

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой  $m=1\text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T=3\text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K=1800\text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau=10\text{ с}$ .

1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.  
Через какое время после взрыва первый осколок упадёт на землю?

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту

$H = 0,2\text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

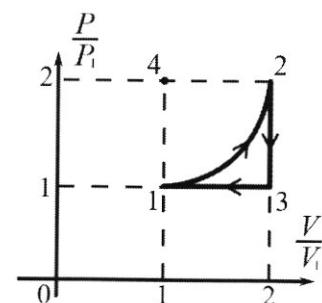
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha=45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu=0,8$ , радиус сферы  $R=1\text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

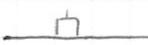
н 1.



Пусть скорости всех осколков по величине равны  $v$ .

Тогда кин. энергия кусочка с массой  $m_i$  равна  $K_i = \frac{m_i v^2}{2}$

Если просуммировать энергию каждого кусочка, получится  
кин. полная энергия  $K = \frac{mv^2}{2}$ , откуда  $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = 60 \text{ м/с}$



Очевидно, первым упадет осколок, полетевший вертикально

вниз, а последним - вертикально вверх. Для первого:

$$H = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}, \quad t_1 = \frac{\sqrt{v^2 + 2gH} - v}{g}$$

$$\text{Для второго } H + vt_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0, \quad t_2 = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$$\text{Разность времен } \tau = t_2 - t_1 = \frac{2v}{g}$$

Рейдерберк разрывается в высшей точке траектории, значит если его начальная скорость  $v_0$ , то  $v_0 - gT = 0$ ,  $v_0 = gT$ , и  $H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 45 \text{ м}$

$$\text{Время падения первого осколка } t_1 = \frac{\sqrt{v^2 + 2gH} - v}{g} = \frac{\sqrt{60^2 + 2 \cdot 10 \cdot 45} - 60}{10} = \frac{\sqrt{1800} - 60}{10} \text{ с}$$

$$\text{Если же использовать данные } \tau = \frac{2v}{g}, \text{ то } v = \frac{g\tau}{2} = 50 \text{ м/с}, \quad t_1 = \frac{\sqrt{1800} - 50}{10} \text{ с}$$

Т.е. если использовать данные  $K$ , то  $t_1 = (\sqrt{180} - 6) \text{ с}$ , а если использовать  $\tau$ , то ответ  $t_1 = (\sqrt{180} - 5) \text{ с}$ . Задача переопределена.

Ответ:  $H = 45 \text{ м}$ ;  $t_1 = (\sqrt{180} - 6) \text{ с}$  или  $t_1 = (\sqrt{180} - 5) \text{ с}$ .

(после дополнительных вычислений выбираем  $t_1$ )

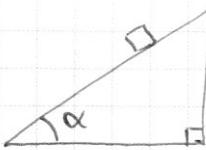
$n 2.$

$$t_1 \approx 0.7 \text{ с}$$

Когда шайба поднимается на максимальную высоту,

она останавливается относительно клина, и оба они имеют некоторую горизонтальную скорость  $v$ .

$$\text{ЗСИ в проекции на гориз. ось: } m v_0 \cos \alpha = (m+2m)v \Rightarrow v = \frac{1}{3} v_0 \cos \alpha$$



$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{9T^2}{2} = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45 \text{ м}$$

$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{3600}{1}} = 10\sqrt{36} = 60 \text{ м/с}$$

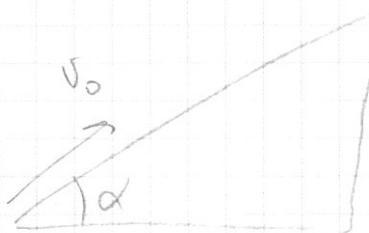
С высоты 45 м со скоростью 60 м/с вниз.

$$45 = 60t + \frac{10t^2}{2} = 60t + 5t^2$$

$$t^2 + 12t - 9 = 0$$

$$D = \sqrt{36+9} - 6 = \sqrt{45} - 6 = 3\sqrt{5} - 6 = 3(\sqrt{5} - 2) = \\ \approx 3(2,23 - 2) \approx 3 \cdot 0,23 \approx 0,7 \text{ с}$$

в 2



$$\sqrt{\frac{2}{11}} \quad 3,5^2 =$$

$$\sqrt{11} \approx 3,5 \quad \begin{array}{r} \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$mv_0 \cos \alpha = 3mu, u = \frac{1}{3} v_0 \cos \alpha = 0,2v_0$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{3m \cdot (0,2v_0)^2}{2},$$

$$v_0^2 = 2gh + 3(0,2v_0)^2 = 2gH + 0,04 \cdot 3v_0^2 \quad \begin{array}{r} \times 3,3 \\ \hline 99 \\ 99' \\ \hline 1089 \end{array} \quad 0,435 \approx 2,15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$0,88v_0^2 = 2gH; 0,44v_0^2 = gH$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \hline 0,44 \\ 3,32 \end{array}$$

$$v_0^2 = \frac{gH}{0,44} = \frac{25}{11}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ \hline 3,32 \end{array}$$

$$V = \frac{5}{\sqrt{11}} \cdot gH$$

$$\begin{array}{r} 145 \\ \hline 332 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 332 \\ \times 44 \\ \hline 1328 \\ 1328 \\ \hline 14608 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 0,44 \\ 2 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$282,50$$

$$0,4332 =$$

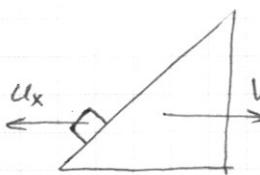
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3C9: \frac{mu_0^2}{2} = mgh + \frac{3m \cdot v^2}{2} = mgh + \frac{mu_0^2 \cos^2 \alpha}{6} \Rightarrow mu_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = 2mgh,$$

$$v_0^2 = \frac{6gh}{3 - \cos^2 \alpha} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 0,2}{3 - 0,6^2} = \frac{2}{0,5 - 0,1 \cdot 0,6} = \frac{2}{0,44} = \frac{200}{44} = \frac{50}{11} \text{ м}^2/\text{с}^2$$

$$v_0 = 5\sqrt{\frac{2}{11}} \text{ м/с} \approx 2,15 \text{ м/с}$$

Рассмотрим, когда шайба вернулась в исходную точку.



Пусть в проекции на горизонталь у шайбы скорость  $u_x$ ,

как показано на рисунке. Из ЗСИ  $m(v - u_x) = mu_0 \cos \alpha$ ,

$$u_x = v - v_0 \cos \alpha$$

$$\text{В системе отсчета клина гориз. скорость шайбы } u_x + v = 2v - v_0 \cos \alpha$$

но она движ. без отрыва, тогда можно найти вертикальную составляющую

$$\text{из условия } \frac{u_y}{u_x} = \frac{u_y}{2v - v_0 \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, u_y = 2v \operatorname{tg} \alpha - v_0 \sin \alpha$$

Нужно найти  $v_0$  где случаи равных масс аналогично п.1:

$$mu_0 \cos \alpha = 2mv; \frac{mu_0^2}{2} = mgh + \frac{2mu^2}{2}$$

$$v = \frac{1}{2} v_0 \cos \alpha; mu_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}\right) = 2mgh; v_0^2 = \frac{4gh}{2 - \cos^2 \alpha} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 0,2}{2 - 0,36} = \frac{2}{0,5 - 0,09} = \frac{2}{0,41} = \frac{200}{41} \text{ м}^2/\text{с}^2; v_0 = 10\sqrt{\frac{2}{41}} \text{ м/с}$$

$$u u_y = 2v \operatorname{tg} \alpha - v_0 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\text{Далее запишем ЗСИ: } \frac{mu_0^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{m(u_x^2 + u_y^2)}{2}$$

$$u_{02}^2 = v^2 + (v - v_0 \cos \alpha)^2 + (2v \operatorname{tg} \alpha - v_0 \cos \alpha \sin \alpha)^2$$

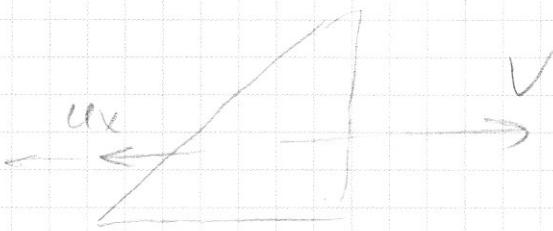
$$u_{02}^2 = v^2 + v^2 + v_{02}^2 \cos^2 \alpha - 2v \cdot v_{02} \cos \alpha + 4v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + v_{02}^2 \cos^2 \alpha - 4v \cdot v_{02} \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha$$

$$0 = 2v^2 - 2v v_{02} \cos \alpha - 4v v_{02} \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha + 4v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$0 = v^2 (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha) - v \cdot v_{02} (\cos \alpha + 2 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha) \Rightarrow v = v_{02} \cos \alpha$$

$$v = v_{02} \frac{\cos \alpha + 2 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha} = v_{02} \frac{0,6 + 2 \cdot 0,8 \cdot \frac{4}{3}}{1 + 2 \cdot \frac{16}{9}} = v_{02} \frac{0,6 + \frac{64}{3}}{1 + \frac{32}{9}} = v_{02} \frac{5,4 + 19,2}{9 + 32} = v_{02} \frac{24,6}{41} = \frac{24,6}{41} v_{02}$$

$$\approx 0,6 v_{02} = 6 \sqrt{\frac{2}{41}} \text{ м/с}$$



$$mU_0 \cos \alpha = mU - mu_x$$

$$u_x = U - U_0 \cos \alpha$$

$$(2U - U_0 \cos \alpha) \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2U \operatorname{tg} \alpha - U_0 \sin \alpha = u_y$$

$$\frac{mu_0^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{m(u_x + u_y)^2}{2}$$

~~$$u_0^2 = U^2 + U^2 + U_0^2 \cos^2 \alpha - 2U U_0 \cos \alpha + 4U^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + U_0^2 \sin^2 \alpha - 4U U_0 \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha$$~~

$$2U^2 + 4U^2 \operatorname{tg}^2 \alpha = 2U U_0 \cos \alpha (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

$$2U^2 (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha) = 2U U_0 \cos \alpha (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

$$U = U_0 \cos \alpha$$

144, 169

$$mU_0 \cos \alpha - 2mU ; U = \frac{1}{2} U_0 \cos \alpha = 0,3U_0 \quad \begin{array}{r} 1,32 \\ \times 1,32 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\frac{mu_0^2}{2} = mgH + m \cdot 0,09U_0^2$$

$$U_0^2 = 2gH + 0,18U_0^2$$

$$\begin{array}{r} 264 \\ \times 264 \\ \hline 2904 \end{array} \sim \sqrt{1,76} \text{ м/с}$$

$$0,82U_0^2 = 2gH$$

$$U_0^2 = \frac{gH}{0,41} = \frac{2}{0,41} = \frac{200}{41} ; U_0 = 10\sqrt{\frac{2}{41}} ; U = 6\sqrt{\frac{2}{41}}$$

$$\sqrt{\frac{72}{41}}$$

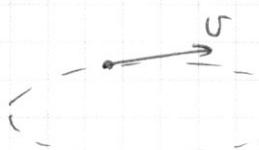
$$\begin{array}{r} 72 \mid 41 \\ 41 \mid 1,76 \\ 310 \\ 289 \\ 230 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ * 132 \\ \hline 264 \\ 396 \\ 132 \\ \hline 17424 \end{array}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ:  $v_0 = 5 \sqrt{\frac{2}{11}} \text{ м/с} \approx 2,15 \text{ м/с}$ ,  $v = 6 \sqrt{\frac{2}{41}} \text{ м/с} \approx 1,32 \text{ м/с}$ .

№ 3.



- 1) Сила, действующая со стороны модели на сферу, равна  $2mg$ , где  $m$  - масса автомобиля.

В проекции на скорость (но касат. к траектории) сила не действует, т.к. в ином случае машина имела бы ускорение в проекции на это направление, а действуют на нее только полная сила реакции и сила тяжести, имеющая касательную проекцию на это направление.

Тогда полная сила реакции  $2mg$  направл. перпендикулярно скорости. Её вертик. проекция равна силе тяж.  $mg$ , тогда горизонтальное

$F_x = \sqrt{(2mg)^2 - (mg)^2} = mg\sqrt{3}$  - эта сила обеспечивает нормальное ускорение, которое совпад. с полным ускорением модели  $a = \frac{F_x}{m} = g\sqrt{3} \approx 17,3 \text{ м/с}^2$

2)

В проекции на вектор скорости движения

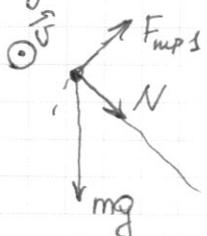


В этом случае в проекции на скорость

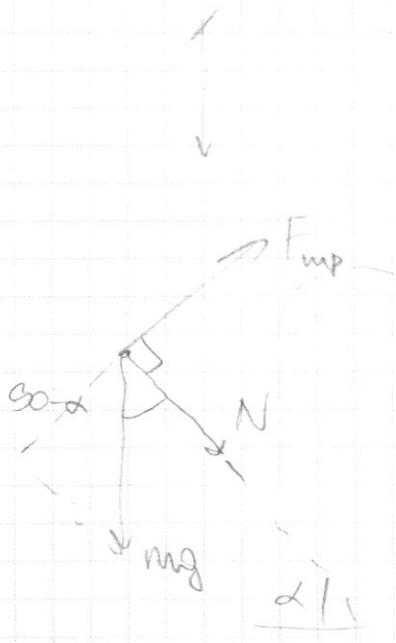
сила трения должна компенсировать составляющую силы тяжести  $mg \cos \alpha$ ,

тогда проекция силы трения на скорость равна  $mg \cos \alpha$ .

Сила нормальной реакции направлена к центру окружности, по кот. движется модель. Рассставим силы, действ. на неё:



Крайний случай, когда машина может скользнуть, очевидно, достигается либо в верхней, либо в нижней точке траектории.



$$mg \sin \alpha + N = m \frac{v^2}{R}$$

$$F_{mp} = mg \cos \alpha$$

$$mg \cos \alpha \leq \left( \mu \frac{v^2}{R} - mg \sin \alpha \right) \mu$$

$$\mu \frac{v^2}{R} \geq g(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)$$

$$v^2 \geq gR \left( \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)$$

$$v \geq \sqrt{gR \left( \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)}$$

$$v_{min} = \sqrt{gR \left( \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)}$$

$$\sqrt{10}$$

$$\sqrt{\frac{10}{\sqrt{2}}} \cdot \left( 1 + \frac{1}{0,8} \right)$$

$$\sqrt{\frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{45}{2\sqrt{2}}} = 3 \sqrt{\frac{5}{2\sqrt{2}}} \text{ м/c}$$

$$2\sqrt{2} = 2,82$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 28 \\ \hline 220 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ 18 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1,78 \\ 1,34 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ 282 \\ \hline 2180 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$$3 \cdot 1,34 \approx 5 \text{ м/c}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Для положения вверху: 1)  $N + mgsin\alpha = m \frac{v^2}{R}$

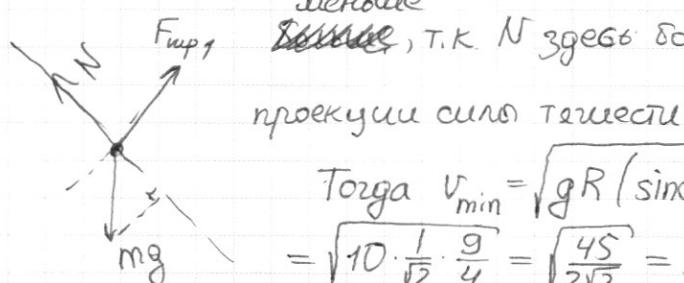
2)  $F_{mp1} = m g \cos \alpha$ , 3)  $F_{mp2} = 0$  (проекции на направление движения

в данный момент силы тяжести не имеет); 4)  $F_{mp1} \leq \mu N$

Тогда  $m g \cos \alpha \leq \mu m \left( \frac{v^2}{R} - g \sin \alpha \right)$ ;  $\frac{v^2}{R} \geq g \left( \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)$

т.е.  $v \geq \sqrt{g R \left( \sin \alpha + \cos \alpha / \mu \right)}$  - условие того, что модель не отрывается в верхней точке.

Для нижней точки скорость, очевидно, может быть меньшая, т.к.  $N$  здесь больше из-за смены направл.



проекции силы тяжести

$$\text{Тогда } v_{min} = \sqrt{g R \left( \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left( 1 + \frac{1}{0.8} \right)} = \\ = \sqrt{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{45}{2\sqrt{2}}} = 3\sqrt{\frac{5}{2\sqrt{2}}} \text{ м/с}$$

Ответ: 1)  $a = g\sqrt{3}$  ( $\approx 17.3 \text{ м/с}^2$ ); 2)  $v_{min} = 3\sqrt{\frac{5}{2\sqrt{2}}} \text{ м/с} \approx 4 \text{ м/с}$ .

н 4.

Для малого изменения параметров газа  $\delta Q = PdV + \frac{1}{2} \delta R dT$

Процесс расширение - участок 1-2. Тогда  $Q = A_{12} + \Delta U_{12}$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (4P_1 V_1 - P_2 V_2) = \frac{9}{2} P_1 V_1$  - изменение внутр. энергии газа.

Работу же  $A$  можно посчитать так площадь под кривой 12.

Сначала в безразмерных ед.:  $\frac{A}{A_0} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - \frac{\pi \cdot 1 \cdot 1}{4} = 2 - \frac{\pi}{4}$

Тогда  $A_{12} = A_0 \left( 2 - \frac{\pi}{4} \right) = \left( 2 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1$

$Q = A_{12} + \Delta U_{12} = \left( 2 + \frac{9}{2} - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1 = \frac{26 - \pi}{4} P_1 V_1$

Работа газа за цикл  $A$  - площадь внутри графика цикла,

$A = P_1 V_1 \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right)$

?

$$\frac{4-\pi}{26-\pi} = \frac{0,86}{28,86}$$

$$\frac{86}{2286}$$

~~0,037~~

$$\begin{array}{r}
 86 \\
 -0 \\
 \hline
 8600 \\
 -6858 \\
 \hline
 17420 \\
 -16002 \\
 \hline
 1418 \\
 -4 \\
 \hline
 36 \\
 -40
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 |2286 \\
 \hline
 0,037
 \end{array}$$

d

$$F_2 d\ell =$$

$$0,14 \cdot 0,25 = 0,03$$

$$\frac{26-\pi}{4} = 8,5$$

$$\begin{aligned}
 \frac{kQdq}{3R} - \frac{kGdq}{4R} + \\
 \frac{kGdq}{12R}
 \end{aligned}$$

$$6,5 - 0,78$$

$$5,72$$

$$1 - \frac{\pi}{4} = 1 - 0,75 - 0,037 = 0,25 - 0,04$$

$$\frac{21}{570}$$

$$570 \times 0,038$$

$$F_2 d\ell = \frac{kQ}{12R} \cdot dq$$

$$F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$$

$$\begin{array}{r}
 57 \\
 \times 38 \\
 \hline
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 456 \\
 + 71 \\
 \hline
\end{array}$$

$$2166$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

На участке 12 тепло подводилось, на участке 23 отводилось ( $\text{работа} = 0$ , а внутр. энергия  $\downarrow$ ), на участке 31 отводилось ( $\text{работа} < 0$ ,  $V \downarrow$ , и внутр. энергия  $\uparrow$ ). Тогда подведенное тепло за цикл  $Q_+ = Q_-$ .

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{P_1 V_1 (1 - \frac{\pi}{4})}{P_1 V_1 \frac{26 - \pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx 0,21 P_1 V_1$$

Ответ:  $Q = \frac{26 - \pi}{4} P_1 V_1$ ;  $A = (1 - \frac{\pi}{4}) P_1 V_1$ ;  $\eta = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx 3,8\%$ .  
 $\approx 5,7 P_1 V_1$       N 5.

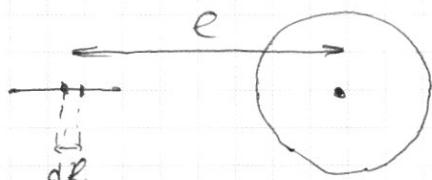
Сферически симметричное тело можно рассматривать как точечный заряд, содерг. в центре тела, т.к. заряд находится снаружи сферы.

Тогда можно рассмотреть взаимодействие точечных зарядов  $Q > 0$  и  $q > 0$ , наход. на расстоянии  $3R$  друг от друга, и  $F_1 = k \frac{Q \cdot q}{(3R)^2} = \frac{k Q q}{9R^2}$

При этом заряды отталкиваются, т.к. они однознакенные ( $Q, q > 0$ )

2)

Разобьем стержень на много малых ( $dL \ll l$ )



участков. Выберем один из них длиной  $dL$ , наход. на расстоянии  $r$  от центра сферы.

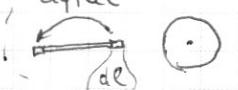
Сила взаимод. сферы с этим кусочком

$$dF = k \frac{Q \cdot dq}{r^2}, \text{ но } dq = \frac{q}{l} dL, \text{ т.к. стержень заряжен однородно.}$$

$$dF = \frac{k Q q}{R} \frac{dL}{r^2}. \text{ Согласно принципу суперпозиции это выражение можно проинтегрировать: } F_2 = \int dF = \frac{k Q q}{R} \int \frac{dL}{r^2} = \frac{k Q q}{R} \int_{3R}^{4R} e^{-2} dL = \frac{k Q q}{R} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{k Q q}{R^2} \cdot \frac{1}{12} = \frac{k Q q}{12 R^2}.$$

Ответ:  $F_1 = \frac{k Q q}{9R^2}$ ;  $F_2 = \frac{k Q q}{12 R^2}$ . (Обе силы отталкивания).

Этот же рез-т можно получить из мет. вир. перем:  $F_2 dL = E_1 - E_2 = dq \left( \frac{k Q}{3R} - \frac{k Q}{4R} \right)$ ,  $\frac{dq}{dL} = \frac{q}{R}$  (это более красивый способ, чем интегрирование, и он нам стоило упомянуть).



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)