

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Камень брошен с некоторой скоростью  $V_0$  под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту (см. рис.). Максимальная высота полета камня  $H = 10$  м. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу, высота которой над точкой старта  $h = 7$  м.



1) Найдите начальную скорость  $V_0$  камня.

2) Найдите  $\cos \beta$  (см. рис.), здесь  $\beta$  - угол, который вектор скорости образует с горизонтом в момент завершения полета. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

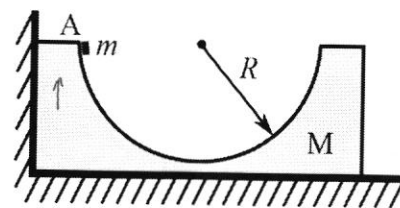
2. Модель автомобиля равномерно движется по окружности радиуса  $R = 1,2$  м, лежащей в горизонтальной плоскости. Модель приводится в движение двигателем. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности  $\mu = 0,8$ , ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) За какое минимальное время  $T$  автомобиль может проехать четверть окружности?

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом.

2) Найдите максимальную скорость  $V_{MAX}$  равномерного движения модели по окружности радиуса  $R = 1,2$  м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности  $\mu = 0,8$ .

3. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса  $R$  (см. рис.). Из точки А с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы  $m$ . Через некоторое время шайба достигает максимальной высоты  $H = \frac{2R}{3}$ , отсчитанной от нижней точки полусферы.



полусферы.

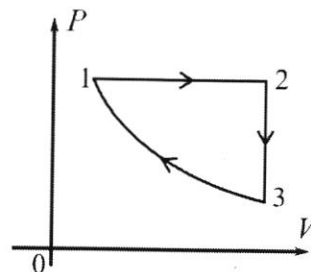
1) Найдите массу  $M$  бруска.

2) Найдите максимальную скорость  $V_{MAX}$  бруска при дальнейшем движении системы.

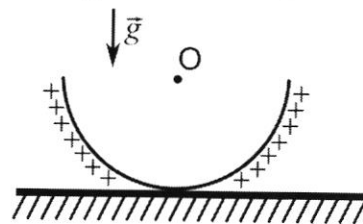
3) С какой по величине силой  $P$  брусок действует на горизонтальную поверхность в тот момент, когда его скорость  $V_{MAX}$ ? Ускорение свободного падения  $g$ .

4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изобары 12, изохоры 23 и адиабаты 31 (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа увеличивается в  $n = 8$  раз.

1) Найдите КПД такого цикла. *Указание: в адиабатическом процессе с одноатомным идеальным газом  $PV^{\frac{5}{3}} = const$ .*



5. На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы  $m$ . Точка  $O$  находится на расстоянии  $R$  от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью  $\sigma$  распределен положительный заряд. В точку  $O$  переносят точечный заряд  $Q > 0$ .

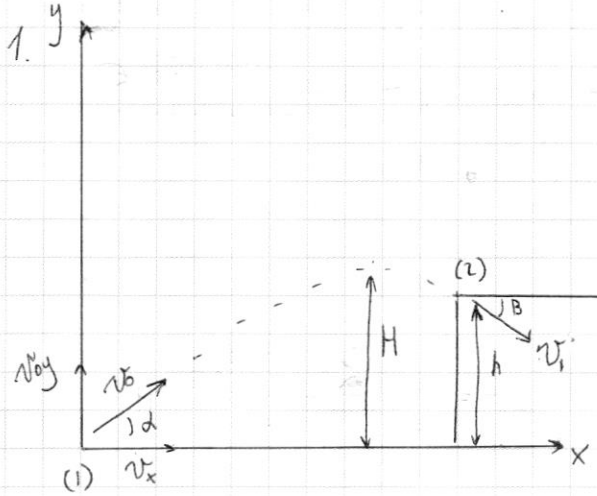


1) Найдите работу  $A$  внешней силы при переносе заряда  $Q$  из бесконечности в точку  $O$ . Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ .

2) С какой по величине силой  $P$  полусфера действует на горизонтальную поверхность после переноса заряда  $Q$  из бесконечности в точку  $O$ ? Ускорение свободного падения  $g$ .

Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

$$H = \frac{0 - v_{0y}^2}{-2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м}}{\frac{1}{2}}} = 20 \text{ м/с}$$

$$v_x = \text{const}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

По 3 экз (1) и (2).

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + mgh$$

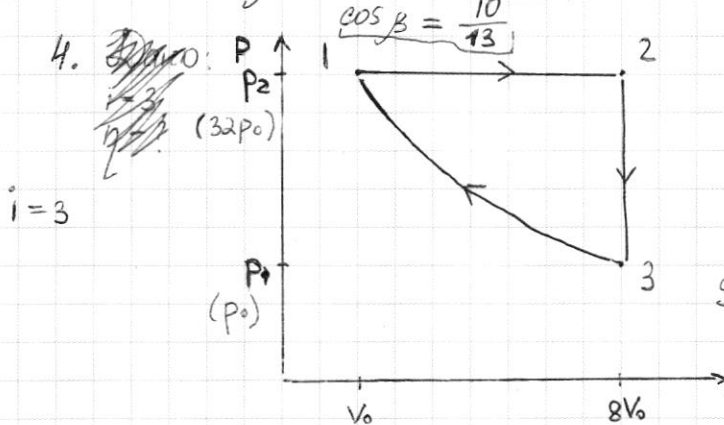
$$v_0^2 = v_1^2 + 2gh$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{(20 \text{ м/с})^2 - 2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 7 \text{ м}} = 2\sqrt{65}$$

$$v_1 \cos \beta = v_x$$

$$\cos \beta = \frac{v_x}{v_1} = \frac{20 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{65}} = 5 \sqrt{\frac{2}{65}} = \sqrt{\frac{50}{65}} = \sqrt{\frac{10}{13}}$$

Ответ:  $\beta \in \arccos\left(\sqrt{\frac{10}{13}}\right)$ ,  $v_0 = 20 \text{ м/с}$



Для 1-3:  $p_1 \cdot (8V_0)^{\frac{5}{3}} = p_2 \cdot (V_0)^{\frac{5}{3}}$

$$p_2 = 8^{\frac{5}{3}} p_1 = 32 p_1 = 32 p_0$$

По 1-3. му термодинамики:

для 12:  $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

По ур Менг-Клоп:

$$\nu R T_1 = p_1 V_0$$

$$\nu R T_2 = p_2 8V_0$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot p_2 (8V_0 - V_0) = \frac{3}{2} \cdot 32 p_0 \cdot 7V_0$$

$$A_{12} = p_2 (8V_0 - V_0) = 32 \cdot 7 p_0 V_0$$

$$Q_{12} = \frac{5}{2} \cdot 32 \cdot 7 p_0 V_0 \text{ (полном } \Rightarrow \text{ 12-нагреватель)}$$

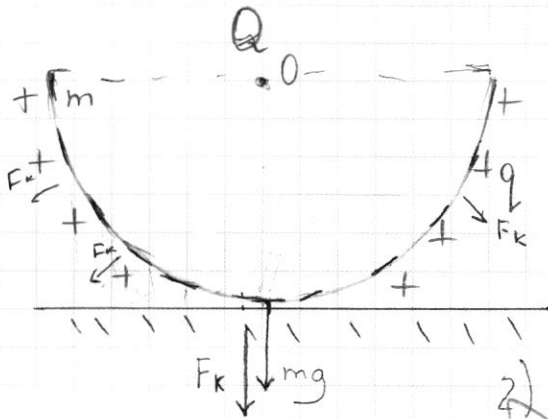
для 23:  $Q_{23} = \Delta U = \frac{1}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} (p_1 - p_2) 8V_0 = -\frac{3}{2} \cdot 31 \cdot 8 p_0 V_0$  ( $Q_{23} < 0 \Rightarrow$  холодильник.)

$$Q_{31} = Q_{13} = 0 \text{ (адиобата)}$$

$$\eta = \frac{Q_{12} - |Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{|Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{\frac{3}{2} \cdot 31 \cdot 8 p_0 V_0}{\frac{5}{2} \cdot 32 \cdot 7 p_0 V_0} = 1 - \frac{3 \cdot 31}{5 \cdot 4 \cdot 7} = 1 - \frac{93}{140} = \frac{47}{140}$$

Отвѣт:  $\eta = \frac{47}{140}$

№5.



$E_1 = \epsilon_0 \frac{Q \cdot q}{R^2}$  плотность

$n = \pi R^3 \cdot \epsilon$  (число зарядов на полушаре)

1)  $A = E_1 \cdot n = \epsilon_0 \frac{Q \cdot q}{R^2} \cdot \pi R^3 \cdot \epsilon = \epsilon_0 \frac{Q \cdot q \cdot \pi \cdot \epsilon R}{2}$

2)  $P = mg + F_k = mg + k \frac{Q \cdot q \cdot \pi R \cdot \epsilon}{2}$

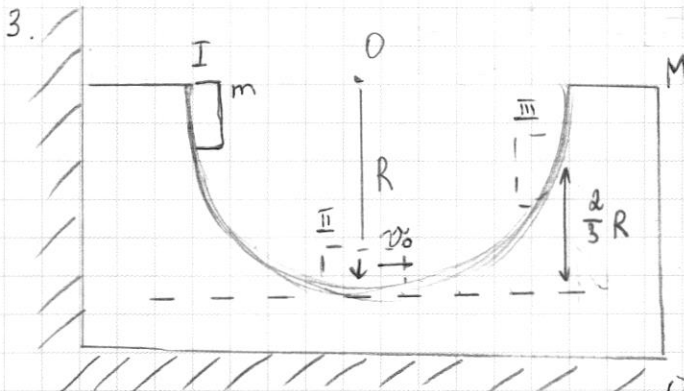
~~$F_k = k \frac{Q \cdot q}{R^2} = \pi R \cdot \epsilon$~~

~~$2) P = mg + \frac{k Q \cdot q \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot R}{2}$~~

~~Вопрос~~

Отвѣт:  $A = \epsilon_0 Q \cdot q \cdot \pi R \cdot \epsilon$ ,  $P = mg + \frac{k Q \cdot q \cdot \pi R \cdot \epsilon}{2}$  Н

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



По ЗСЭ: (I) = (III)

$$mgR = \frac{2}{3}mgR + \frac{(M+m)u^2}{2}$$

$$(M+m)u^2 = \frac{2}{3}mgR$$

По ЗСИ:

$$mv_0 = (M+m)u$$

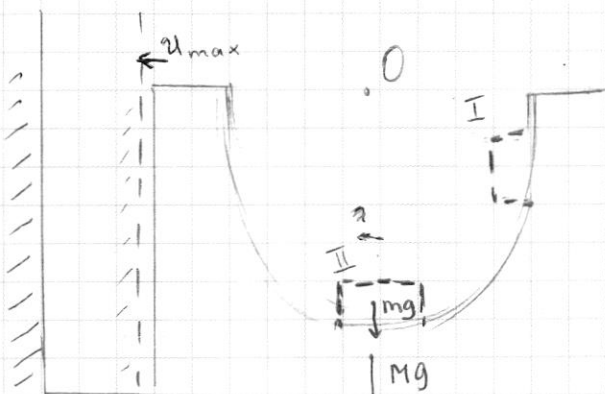
$$u = \frac{(M+m)u^2}{(M+m)u} = \frac{\frac{2}{3}mgR}{m\sqrt{2gR}} = \frac{\sqrt{2gR}}{3}$$

(по ЗСЭ (I) = (II))

$$mgR = \frac{mv_0^2}{2} \quad (\text{до начала движения бруска})$$

$$v_0 = \sqrt{2gR}$$

$$1) M = \frac{mv_0 - mu}{u} = m \left( \frac{v_0}{u} - 1 \right) = m \left( \frac{3\sqrt{2gR}}{\sqrt{2gR}} - 1 \right) = 2m$$



Максимальная скорость бруска будет в момент перед ударом об стенку, т.е. в момент когда шайба обратно скатится вниз:

ЗСЭ (I) = (II):

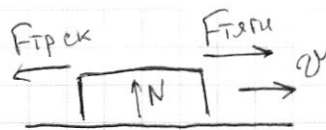
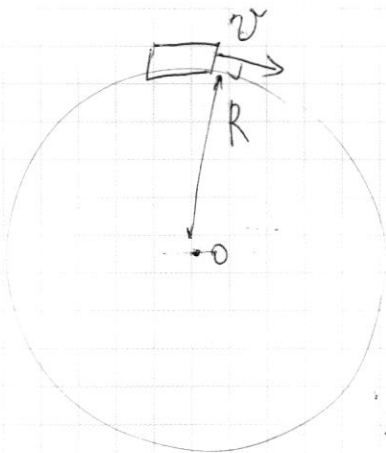
$$\frac{(m+M)u^2}{2} + \frac{2}{3}mgR = \frac{(m+M)u_{\max}^2}{2}$$

$$2) u_{\max}^2 = \frac{\frac{4}{3}mgR}{m+M} + u^2 = \frac{\frac{4}{3}mgR}{3m} + \frac{2gR}{9} = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

$$3) P = Mg + mg = 3mg$$

Ответ:  $M = 2m$ ,  $u_{\max} = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$ ,  $P = 3mg$

2.



По 3-му закону Ньютона:

$$ma = F_{\text{трл}} - F_{\text{тр}}$$

т.к.  $a=0$ , то

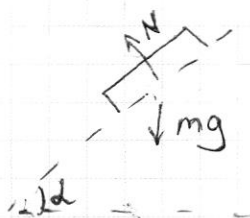
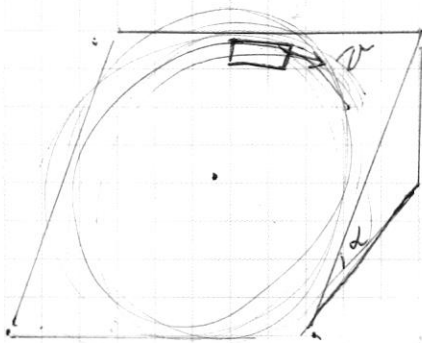
$$F_{\text{трл}} = F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$$

$T_{\text{min}} \text{ есн}$        $v_{\text{max}} \Rightarrow$

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \mu mg$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{2\mu g} = \sqrt{2 \cdot 0.8 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 4 \text{ м/с}$$

$$T_{\text{min}} = \frac{\pi R}{v} = \frac{1.2\pi}{2 \cdot 4 \text{ м/с}} = \frac{3}{20} \pi \text{ с}$$

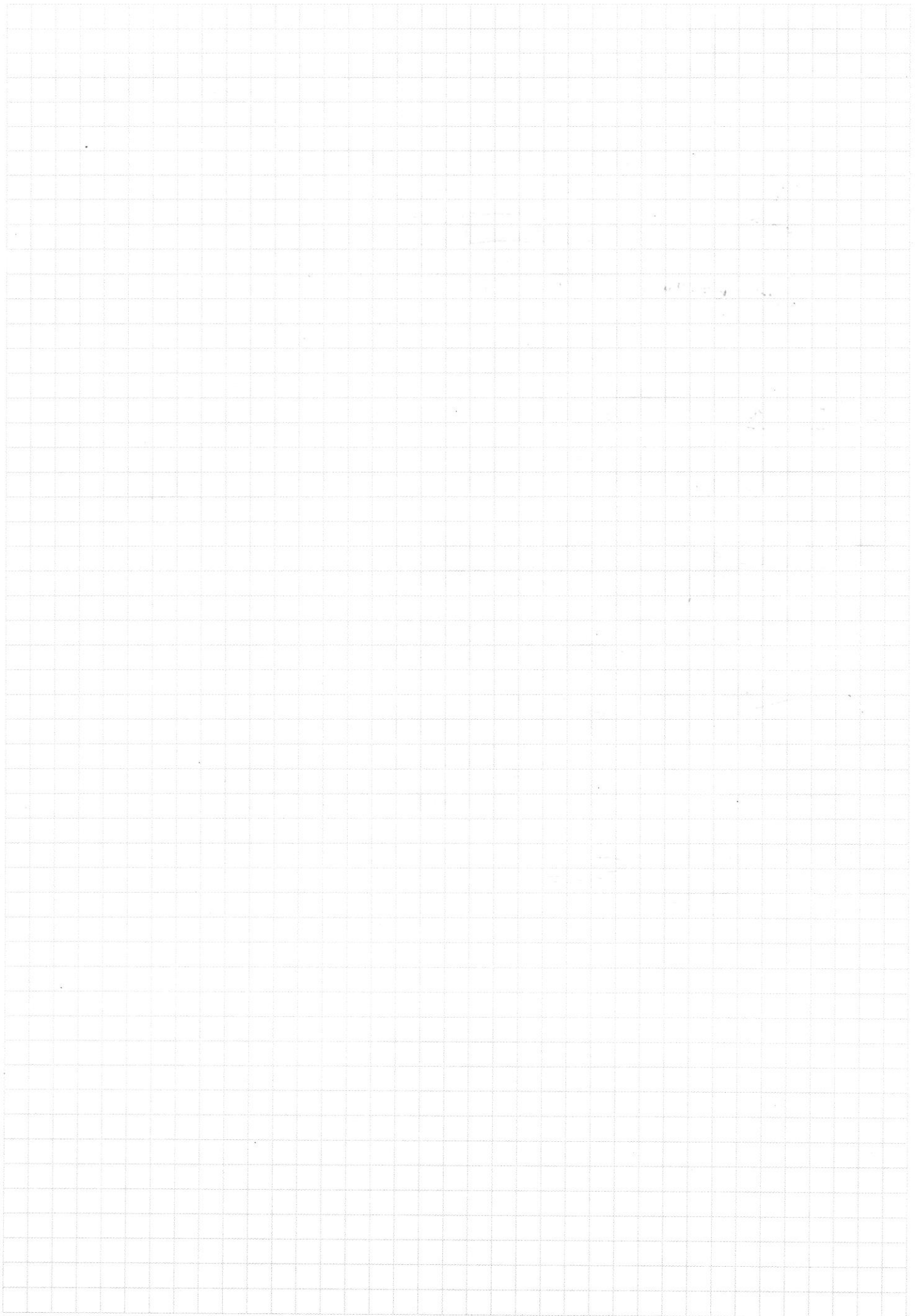


$$N = mg \cos \alpha \Rightarrow F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{2\mu g \cos \alpha} = \sqrt{2 \cdot 0.8 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{8\sqrt{3}} \text{ м/с}$$

Ответ:  $T_{\text{min}} = \frac{3}{20} \pi \text{ с}$ ,  $v_{\text{max}} = \sqrt{8\sqrt{3}} \text{ м/с}$

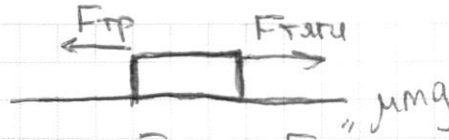
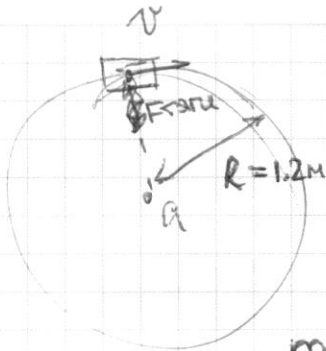




черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$ma = F_{Taги} - F_T$$

$$F_{Tаги} = F_T$$

$$\frac{mv^2}{2} = \mu mg$$

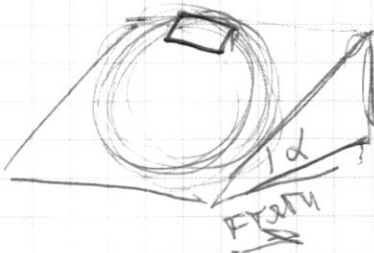
$$v^2 = \sqrt{2\mu g} = \sqrt{2 \cdot 0.8 \cdot 10} = 4 \text{ м/с}$$

$$v = \omega R$$

$$\frac{\pi r^2}{2}$$

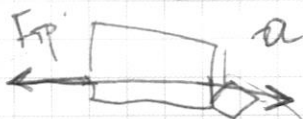
$$T = \frac{\pi R}{2 \cdot v_{\max}} = \frac{\pi R}{2 \sqrt{2\mu g}} = \frac{1.2 \text{ м} \cdot \pi}{2 \cdot 4 \text{ м/с}} = \frac{3}{20} \pi$$

$$F_T = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$



$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \mu mg \cos \alpha$$

$$v_{\max} = \sqrt{2\mu mg \cos \alpha} = \sqrt{2 \cdot 0.8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5}}$$



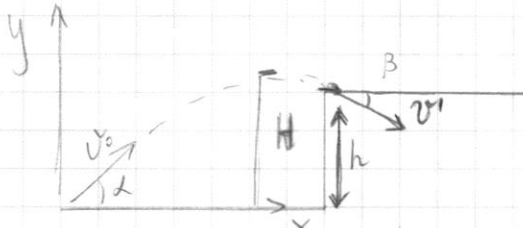
$$F_{Taги} =$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Дано:  
 $v_0$   
 $\alpha = 45^\circ$   
 $H = 10\text{ м}$   
 $h = 7\text{ м}$

1)  $v_0 = ?$   
 2)  $\cos \beta = ?$

Решение:

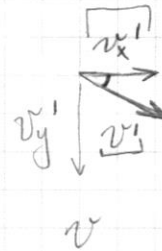


$$\sin^2 \alpha = \left(\frac{v_y}{v_0}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$140$$

$$\begin{array}{r} 1600 \\ - 140 \\ \hline 1460 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1460 \quad | \quad 4 \\ \hline 12 \quad | \quad 360 \\ - 24 \\ \hline 20 \end{array}$$



$$v_{y'} = v_0 \sin \alpha$$

$$H = \frac{v_{y'}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м}}{\frac{1}{2}}} = 40 \text{ м/с}$$

$$v_1 \cos \beta = v_{x'}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2gh$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{40^2 - 2 \cdot 10 \cdot 7} = 2 \cdot 6 \sqrt{10} = 12 \sqrt{10}$$

$$v_{x'} = v_0 \cos \alpha = 40 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} \text{ м/с}$$

$$\cos \beta = \frac{v_{x'}}{v_1} = \frac{20\sqrt{2}}{12\sqrt{10}} = \frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Ответ:  $v_0 = 40 \text{ м/с}$ ,  $\beta = \arccos \frac{\sqrt{5}}{3}$

$$\begin{array}{r} 1600 \\ - 140 \\ \hline 1460 \\ - 12 \quad | \quad 360 \\ - 24 \\ \hline 20 \end{array}$$

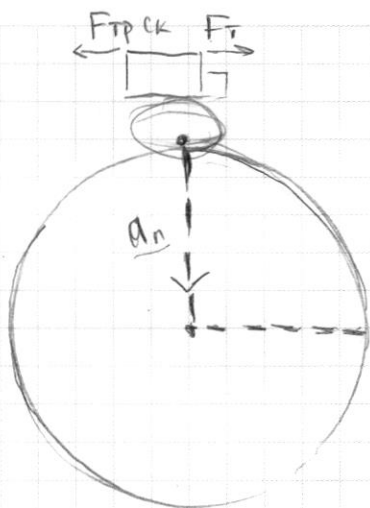
$$\begin{array}{r} 365 \quad | \quad 5 \\ - 35 \quad | \quad 73 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1460 \quad | \quad 60 \\ - 120 \quad | \quad 2 \\ \hline 260 \end{array} \quad 5 \sqrt{\frac{2}{365}} \text{ с}$$

$$\begin{array}{r} 400 - 1 \\ 140 \\ \hline 260 \quad | \quad 4 \\ - 24 \quad | \quad 65 \quad | \quad 5 \\ \hline 20 \end{array}$$



2.



Дано:  $R = 1,2 \text{ м}$   $\mu = 0,8$

Найти:  $T_{\text{min}}$   $\frac{1}{4} \ell$

$v = \omega R$

По III "

$ma = F_T - F_{Tpck} = F_T - \mu mg$

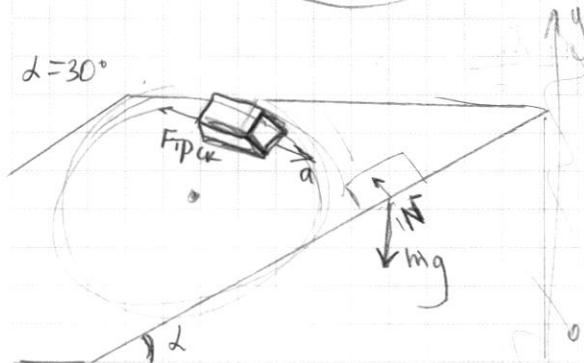
$F_T = \mu mg$

$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

$\omega = \sqrt{\frac{a}{R}}$

$T = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\omega} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\frac{1}{R}}$

$\alpha = 30^\circ$



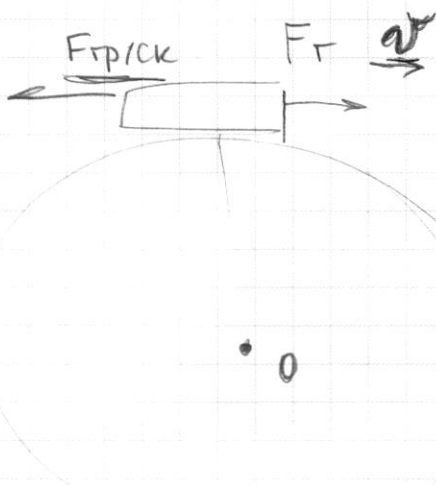
$v_{\text{max}} = ?$

$R = 1,2 \text{ м}$

$\mu = 0,8$

$N = mg \cos \alpha$

$F_{Tp} = \mu N = mg \cos \alpha$



$$1) \quad mgR = \frac{2}{3} mgR + \frac{Mu^2}{2} \quad Mu^2 = \frac{2}{3} mgR$$

ЗСМ: со спуском

$$m\cancel{v_0} = (M+m)u$$

$$m\sqrt{2gR} = \frac{2}{3} mgR + mu$$

$$m\sqrt{2gR} - u = \frac{2}{3} mgR + mu^2$$

$$u^2 = \sqrt{2gR}u + \frac{2}{3}gR$$

$$m\cancel{v_0} + M \cdot 0 = (m+M)u \quad M = (\sqrt{3}-1)m$$

2. Перед тем как столкнуться со стеной  $\approx$

$m$

$$3. P = (m+M)g = \sqrt{3} \cdot 10m$$

$$u = \frac{\frac{2}{3}mgR}{m \cdot \sqrt{2gR}} = \frac{\sqrt{2gR}}{3}$$

$$M = \frac{m\cancel{v_0}}{u} - m = m \left( \frac{\cancel{v_0}}{u} - 1 \right) = m(3-1) = 2m$$

$v_{\max}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$mgR = \frac{2}{3} mgR + \frac{Mu^2}{2}$$

$$Mu^2 = \frac{2}{3} mgR$$

$$M = \frac{\frac{2}{3} mgR}{u^2}$$

$$m v_0 = (M+m) u$$

$$M = \frac{m v_0 - m u}{u} = \frac{m v_0}{u} - m = m \left( \frac{v_0}{u} - 1 \right) = m(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{ЗСЭ: } mgR = \frac{2}{3} mgR + \frac{Mu^2}{2}$$

$$Mu^2 = \frac{2}{3} mgR$$

$$m v_0 = (M+m) u$$

$$u = \frac{m v_0}{M+m}$$

$$M \frac{m v_0}{M+m} = \frac{2}{3} mgR$$

$$\frac{M v_0}{M+m} = \frac{2}{3} gR$$

$$\frac{M}{M+m} = \frac{\frac{2}{3} gR}{\sqrt{2} gR} = \sqrt{\frac{2}{9}}$$

$$m v_0 = (M+m) u$$

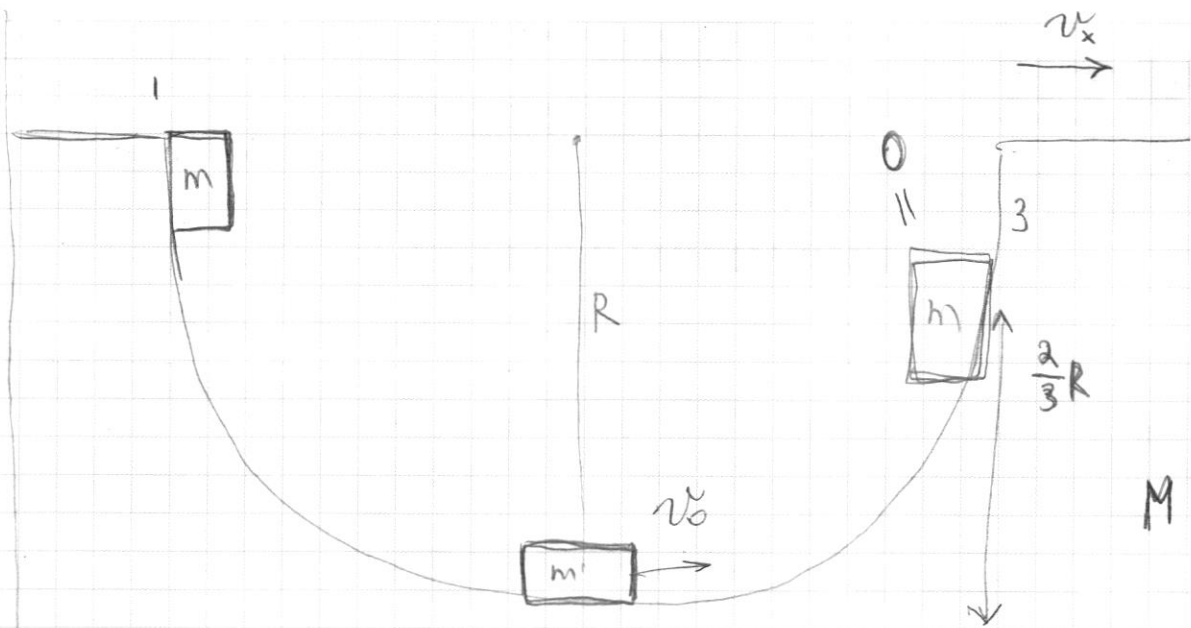
$$m v_0 = M u + m u$$

$$m \sqrt{2} gR = \frac{1}{3} \frac{mgR}{u^2} + m u$$

$$\text{ЗСЭ: } m v_0 = (m+M) u$$

$$2) u_{\max} = \sqrt{\frac{2}{3} gR}$$

$$\text{ЗСЭ } u_{\max} = \frac{m u^2}{2} + mgR =$$



ЗСЭ 1:  $mgR = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{2}{3}mgR + \frac{mv_x^2}{2} + \frac{Mv_x^2}{2} =$

ЗСМ:  $m v_0 = M v_x$

со стенок:  $v_x = \frac{m v_0}{M}$

$\downarrow$   $mgR = \frac{m v_0^2}{2} = \frac{2}{3}mgR + \frac{m v_x^2}{2}$

$\sim \frac{1}{3}mgR = \frac{m v_x^2}{2}$

$v_x = \sqrt{\frac{2}{3}gR} = v_{\text{спуска}}$

есть от 2 брусков

$v_0 = \sqrt{2gR}$

$mgR = \frac{m v_0^2}{2}$

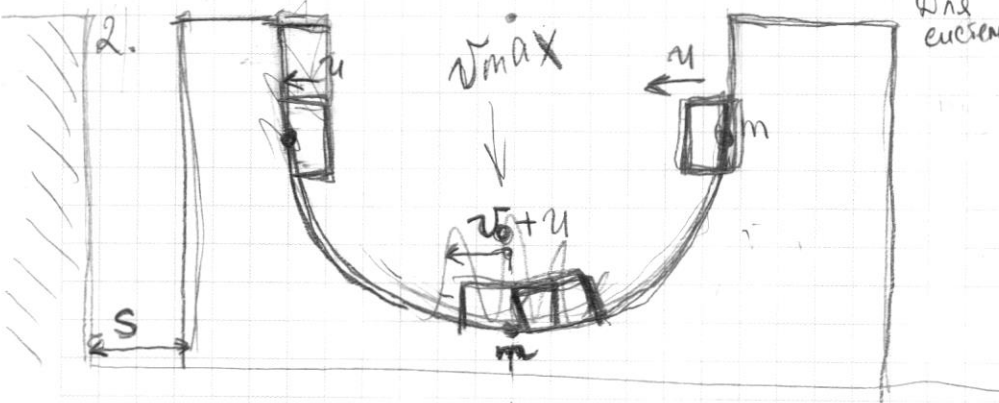
$v_0 = \sqrt{2gR}$

ЗСМ:  $m v_0 = M v$

1.  $M = \frac{m v_0}{v} = \frac{m \sqrt{2gR}}{\sqrt{\frac{2}{3}gR}} = \sqrt{3} m$

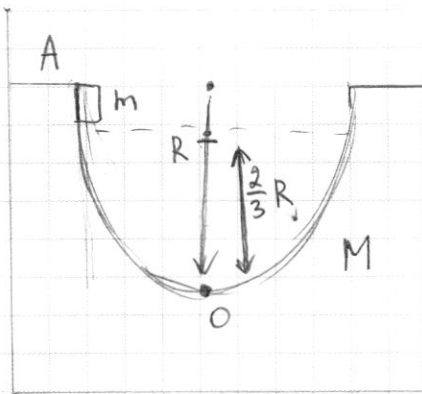
Макс бруска перед столкновением со стенкой

Для системы:



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.



Дано:  $R$   $v_0 = 0$   $m$   $M = \frac{2R}{3}$

Найти:  $M$ ,  $v_{\max}$ ,  $P$  при  $v_{\max}$  - ?

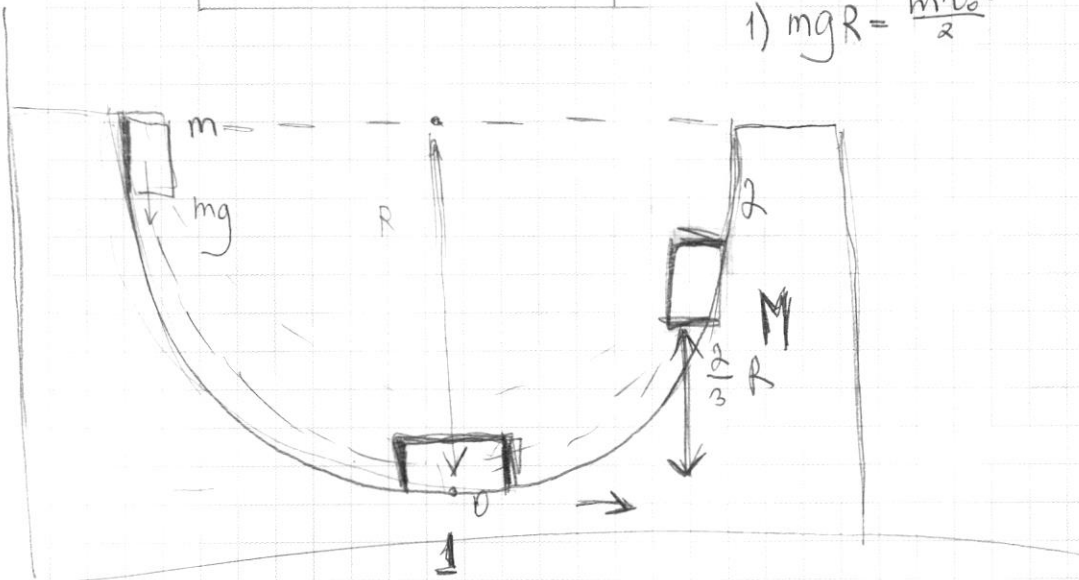
Решение:

ЗСЭ отн 0:

$$mgR = mg \frac{2}{3} R + \frac{mv^2}{2}$$

$$2) \quad mgR = mg \frac{2}{3} R + \frac{mv^2}{2}$$

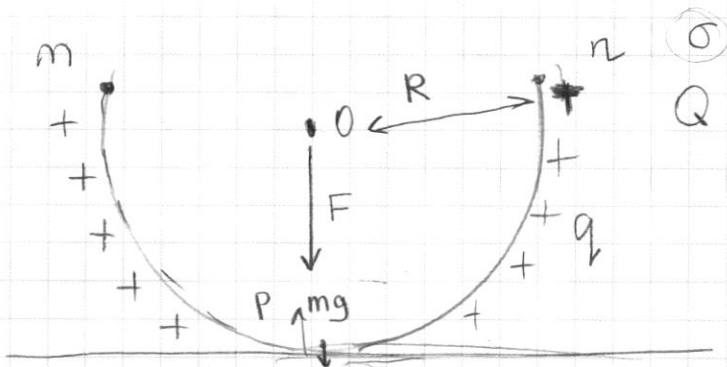
$$1) \quad mgR = \frac{mv^2}{2}$$



$$\begin{array}{r} 400 \\ - 140 \\ \hline 260 \\ - 24 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 65 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 13 \end{array}$$



5.



$$F_k = k \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

Решение:

$$1) A_1 - ? \quad E = A_1 = k \frac{Q \cdot q}{R^2}$$

2) P - ?

$$n = \frac{\pi R^2}{2} \cdot 2TR \cdot \sigma$$

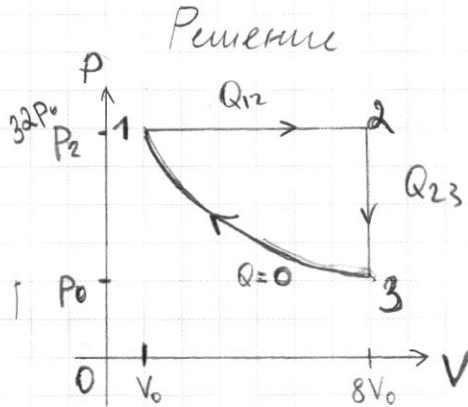
$$1) A_1 = k \frac{Q \cdot q}{R^2} \cdot \pi R \cdot \sigma = \frac{Q \cdot q \cdot \pi \cdot \sigma}{R}$$

$$2) P = mg + F_k = mg + \frac{Q \cdot q \cdot \sigma \pi}{R}$$

2.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. Дано:  
 $i=3$   
 $p_1, V_1$   
 $\eta=?$   
 $pV^{\frac{5}{3}} = \text{const}$



$$p_1(8V_0)^3 = p_2 V_0$$

$$p_1(8V_0)^{\frac{5}{3}} = p_2 V_0^{\frac{5}{3}}$$

$$p_2 = 8^{\frac{5}{3}} p_1 = 32 p_1$$

93

12:  $Q_{12} = \Delta U + A =$   
 $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} p_2 7V_0$   
 По ур. Менгелюна:  $\nu R T_1 = p_1 V_0$   
 $\nu R T_2 = p_2 8V_0$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 35 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} 7 p_2 V_0 + 7 p_2 V_0 = \frac{5}{2} \cdot 7 p_2 V_0 = \frac{35}{2} p_2 V_0 \quad T_2 > T_1 \Rightarrow Q_{12} \text{ - нагревание}$$

23:  $Q_{23} = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{i}{2} (p_2 - p_1) 8V_0 = \frac{3}{2} (31 p_0) 8V_0 =$

$$\eta = \frac{Q_{12} - Q_{23}}{Q_{12}} = 1 - \frac{Q_{23}}{Q_{12}} = 1 - \frac{\frac{3}{2} \cdot 31 \cdot 8 p_0 V_0}{\frac{35}{2} \cdot 32 p_0 V_0} = \frac{3 \cdot 31}{35 \cdot 4} = \frac{93}{140}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ - 93 \\ \hline 47 \end{array}$$