32 p_0 V_0} = \frac{3 \cdot 31}{35 \cdot 4} = \frac{93}{140}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ - 93 \\ \hline 47 \end{array}$$