

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

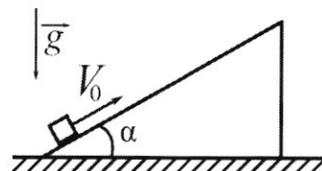
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

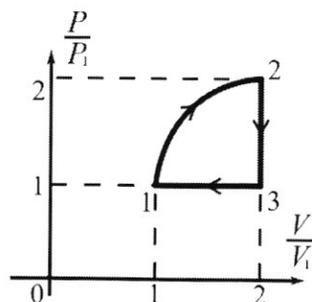
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.

Ответ: 1) $v_0 = 36,2 \text{ м/с}$.

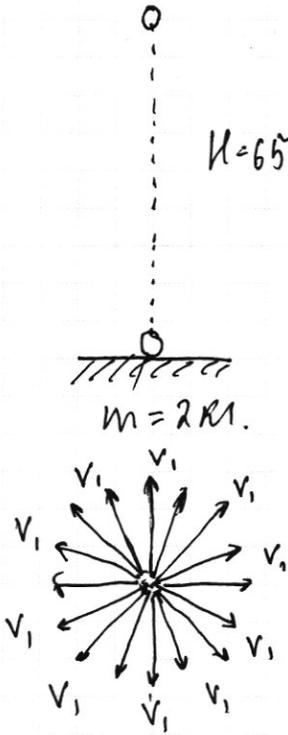
1) По ЗСЭ:

2) $\sum E_k = 2500 \text{ Дж}$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH.$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{20 \cdot 65} \approx 36,2 \text{ м/с}.$$

$H = 65 \text{ м}$.



2) Время падения осколков - разность между временем падения самого первого и самого последнего осколка. Самый первый упадет осколок, который летит вниз, последний - который летит вверх.

$\tau = 10 \text{ с}$.



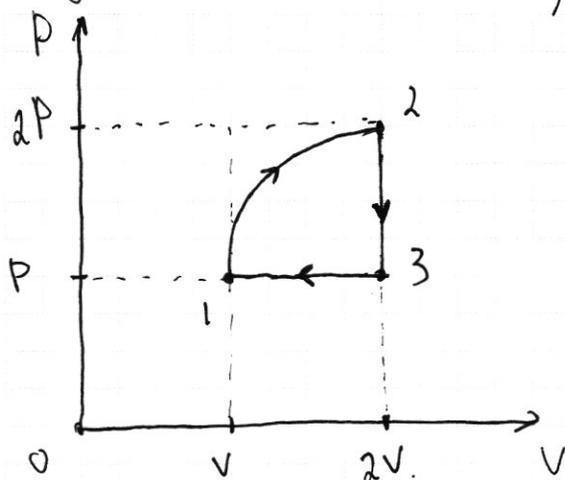
Первый осколок пролетит через время t_1 , начав на высоте H со скоростью v_1 вниз. Последний пролетит от точки начала вверх до ~~конца~~ ^{верха} и от ~~конца~~ ^{верха} до точки начала за время $2t_2$, от начала до земли за время t_1 , т.к. будет двигаться на высоте H со скоростью v_1 вниз, как первый.

$2t_2 + t_1 - t_1 = \tau$ $t_2 = 5 \text{ с}$ $g = \frac{v_1}{5}$ $v_1 = 50 \text{ м/с}$ $\sum E_k = \frac{2 \cdot 2500}{2} = 2500$

Задача 4.

$$pV = \nu R T_1.$$

Ответ:



$$1) Q = \frac{(\pi + 22)\nu R T_1}{4}$$

$$2) A = \frac{\pi \nu R T_1}{4}$$

$$3) \eta = \frac{\pi}{22 + \pi}.$$

1) A_{12} - работа цикла, геометрически это площадь графика 1-2-3-1.

$$A_{12} = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi \cdot p \cdot V}{4} = \left[\frac{\pi \nu R T_1}{4} \right]$$

$$2) Q_{12}^+ = A_{12}^+ + \Delta U_{12}^+$$

$$Q_{23}^- = \cancel{A_{23}^-} + \Delta U_{23}^-$$

$$Q_{31}^- = A_{31}^- + \Delta U_{31}^-$$

В точке 2 температура равна из перепада:

$$\frac{pV}{T_1} = \frac{4pV}{T_2} \Rightarrow T_2 = 4T_1$$

А в точке 3: $\frac{pV}{T_1} = \frac{2pV}{T_3} \Rightarrow T_3 = 2T_1.$

$$A_{12}^+ + A_{31}^- = A_{12}.$$

$$A_{12}^+ = A_{12} - A_{31}^- = \frac{\pi \nu R T_1}{4} + pV = \frac{\pi \nu R T_1}{4} + \nu R T_1 = \frac{(\pi + 4)\nu R T_1}{4},$$

Тогда $Q_{подогр} = Q_{12} = \frac{(\pi + 4)\nu R T_1}{4} + \frac{3}{2}\nu R(4T_1 - T_1) =$

$$= \frac{(\pi + 4)\nu R T_1 + 18\nu R T_1}{4} = \frac{(\pi + 22)\nu R T_1}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \eta = 1 - \frac{Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{11 \nu R T_1 \cdot 2}{2 (\pi + 22) \nu R T_1} = 1 - \frac{22}{\pi + 22} = \frac{\pi}{\pi + 22}$$

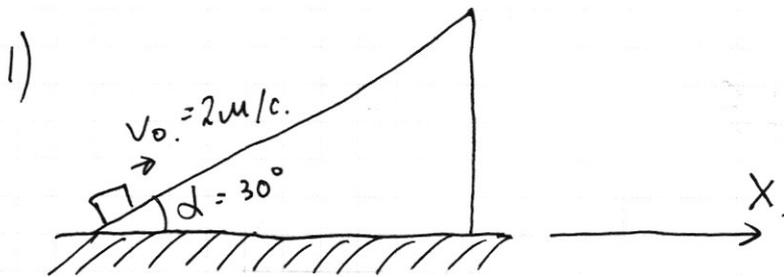
$$Q^+ = Q_{12} = \frac{(\pi + 22) \nu R T_1}{4}$$

$$Q^- = Q_{23} + Q_{31} = P\nu + \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_3) =$$

$$= \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R \cdot 2 T_1 = \frac{11 \nu R T_1}{2}$$

Задача 2.

Ответ: 1) $H = 0,125 \text{ м}$
2) $v = \frac{8\sqrt{3}}{4} \text{ м/с}$



Шайба достигнет максимальной высоты, когда перестанет двигаться относительно клина, то есть, скорости клина и шайбы будут одинаковы относительно земли ^(по оси x). Запишем ЗСЭ и ЗСИ для этого момента.

$$\text{ЗСИ (ох): } m v_0 \cos \alpha = 2 m u \Rightarrow u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

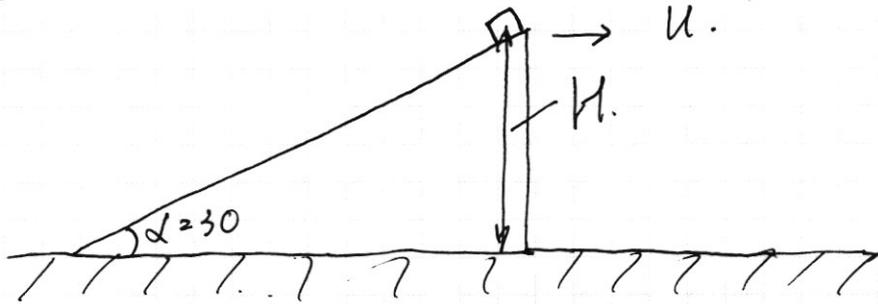
$$\text{ЗСЭ: } \frac{m v_0^2}{2} = \frac{2 m u^2}{2} + m g H$$

$$v_0^2 = 2 u^2 + 2 g H \Rightarrow H = \frac{v_0^2 - 2 u^2}{2 g} = \frac{v_0^2 - \frac{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}}{2 g} = \frac{4 v_0^2 - 2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{8 g} =$$

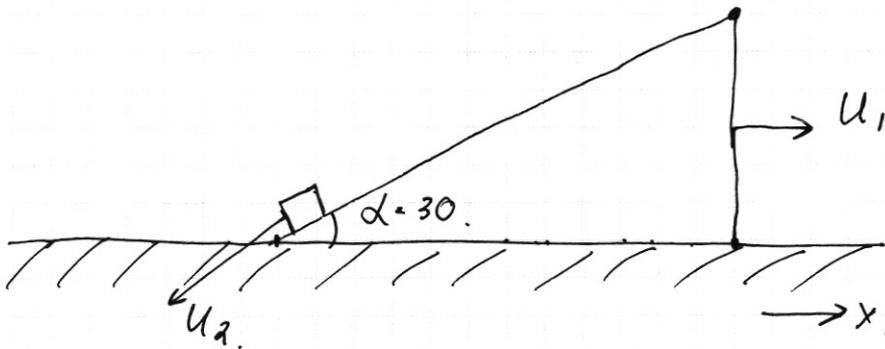
$$= \frac{4v_0^2 - 2v_0^2 \cos^2 \alpha}{8g} = \frac{2v_0^2 (2 - \cos^2 \alpha)}{8g} = \frac{2 \cdot v_0^2 (2 - \frac{3}{4})}{4g} = \frac{v_0^2 \cdot 5}{4g \cdot 4} =$$

$$= \frac{4 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}}{4 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot 2} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ м.}$$

2)



(предположим, что после съезда, блок движется направо, а шайба влево).



(скорости отн. земли)

Затем же ЗСЧ и ЗСЭ.

$u_1 = ?$

Ох: $2mu = m u_1 - m u_2 \cos \alpha$. (ЗСЧ) $\Rightarrow u_2 = \frac{u_1 - 2u}{\cos \alpha}$

$mgH + \frac{2mu^2}{2} = \frac{m u_1^2}{2} + \frac{m u_2^2}{2}$. (ЗСЭ)

~~$2gH + 2u^2 = u_1^2 + u_2^2$~~

$2gH + 2u^2 = u_1^2 + u_2^2$

$2gH + 2 \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} = u_1^2 + \frac{(u_1 - 2u)^2}{\cos^2 \alpha}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2gH + \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = u_1^2 + \frac{(u_1 - 2u)^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$u = \frac{V_0 \cos \alpha}{2} = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4gH \cos^2 \alpha + V_0^2 \cos^4 \alpha = 2u_1^2 \cos^2 \alpha + 2(u_1 - 2u)^2$$

$$10 \cdot 0,125 \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{9}{164} = 2u_1^2 \frac{3}{4} + 2(u_1 - 2u)^2$$

$$\frac{10 \cdot 3}{8} + \frac{9}{4} = u_1^2 \frac{3}{2} + 2(u_1 - 2u)^2$$

$$30 + 18 = 12u_1^2 + 16(u_1 - 2u)^2$$

$$15 + 9 = 6u_1^2 + 8(u_1 - 2u)^2$$

$$24 = 6u_1^2 + 8(u_1 - 2u)^2$$

$$12 = 3u_1^2 + 4(u_1 - 2u)^2$$

$$12 = 3u_1^2 + 4(u_1^2 - 4u_1u + 4u^2)$$

$$12 = 3u_1^2 + 4u_1^2 - 16u_1u + 16u^2$$

$$12 = 7u_1^2 - \frac{16 \cdot u_1 \sqrt{3}}{2} + \frac{16 \cdot 3}{4}$$

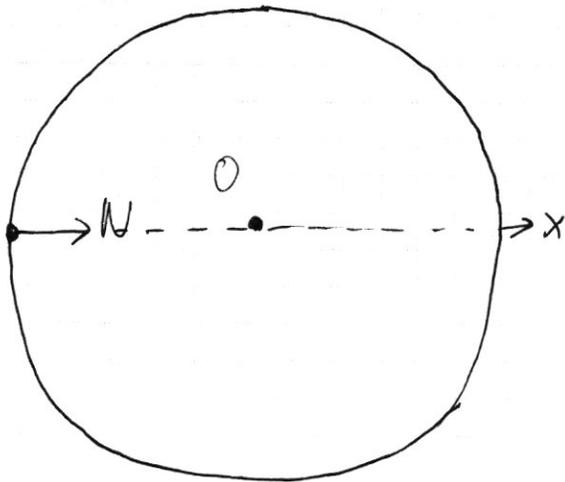
$$0 = 7u_1^2 - \frac{16\sqrt{3}u_1}{2}$$

$$7u_1 - \frac{16\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$u_1 = \frac{8\sqrt{3}}{7}$$

Задача 3.

1)



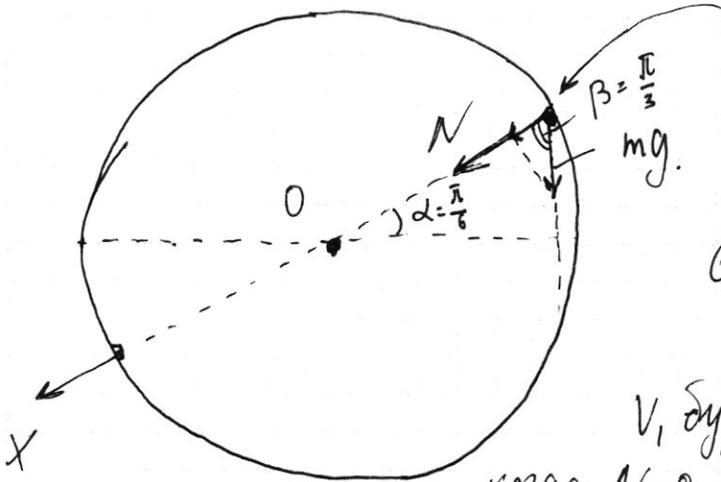
Ответ: 1) $P = 4,5 \text{ Н}$.

2) $V_{\min} \approx 3,15 \text{ м/с}$.

машинка принимает участие в движении по окружности, значит у неё должна быть центростремительная сила, её создаёт сила реакции опоры.

$$\text{ор: } N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2} = \frac{3,7^2}{3} \approx 4,5 \text{ Н}.$$

2)



Вспомогательный закон Ньютона на верхнюю точку прохождения (на ось ox)

$$\text{ор: } N + mg \cos \beta = \frac{mv_1^2}{R}.$$

v_1 будет минимальна тогда, когда $N = 0$, тк $mg \cos \beta$ - постоянная, m и R тоже.

$$mg \cos \beta = \frac{mv_1^2}{R}$$

$$v_1 = \sqrt{2gR \cos \beta}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{2}} =$$

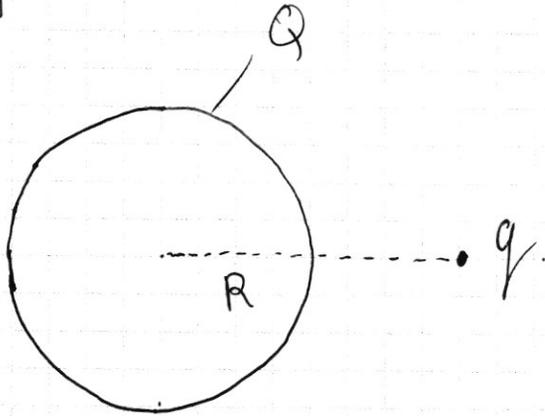
$$= \sqrt{10} \approx 3,15 \text{ м/с}.$$

Поэтому эту точку тело проходит не действует на окружность. Если скорость будет меньше, то и радиус должен уменьшиться, если больше - появится сила N .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.

1)



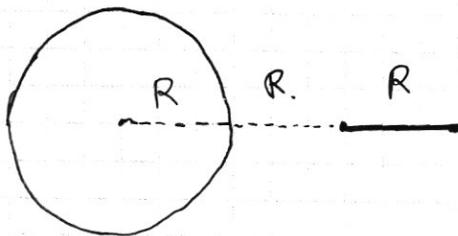
Ответ: $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$

Так как заряд q расположен вне сферы, сферу можно рассматривать как точечный заряд Q в её центре.



$$F_1 = \frac{kqQ}{(2R)^2} = \frac{kqQ}{4R^2}$$

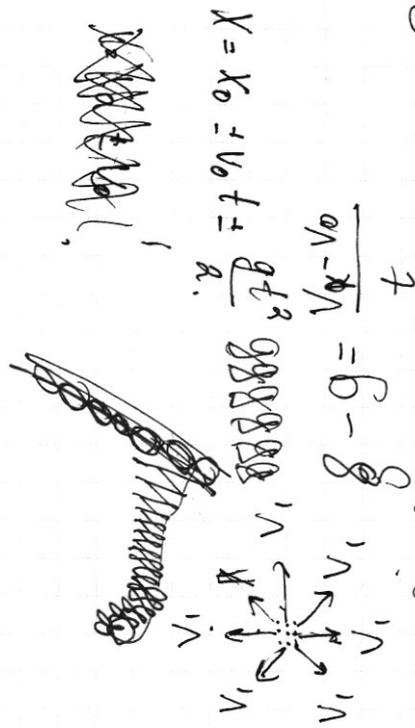
2)



$m = 2 \text{ кг}$
 $H = 65 \text{ м}$
 $L = 10 \text{ с}$

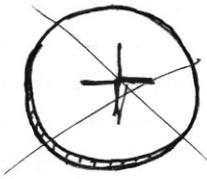
$20 \times 65 = 1300$
 $1300 + 100 = 1400$
 $\sqrt{1400} \approx 37.4$

2296



$X = X_0 + v_0 t + \frac{g t^2}{2}$
 $v_0 - g = \frac{v_0 - v_0}{t}$

$\Sigma E_k = ?$



1) $\frac{mv_0^2}{2} = \text{mg} H$

$20 \times 65 = 1200 + 100 = 1300$
 $\frac{v_0^2}{2} = g H$

$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{20 \cdot 65} = \sqrt{1300} \approx 36.1$



$\frac{mv_1^2}{2} = \text{mg} h$
 $h = \frac{v_1^2}{2g}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$A = \frac{\pi \cdot p \cdot V}{\mu}$$

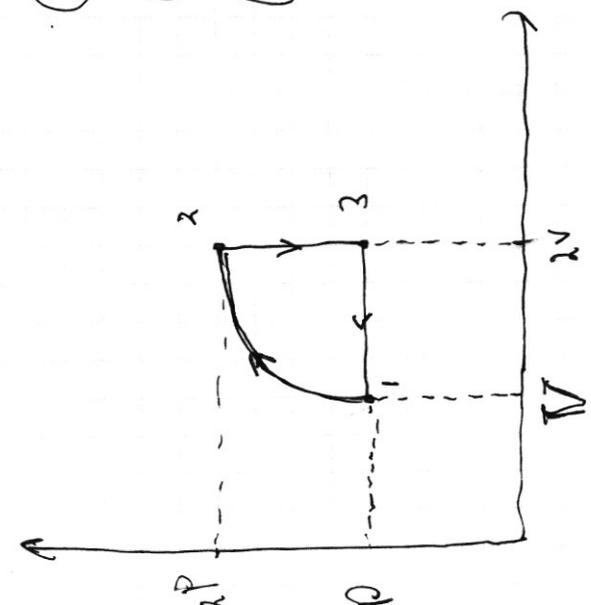
$$A_{12} = \frac{\pi p V}{\mu} + pV = \frac{\mu p V + \delta \mu p V}{\mu}$$

$$Q_{12}^+ = A_{12}^+ + \Delta U_{12}^+$$

$$Q_{23}^- = A_{23}^- + \Delta U_{23}^-$$

$$Q_{31}^- = A_{31}^- + \Delta U_{31}^-$$

$$A =$$



$$pV = \nu RT$$

$$\lambda p_{av} = \nu RT_{av}$$

$$T_{av} = 2V_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R T_1$$

$$H = \nu \left(\frac{5}{2} R T + \dots \right)$$

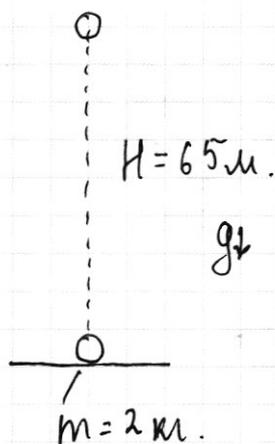
4.

~~Handwritten scribbles~~

~~Handwritten scribbles~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

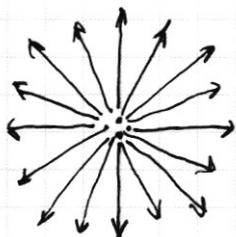
Задача 1.



1) По ЗСЭ:

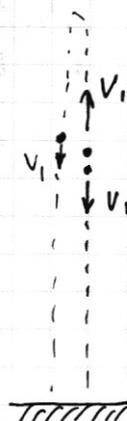
$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH.$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{20 \cdot 65} = \sqrt{1300} \approx 36,2 \text{ м/с.}$$



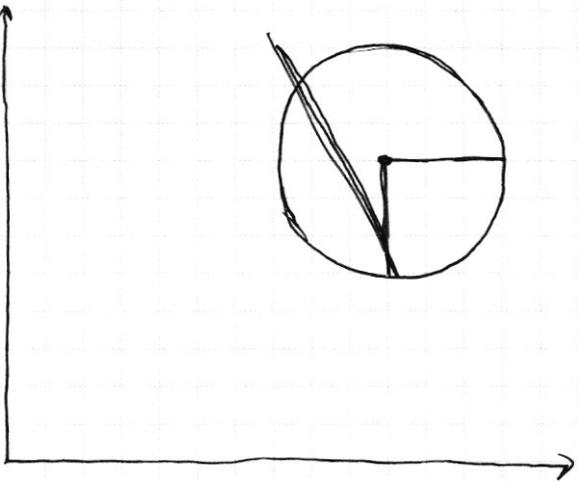
2) время падения осколков - разность между временем падения самого первого осколка и самого последнего. Самый первый упадет осколок, который полетел вниз, а самый последний - который полетел вверх.

$\tau = 10$ - время падения осколков.



Шарик, полетевший вверх, окажется в той точке, в которой произошел взрыв, со скоростью v_1 , направленной вниз.

Задача 4.

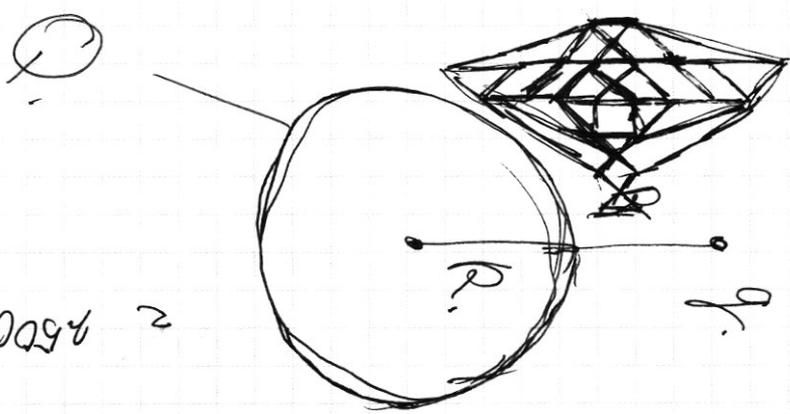


$$\frac{18}{4} \cdot \frac{9}{2}$$

$$PV + \frac{3}{2} \frac{dR}{dt} \sqrt{\pi} l^2 = \frac{5}{a} \frac{dR}{dt} \pi l^2$$

$$= 3 \frac{dR}{dt} \pi l^2 + \frac{5}{a} \frac{dR}{dt} \pi l^2$$

$$= \frac{11 \frac{dR}{dt} \pi l^2}{a}$$

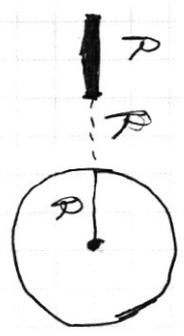
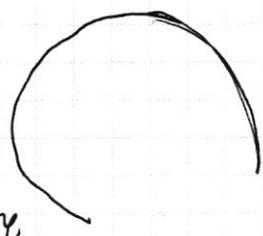


$$R \cdot 2500$$

$$2 \frac{a^2}{2} = a^2$$

$$2 \frac{a^2}{2} = a^2$$

$$2 \frac{a^2}{2} = a^2$$



$$\frac{R \cdot a}{\sqrt{R^2}}$$

$$f = \frac{g}{v_1}$$

$$v = \frac{f}{v_1}$$

~~Handwritten scribbled text, possibly containing the formula $f = \frac{g}{v_1}$.~~



$$v = 65 \text{ м}$$

$$\frac{R \cdot a \cdot v}{25R}$$

$$\frac{5R}{2}$$

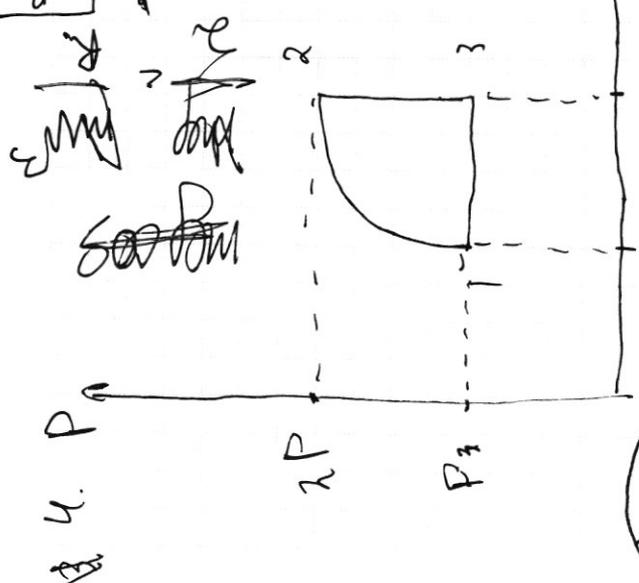
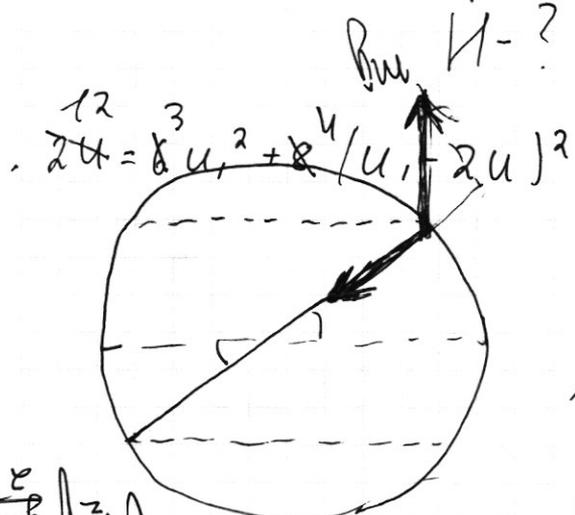
ЭВ

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v_0 = 2 \text{ м/с}$
 $\alpha = 30^\circ$

$m v_0 = 2 m u$

$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{2 m u^2}{2} + m g h$



~~$m v_0 = m v_1 + m v_2$~~
 ~~$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2}$~~

~~$v_0 \cos \alpha = v_1 \cos \alpha$~~
 ~~$v_0 = v_1$~~

$u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{v_0 \sqrt{3}}{4}$

$u^2 = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{3}{4}$

~~$12 = 3u_1^2 + 4(u_1^2 - 4u_1 u + 4u^2)$~~

~~$12 = 3u_1^2 + 4u_1^2 - 16u_1 u + 16u^2$~~

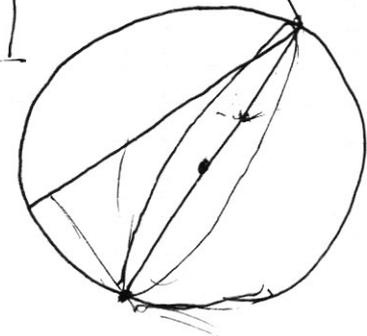
~~$7u_1^2 - 16u_1 u + 16u^2 = 12$~~

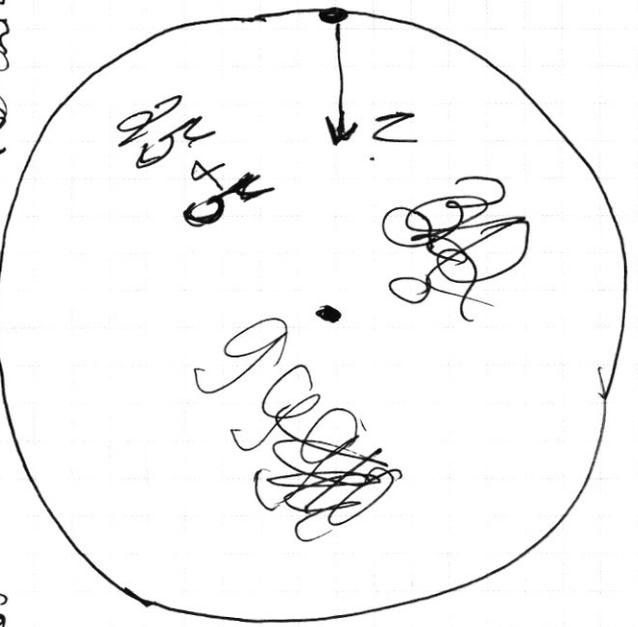
~~$7u_1^2 - 16u_1 u + 16u^2 = 12$~~

$7u_1 = 16u$

$u_1 = \frac{16u}{7} = \frac{16 \cdot \frac{v_0 \sqrt{3}}{4}}{7} = \frac{4 \cdot v_0 \sqrt{3}}{7}$

$= \frac{8\sqrt{3}}{7}$

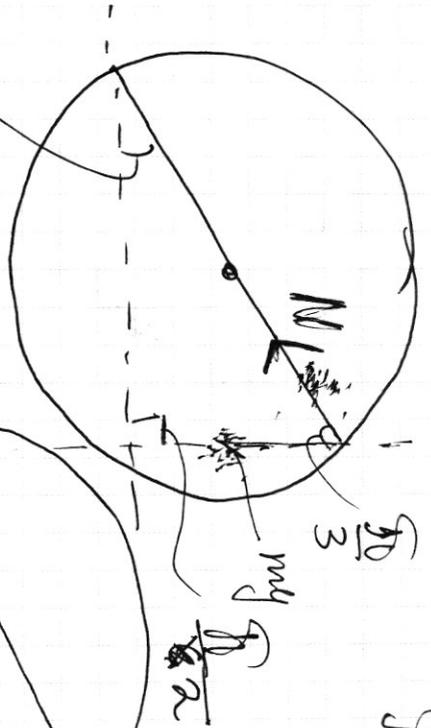




$1350 \cdot \pi$
 4400
 4550
 $u = \frac{mv^2}{R}$
 $u = 13,69 \cdot \frac{2}{5}$
 $3,74$
 $\times \frac{3,74}{259}$
 $13,69$
 $+ 111$
 $13,69$

60
30.

$\alpha = \frac{\pi}{6}$



$\pi - 180$
 $\frac{\pi}{2}$

$\frac{6}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = 2$



~~180~~
~~30~~

$N \sin \alpha = mg$
 $N \cos \alpha = \frac{mv^2}{R \cdot \cos \alpha}$

