

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

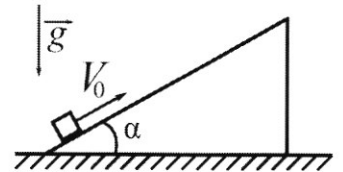
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

- 1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.
- 2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопrotивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

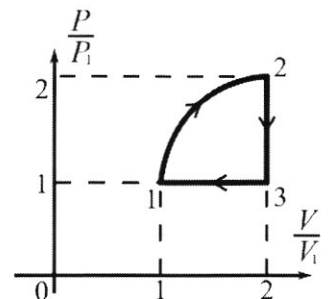
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?
- 2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

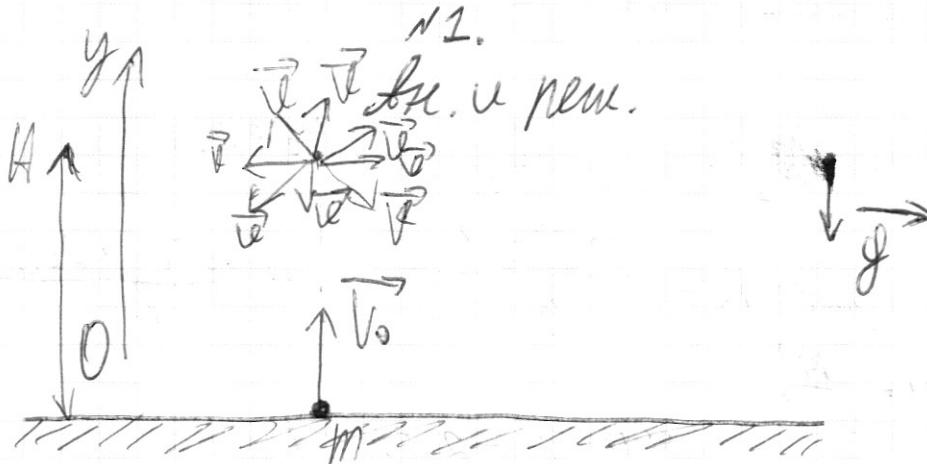
$$H = 65 \text{ м}$$

$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$V_0 - ?$$

$$K - ?$$



$$1) H = \frac{V_0^2 - 0^2}{2g} \Rightarrow V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10\sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 36,06 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (1)$$

2) Пусть V - скорость осколков сразу после взрыва, α_0 - угол между положительной частью оси Oy и скоростью осколка (см. рис), τ_0 - время падения осколка на землю

$$Oy: H = -V \cdot \cos \alpha_0 \cdot \tau_0 + \frac{g \tau_0^2}{2} \Rightarrow g \tau_0^2 - 2V \cdot \cos \alpha_0 \tau_0 - 2H = 0 \quad (2)$$

Решим уравнение относительно τ_0 :

$$D = 4V^2 \cdot \cos^2 \alpha_0 + 8gH$$

$$\tau_0 = \frac{2V \cos \alpha_0 + \sqrt{4V^2 \cos^2 \alpha_0 + 8gH}}{2g} = \frac{V \cdot \cos \alpha_0 + \sqrt{V^2 \cos^2 \alpha_0 + 2gH}}{g} \quad (3)$$

Заметим, что чем больше $\cos \alpha_0$, тем больше τ_0 \Rightarrow наибольшее время падения достигается при $\alpha_0 = 0$

$$\tau_0 = \frac{V + \sqrt{V^2 + 2gH}}{g}$$

~~Handwritten scribbles at the top of the page.~~

(3) \Rightarrow наибольшее время падения достигается при $\alpha_0 = 0^\circ$ и наименьшее - при $\alpha_0 = 180^\circ \Rightarrow t = \frac{v \pm \sqrt{v^2 \pm 2gh}}$

$$\frac{\sqrt{v^2 + 2gh} - v}{g} = \frac{2v}{g} \Rightarrow v = \frac{gE}{2} \quad (4)$$

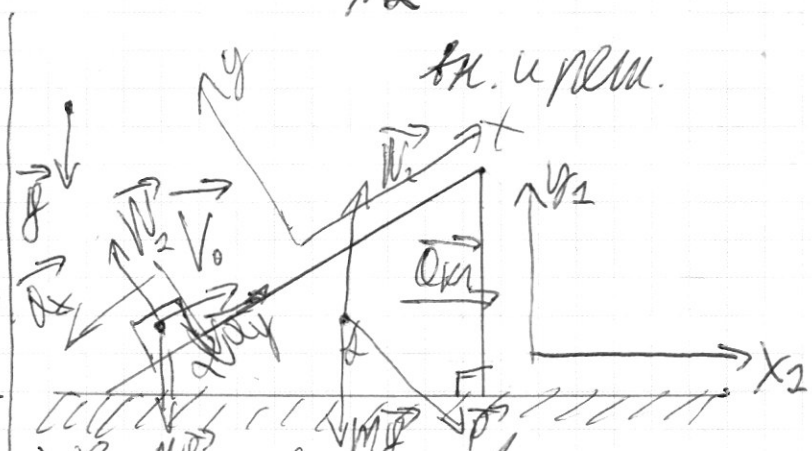
$$K = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \dots + \frac{m_n v^2}{2} = (m_1 + m_2 + \dots + m_n) \frac{v^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \quad (5)$$

(4) в (5) едм. укл: $K = \frac{mg^2 t^2}{8} = \frac{2 \text{ кг} \cdot 100 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 100 \text{ с}^2}{8} =$

$$= \frac{20000 \text{ кг} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{8} = 2500 \text{ Дж} = 2,5 \text{ кДж}$$

Ответ: $v_0 \approx 30,06 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $K = 2,5 \text{ кДж}$

Дано:
 $\alpha = 30^\circ$
 $v_0 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $m_1 = m_2 = m$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $H - ?$
 $v - ?$



1) На клин действуют 2 силы: сила тяжести и сила реакции клина; на клин действуют 3 силы: сила тяжести, сила реакции со стороны поверхности и вес шайбы.

$Ox: ma_x = mg \cdot \sin \alpha \Rightarrow a_x = g \cdot \sin \alpha \quad (2)$

~~Handwritten scribbles at the bottom of the page.~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$\mu \cdot \sin^2 \alpha$~~ $Oy: m a_y = m g \cdot \cos \alpha - N_1$ (2)

~~$(2) \text{ и } (3) \text{ или } (4)$~~ $Ox_2: m a_{x1} = P \cdot \sin \alpha$ (3)

по 3-му закону Ньютона $P = N_2$ (4)

Шарики не отрываются от клина $\Rightarrow a_y$ - проекция $a_{кл}$
на ось $Oy \Rightarrow a_y = a_{кл} \cdot \sin \alpha$ (5)

(1) в (5) в (2) или (4)

~~$m \cdot \frac{P \cdot \sin \alpha}{m} = m g \cdot \cos \alpha - P$~~ $\Rightarrow P \cdot \sin \alpha = m g \cdot \cos \alpha$

~~$m \cdot \frac{P \cdot \sin^2 \alpha}{m} = m g \cdot \cos \alpha - P$~~ $\Rightarrow P \cdot (\sin^2 \alpha + 1) = m g \cdot \cos \alpha$

$P = m g \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha + 1}$ (6)

$Oy_2: A = \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2 - 0^2}{2(a_x \cdot \cos \alpha + a_y \cdot \sin \alpha)}$ (7)

(6) в (7) или (2) в (7) или (4)

$A = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2(g \cdot \sin^2 \alpha + \frac{P \cdot \sin^2 \alpha}{m} - \cos \alpha)}$ $= \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2(g \cdot \sin^2 \alpha + \frac{g \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 1} - \cos \alpha)}$

$= \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g \cdot \sin^2 \alpha (1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 1} - \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha + 1})}$ $= \frac{v_0^2 \cdot (\sin^2 \alpha + 1)}{2g \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha + 1 + \cos^2 \alpha - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + 1}}$

$= \frac{v_0^2 \cdot (\sin^2 \alpha + 1)}{2g \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{2 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + 1}}$ $= \frac{v_0^2 \cdot (\sin^2 \alpha + 1)^2}{2g \cdot \sin^2 \alpha \cdot (2 - \cos \alpha)}$

$= \frac{v_0^2 \cdot (\frac{7}{9} + 1)^2}{2g \cdot \frac{7}{9} \cdot (2 - \frac{1}{3})}$ $= \frac{v_0^2 \cdot \frac{16}{81}}{2g \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{3}}$ $= \frac{v_0^2 \cdot \frac{16}{81}}{2g \cdot \frac{35}{27}}$ $= \frac{v_0^2 \cdot \frac{16}{81}}{g \cdot \frac{35}{13.5}}$ $= \frac{v_0^2 \cdot \frac{16}{81}}{g \cdot 2.575}$

$= \frac{v_0^2 \cdot \frac{16}{81}}{9.8 \cdot 2.575}$ $= \frac{v_0^2 \cdot \frac{16}{81}}{25.245}$ $= \frac{v_0^2 \cdot 0.1975}{25.245}$ $= 0.007825 v_0^2$

$M = 0.125 M = 12.5 \text{ г}$ (8)

2) Время t - время, которое шарик пролетит в воздухе

$$0y_2: v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{(a_x \cdot \sin \alpha \cdot t) + (a_y \cdot \cos \alpha) t^2}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$t = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g \cdot \sin^2 \alpha + g \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g \sin^2 \alpha (1 + \cos^2 \alpha)}$$

$$= \frac{2v_0}{g \sin \alpha} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{2v_0 \cos \alpha}{g \sin \alpha} \quad (9)$$

$$V = a_{x1} \cdot t \quad (20)$$

$$(6) \text{ в } (9) \text{ и } (9) \text{ в } (20) \text{ едн. уел: } V = \frac{P \cdot \sin \alpha}{m} \cdot \frac{2v_0 (\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)}{g \sin \alpha} =$$

$$= \frac{mg \cos \alpha \cdot v_0 (\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)}{(\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) mg} = v_0 \cdot \cos \alpha = 2 \frac{m}{c} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1,732 \frac{m}{c}$$

$$V_{\text{max}}: A = 12,5 \text{ м; } V \approx 1,732 \frac{m}{c}$$

нн

Дано:

$\mu = 2 \text{ мм}$

$i = 3$

T_2

R

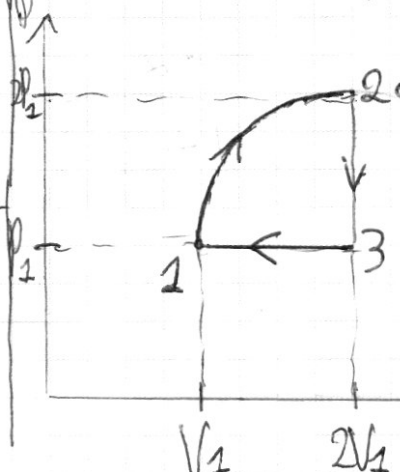
$Q_2?$

$A_r?$

$\eta?$

Ан. и релм.

Перемычка график в координатах $P(V)$:



2) Как найти график 1-2 - график графика окружности

$$A_r = A_{12} + A_{23} + A_{31} = \frac{\pi}{4} \cdot (2V_2 - V_2) \cdot (2P_2 - P_2) + (2V_2 - V_2) \cdot (P_2 - 0) + 0 - (2V_2 - V_2) \cdot (P_2 - 0) = \frac{\pi}{4} \cdot P_2 V_2 = \frac{\pi}{4} \sqrt{R T_2} (1)$$

$$Q_2 = A_{12} + \mu U_{12} = \frac{\pi}{4} P_2 V_2 + P_2 V_2 + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = P_2 V_2 \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right)$$

$$\epsilon \frac{3}{2} (4P_2V_2 - P_2V_2) = P_2V_2 \left(\frac{\pi}{4} + 4 + \frac{9}{2} \right) = \left(\frac{\pi}{4} + 5,5 \right) P_2V_2 = \left(\frac{\pi}{4} + 5,5 \right) \nu R T_2 \quad (2)$$

$$\eta = \frac{A_{\Gamma}}{Q_2} = \frac{\frac{\pi}{4} \nu R T_2}{\left(\frac{\pi}{4} + 5,5 \right) \nu R T_2} = \frac{\pi}{\pi + 22} \approx 12,5\%$$

Объем: $A_{\Gamma} \approx 0,785 \nu R T_2$; $Q_2 \approx 6,285 \nu R T_2$; $\eta \approx 12,5\%$.

№ 3(2)
реш.

Дано:

$R = 1,2 \text{ м}$
 $v_0 = 3,7 \text{ м/с}$
 $m = 0,4 \text{ кг}$
 $\mu = 0,9$
 $\alpha = \frac{\pi}{6}$

$P = ?$
 $v_m = ?$
 $\gamma = 20 \text{ м/с}^2$

$N = m \cdot a_y \Rightarrow N = \frac{mv^2}{R} \quad (3)$
 (2) и (3) в (2) есм. ур.

1) Модель автомобиля не падает вниз за счет силы трения колес, направленной вертикально вверх; сила ~~тяжести~~ ~~каждого~~ ~~двигателя~~ по направлению скорости автомобиля, и центробежная сила.

N и F_{Γ} направлены \perp по движению \Rightarrow
 $P = \sqrt{N^2 + F_{\Gamma}^2} \quad (2)$
 $F_{\Gamma} = m \mu \quad (2)$

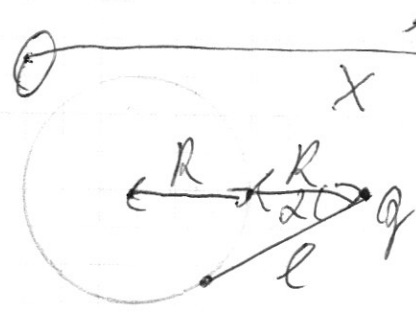
$$P = \sqrt{m^2 \gamma^2 + \frac{m^2 v^4}{R^2}} = m \sqrt{\gamma^2 + \frac{v^4}{R^2}} = m \sqrt{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^4} + \frac{2874,76 \frac{\text{м}^4}{\text{с}^4}}{2,4^2 \text{ м}^2}}$$

$$= 0,4 \text{ кг} \cdot \sqrt{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^4} + 130,2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^4}} \approx 0,4 \text{ кг} \cdot 25,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 6,08 \text{ Н}$$

Объем: $P = 6,08 \text{ Н}$

№ 5.
реш.

Дано:
 Q
 q
 R
 K



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 324 \overline{) 2524} \\ \underline{0, 125} \\ 2524 \\ \underline{634} \\ 5028 \\ \underline{1312} \end{array}$$

$$1225 = 35^2$$

$$2296 = 36^2$$

$$\begin{array}{r} 324 \overline{) 25,24} \\ \underline{12,52} \\ 2524 \\ \underline{634} \\ 5028 \\ \underline{1312} \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{v}{v_2} - 2} + \frac{p}{p_2} - 1 = 1$$

$$\begin{array}{r} 13,72 \\ \underline{12,54} \\ 0,55 \end{array}$$

$$36,2^2 = 36^2 + 2 \cdot 36 \cdot 0,2 + 0,02 = 2296 + 72 + 0,02 =$$

$$= 2303,22$$

$$\begin{array}{r} 1,5708 \\ \underline{0,7854} \end{array}$$

$$36,05 = 36^2 + 2 \cdot 36 \cdot 0,05 + 0,0025 = 0,785$$

$$\begin{array}{r} 3,24 \overline{) 4} \\ \underline{} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,57 \overline{) 2} \\ \underline{} \end{array}$$

$$\left(\frac{v}{v_2} - 2\right)^2 + 2299,6025$$

$$+ \left(\frac{p}{p_2} - 1\right)^2 = 1 \quad 36,06^2 = 36^2 + 4,32 + 0,0036 =$$

$$= 2300,3236$$

$$1,7^2 = 2,89$$

$$1,7^2 = 2,89$$

$$1,7^2 = 2,89$$

$$\begin{array}{r} 3,24 \overline{) 25,24} \\ \underline{2,524} \\ 0,12 \\ \underline{0,634} \end{array}$$

$$2730^2 = 2992900$$

$$2731^2 = 2730^2 + 3461 =$$

$$= 2996361$$

$$2732^2 = 2996362 + 3463 =$$

=

$$272^2 = 29800 + 340 + 1 = 29241$$

$$172^2 = 29840 + 343 = 29584$$

$$273^2 = 29584 + 345 = 29929$$

$$\begin{array}{r} 3,24 \overline{) 25,4} \\ \underline{} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,57075 \\ \underline{0,785} \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

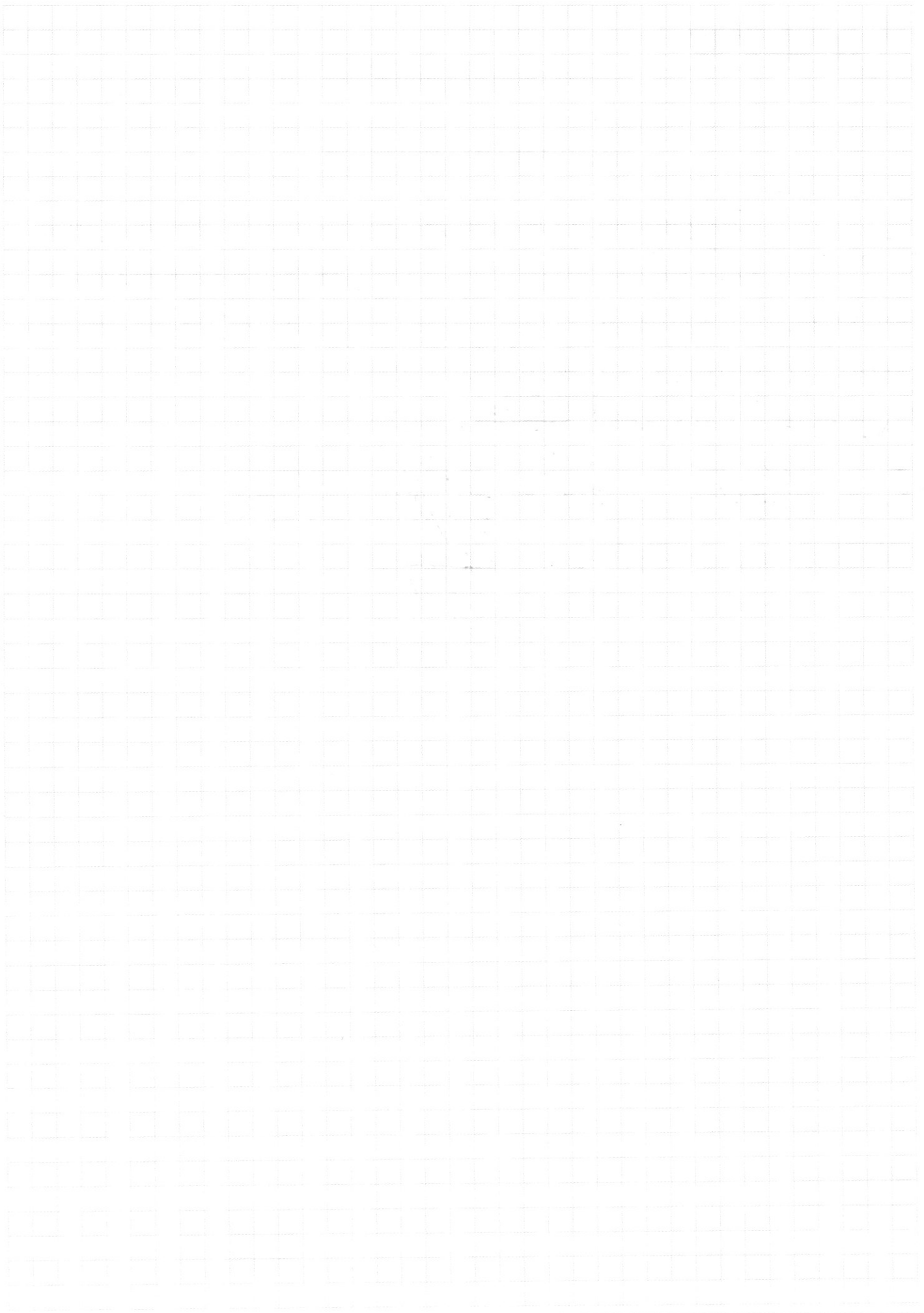
$F_1 - ?$
 $F_2 - ?$

Три тела взаимодействуют с центрами тяжести между собой
 взаимно, при этом между телами, с одной стороны сферы и
 точ. заряд, и взаимодействуют с точ. зарядом и взаимодействуют
 между собой, заряды взаимодействуют - q_0

$Q \cdot F_2 = F \cos \alpha = 1 \cdot \frac{kQq_0}{r^2} \cdot \cos \alpha =$

$2) F_2 = \frac{kQq}{0,25R^2}$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{0,25R^2}$
 №3(2)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

23025
82500
22801
224

187 1284 21100
- 14400
43416
- 18200
25216
- 14400
10816
- 22100
- 22000
2000

474
324
250
177

1369

1369
+ 2369

12324

12321
+ 8214
4207

12321
+ 8214
4207

2874161 21100

13690
- 1369

12321 | 3

4207

12321
+ 8214
4207

187, 11

$230,84 = 23084$

15

150

$152^2 = 22500 + 302 =$

$= 22802$

$1524 = 608$

$+ 303 = 23204$

12321
+ 8214
4207

2369

2874161 | 21100
- 14400

44416
- 43200

121610
- 115200

64200
- 57600

65000



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)