

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

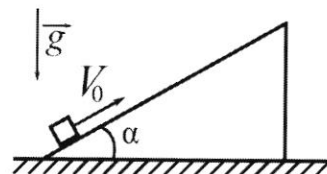
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

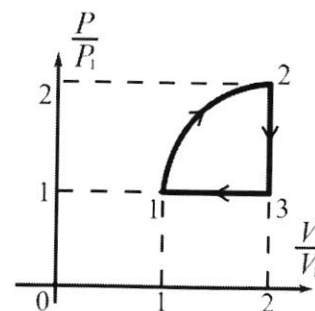
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$H = 65 \text{ м}$$

$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$1) V_0 - ?$$

$$2) K - ?$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

1) Так как по условию сказано, что фойерверк разорвался в ~~наивысшей~~ высшей точке траект., то его конечная скорость равна нулю.

Вспомогательное ЗСЗ:

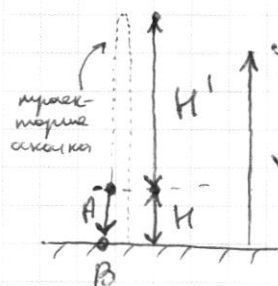
$$\frac{m V_0^2}{2} = m g H, \text{ где } V_0 - \text{нач. ск-сть}$$

$$V_0 = \sqrt{2gH}$$

Подставим числовые значения.

$$V_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300} = 10 \sqrt{13} \approx 36 \text{ м/с}$$

2) Так как сказано, что скорости осколков одинаковы, следовательно, мы можем найти скорости всех осколков, рассматривая осколки, который падает вертикально вверх. Он будет ~~находить~~ падать всех быстрее, но есть $\tau = 10 \text{ с}$.



точка А - точка разрыва.

точка В - место падения.

\vec{AB} - вектор перемещения, где $|\vec{AB}| = H$

Рассмотрим осколки, падающие вертикально вверх, найдем уравнение перемещения:

$$\vec{H} = \vec{V} \cdot \tau + \frac{g \tau^2}{2}, \text{ где } \vec{V} - \text{начальная скорость осколка}$$

Проецируем на ось y:

$$-H = V \cdot \tau - \frac{g \tau^2}{2} \Rightarrow V = \frac{g \tau^2 - 2H}{2\tau}$$

$K = \sum E_0$, где E_0 - кинетическая энергия одного осколка после взрыва.

$$\Rightarrow K = \frac{V^2}{2} \cdot \sum m_i, \text{ где } m_i - \text{масса одного осколка}$$

$$K = \frac{m V^2}{2} = \frac{m (g^2 \tau^4 - 4 H g \tau^2 + 4 H^2)}{8 \tau^2} = \frac{2 (100 \cdot 10^4 - 260000 + 169000)}{8 \cdot 100} =$$

$$= 1892,25 \text{ Дж.}$$

Ответ: 1) $V_0 = 36 \text{ м/с}$ 2) $K = 1892,25 \text{ Дж.}$

Задача 2.

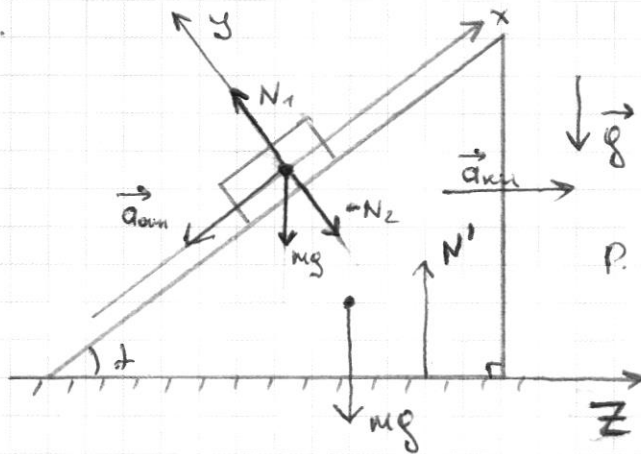
$\angle \alpha = 30^\circ$

$V_0 = 2 \text{ м/с}$

$g = 10 \text{ м/с}^2$

1) $H = ?$

2) $V = ?$



N_1 - нормальная сила реакции со стороны клина
 N_2 - сила, действующая на клин, со стороны шайбы
 P.S $|N_1| = |N_2|$
 N' - сила нормальной реакции опоры со стороны стены.

1) Воспользуемся ЗСЭ для системы.

$$\frac{m V_0^2}{2} = m V_K^2 + mgH$$

Для того, чтобы найти V_K , воспользуемся ЗСЭ по ось Z , так как проекция сил по ось Z либо скампенсированы, либо они равны 0.
 V_K - скорость клина и шайбы относительно земли в момент соприкосновения шайбы и клина.

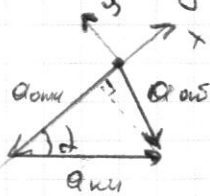
$$m V_0 \cdot \cos \alpha = 2m V_K \Rightarrow V_K = \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{2}$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = \frac{m V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{4} + mgH \Rightarrow H = \frac{V_0^2 (2 - \cos^2 \alpha)}{4g} = 0,125 \text{ м}$$

2) Рассмотрим силы, действующие на систему: они все постоянны, так как шайба и клин движутся без трения, \Rightarrow это ускорение будут постоянны.

Проецируем силы действующие на шайбу:

$Ox: mg \cdot \sin \alpha = m a_{кин}$, где $a_{кин}$ - ускор. сил. клина.



$a_{обс}$; $a_{обсy}$ - ускорение сил. земли.

$Oy: N_1 - mg \cdot \cos \alpha = -m a_{обсy}$
 заменим, что $a_{обсy} = a_{кин} \cdot \sin \alpha$
 $N_1 - mg \cdot \cos \alpha = -m a_{кин} \cdot \sin \alpha$

Рассмотрим силы, действующие на клин по оси Z :

$Z: N_2 \cdot \cos \alpha = m a_{кин}$, так как $|N_1| = |N_2|$ то,

$$\frac{m a_{кин}}{\cos \alpha} - mg \cdot \cos \alpha = -m a_{кин} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$a_{кин} - \cos^2 \alpha \cdot g = -a_{кин} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$a_{кин} = \frac{g \cdot \cos^2 \alpha}{(1 + \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha)}$$

(Продолжение решения на 2 листе)

металлы, но сила тока почти будет 0 (металлы имеют $\rho \approx 0$, чтобы сократить постоянную ск-ть)

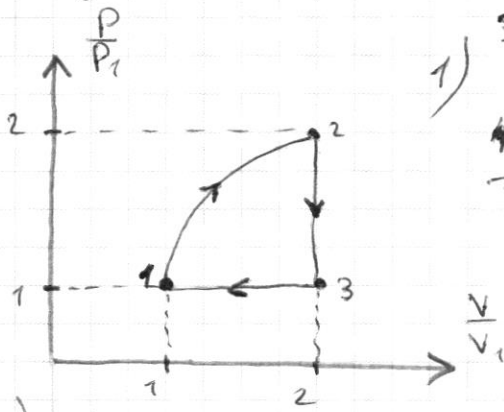
V_{min} будет тогда, когда сила реакции в наибольшей мере можно будет пренебречь, так она будет очень мала.

$$\Rightarrow mg \cdot \sin \alpha = \frac{m V_{min}^2}{R} \Rightarrow V_{min} = \sqrt{g \cdot \sin \alpha \cdot R} = \sqrt{10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,2} = \sqrt{6} \approx 2,45 \text{ м/с}$$

$$\approx 2,45 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $P = 6,2 \text{ Н}$ 2) $V_{min} = 2,45 \text{ м/с}$

Задача 4.



p_1 - давление в состоянии 1
 V_1 - объем в состоянии 1
 Применим уравнение Менделеева-Клапейрона
 1) $p_1 V_1 = R T_1$ (для точки 1)
 $4 p_1 V_1 = R T_2$ (для точки 2)
 T_2 - температура в точке 2.
 Применим первый закон термодинамики для процесса 12.

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A'_{12}$
 Q_{12} - количество теплоты
 ΔU_{12} - изменение внутр. энер.
 A'_{12} - работа, которую совершил газ в процессе 12.

1. Q - ?
2. A - ?
3. η - ?

$$Q = \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) + \frac{R T_1 + \frac{\pi R T_1}{4}}{1}$$

$$\Rightarrow Q \approx 6,3 R T_1, \text{ так как } T_2 = 4 T_1$$

2) Работа газа за цикл это площадь, ограниченная ~~линей~~ линией, (четверть круга)

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot p_1^* \cdot V_1 = \frac{\pi R T_1}{4} \approx 0,79 R T_1$$

3) КПД - это отношение работы газа за цикл к переданному количеству теплоты.

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{0,79 R T_1}{6,3 R T_1} \approx 12,5 \%$$

Ответ: 1) $Q \approx 6,3 R T_1$ 2) $A \approx 0,79 R T_1$ 3) $\eta \approx 12,5 \%$

Второй закон Ньютона

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(Предварительные решения задачи 2)

$V = V_k + a_{ки} \cdot t$, где t - время, за которое мадба
свернет с высоты H .

Найдём t :

$$L = \frac{a_{ки} t^2}{2}$$

L - расстояние, которое мадба проедет при сворте

$$\frac{H}{\cos \alpha} = \frac{g \cdot \sin \alpha \cdot t^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$L = \frac{H}{\cos \alpha}$$

$$V = \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{2} + \frac{g \cdot \cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{30}{4 + \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{0,25}{2,125\sqrt{3}}} \approx 0,85 + 6 \cdot \frac{0,5}{2,105} \approx 2,3 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $H = 0,125 \text{ м}$ 2) $V \approx 2,3 \text{ м/с}$.

Задача 3.

$$R = 1,2 \text{ м}$$

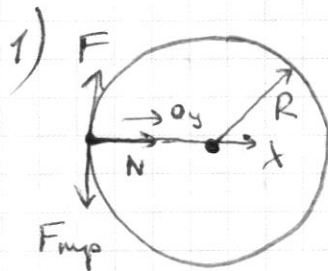
$$V_0 = 3,4 \text{ м/с}$$

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$1. P = ?$$

$$2. \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\mu = 0,9$$



F - сила тяги.

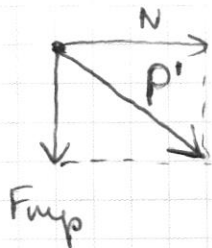
Сила, с которой сфера действует на машинку
равна векторной сумме
 $F_{тр}$ и N

$$\text{Ox: } N = m \frac{V^2}{R}$$

$$F_{тр} = \mu N = \mu m \frac{V^2}{R}$$

P' - сила с которой сфера действует на машинку

$$P' = \sqrt{N^2 + F_{тр}^2} = \frac{mV^2}{R} \sqrt{1 + \mu^2} \approx 6,2 \text{ Н}$$

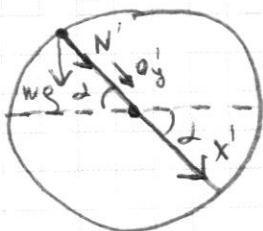


По 3-ему закону Ньютона $|P'| = |P|$

$$\Rightarrow P = 6,2 \text{ Н}$$

2) Вид сбоку:

спроецируем силы на ось x' в наименьшей
точке траектории:



$$x': N' + mg \cdot \sin \alpha = m \frac{V_{min}}{R}$$

(так как в любой момент времени,
кроме наименьшей и наибольшей точек,
на \perp оси x' будет добавляться проекция силы

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.

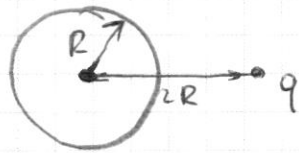
$R; Q > 0$

$2R; q > 0$

1) F_1 - ?

R - радиус
сферы

2) F_2 - ?



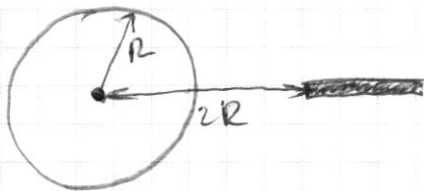
1) Найти E - напряженность в точке, где находится заряд q .

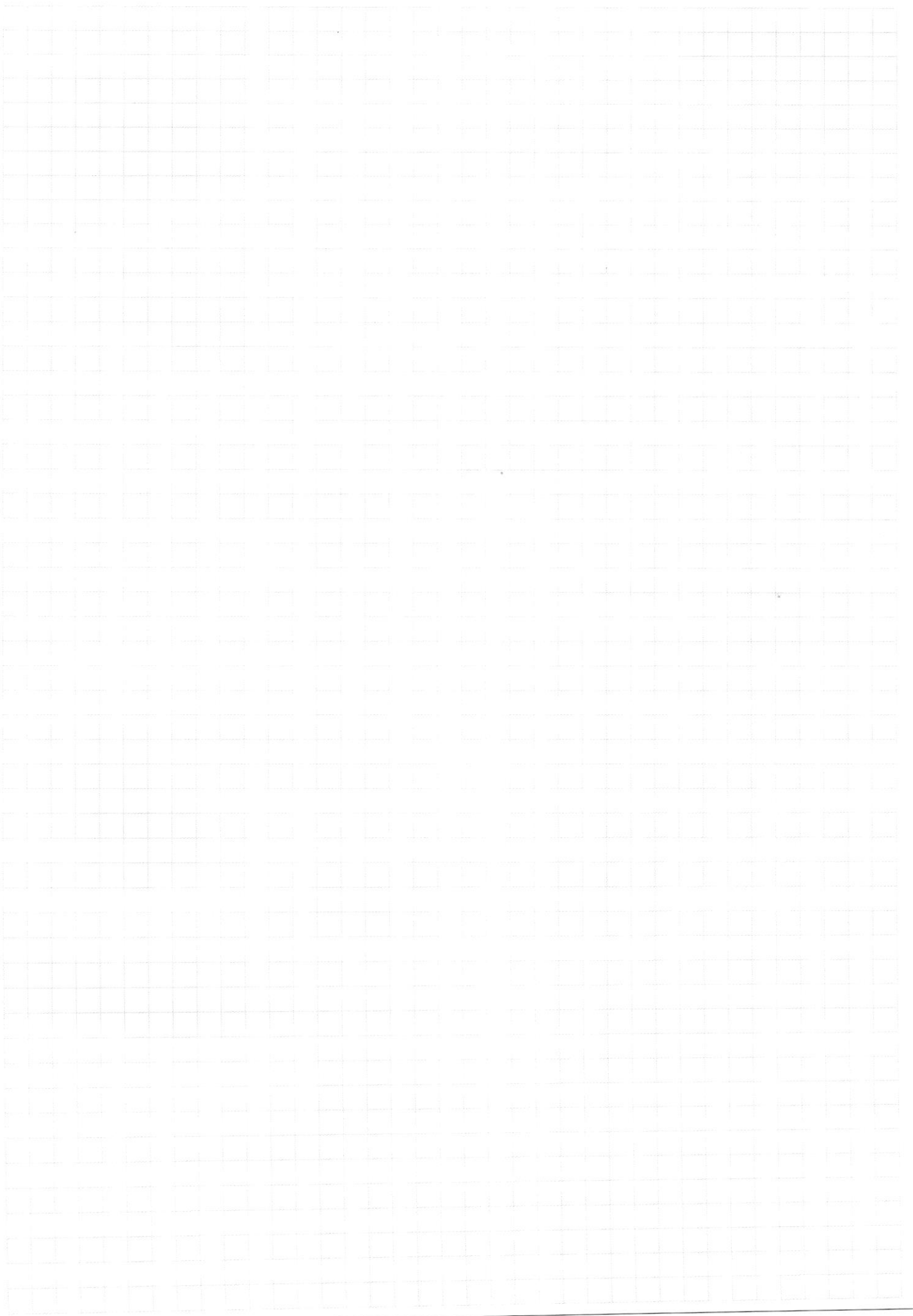
По принципу суперпозиции: напряженность в точке q , на расстоянии $2R$ будет такая же как и у точечного заряда Q , расположенного в центре сферы.

$$\Rightarrow E = \frac{kQ}{4R^2}$$

$$F_1 = E \cdot q = \frac{kQq}{4R^2}$$

2)



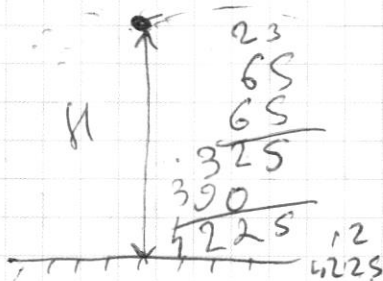


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 3
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- 1) $m = 2 \text{ кг}$
 $H = 65 \text{ м}$
 $r = 10 \text{ с}$
 1. $v_0 = ?$
 2. $K = ?$



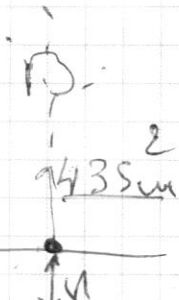
$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh$$

$$v_0^2 = 2gh$$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300}$$

$$= 10\sqrt{13} \text{ м/с}$$

$$\begin{array}{r} 435 \\ \times 2 \\ \hline 870 \\ + 315 \\ \hline 1185 \end{array}$$



$$h' = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 100}{2} = 500 \text{ м}$$

$$\frac{mv_0'^2}{2} = mgh'$$

$$v_0'^2 = 2gh'$$

$$v_0' = \sqrt{2gh'} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 43.5}$$

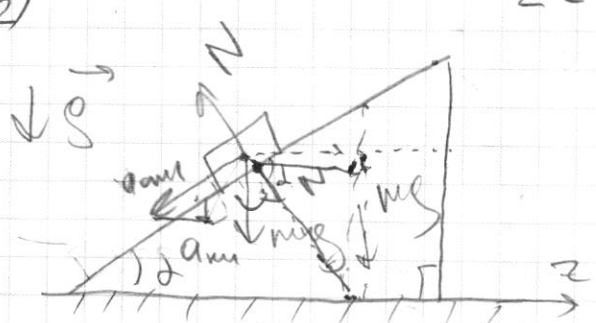
$$= \sqrt{870} = 10\sqrt{8.7} \text{ м/с}$$

$$K = \sum E_k = \frac{mv_0'^2}{2}$$

$$H = -v_0 t + \frac{gt^2}{2} = 2 \cdot 8700$$

$$v_0 = \frac{gt^2 - 2H}{2t} = \frac{10 \cdot 100 - 130}{2 \cdot 10} = \frac{870}{20} = 43.5 \text{ м/с}$$

2)



$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

$$mv_0 \cos \alpha = 2mv$$

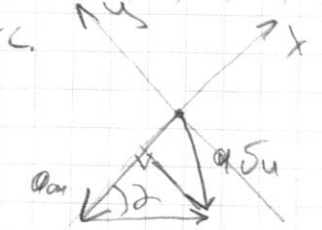
$$v = v_0 \cos \alpha$$

$$mv_0^2 \cos^2 \alpha = v_0^2 \cos^2 \alpha + gh$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} = \frac{4 \cdot \frac{1}{4}}{10}$$

$$= \frac{1}{10} = 0.1 \text{ м} = 10 \text{ см}$$

- $v_0 = 2 \text{ м/с}$
 1. $K = ?$
 2. $v_{\text{ит.}} = ?$



$$\text{Ox: } mg \sin \alpha = ma_{\text{ит}}$$

$$\text{Oy: } N - mg \cos \alpha = -ma_{\text{ит}}$$

$$mg \cos \alpha - N = ma_{\text{ит}} \sin \alpha$$

$$g \sin \alpha = a_{\text{ит}}$$

$$N \cos \alpha = ma_{\text{ит}}$$

$$N = \frac{ma_{\text{ит}}}{\cos \alpha}$$

$$mg \cdot \cos \alpha - \frac{m a_{\text{км}}}{\cos \alpha} = m a_{\text{км}} \cdot \sin \alpha \quad | \cdot \cos \alpha$$

$$\begin{array}{r} 740000 \\ 16000 \\ \hline 456920 \end{array} / 4$$

$$g \cdot \cos^2 \alpha - a_{\text{км}} = a_{\text{км}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$a_{\text{км}} = \frac{g \cdot \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1} = \frac{10 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1} = \frac{\frac{30}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{4} + 1} = \frac{\frac{30}{4}}{\frac{\sqrt{3}+4}{4}} = \frac{30}{\sqrt{3}+4} = \frac{30}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}+4} = \frac{30}{\sqrt{3}+4}$$

~~$$L = \frac{at^2}{2} \quad t^2 = \frac{2L}{a} = \frac{24}{\frac{30}{\sqrt{3}+4}} = \frac{24 \cdot (\sqrt{3}+4)}{30} = \frac{24}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+4} = \frac{24}{5} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}+4} = \frac{24}{5} \cdot \frac{4}{g \cdot \sin^2 \alpha}$$~~

$$a_{\text{км}} = \frac{V - V_0}{t} \quad V = at + V_0 = \frac{g \cdot \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1} \cdot \frac{24}{5} + \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{2}$$

$$= \frac{2H \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha (\sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1)} + \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{2}$$

$$\begin{array}{r} 756914 \\ 4 \\ \hline 1892,25 \\ 35 \\ 32 \\ \hline 36 \\ 36 \end{array}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = mV'^2 + mgh$$

$$V' = \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{2}$$

$$\frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = \frac{V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{4} + gh$$

$$2V_0^2 - V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha + 4gh = 0 \quad h = \frac{V_0^2(2 - \cos^2 \alpha)}{4g} = \frac{4(2 - \frac{3}{4})}{4 \cdot 10} = \frac{4 \cdot \frac{5}{4}}{40} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ м}$$

$$V = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$= \frac{1,25}{10} = 0,125 \text{ м}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{10 \cdot \frac{3}{4}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{4}} \cdot \sqrt{\frac{0,125}{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}}$$

$$1,7 / 2$$

$$\begin{array}{r} 205 \\ 105 \\ \hline 1025 \\ 000 \\ \hline 410 \\ \hline 42025 \end{array}$$

$$300 / 47$$

$$\begin{array}{r} 114 \\ 215 \\ \hline 85 \\ 34 \\ \hline 4) 25 \\ 8 \\ \hline 0,85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 21 \\ 21 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 0,24 \\ 0 \\ \hline 744 \\ 0,85 \\ \hline 2,29 \end{array}$$

$$50 / 205 \rightarrow 0,243$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ 410 \\ \hline 900 \\ 820 \\ \hline 900 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $R = 1,2 \text{ м}$

$v_0 = 9,4 \text{ м/с}$

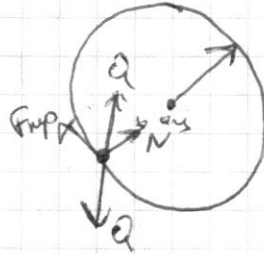
$m = 0,4 \text{ кг}$

1. $P = ?$

2. $a = \frac{v}{R}$

$\mu = 0,9$

Aug. сверху!



$N \leq m \cdot a_{\text{ц}} \quad a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$

$|N| = P = m \frac{v^2}{R}$

$P = 0,4 \cdot \frac{3,4^2}{1,2}$

$N = \frac{mv^2}{R}$

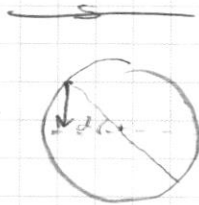
$F_{\text{тр}} = \mu N$

$= \frac{\mu v^2}{R}$

$Q = \sqrt{N^2 + F_{\text{тр}}^2} = \sqrt{\frac{m^2 v^4}{R^2} + \frac{\mu^2 m^2 v^4}{R^2}}$

$= \sqrt{\frac{m^2 v^4 (1 + \mu^2)}{R^2}} = \frac{mv^2}{R} \sqrt{1 + \mu^2}$

$= \frac{13,4}{3} \cdot \sqrt{1,81} \approx 4,57 \cdot 1,35$



$2 \cdot 32 \cdot 11111 \cdot 160 \cdot (1,35)^2 \cdot 1,35$

$113,5 \cdot 42 \cdot (1,3)^2 \cdot (1,4)^2$

$4,6$

810

540

$6,270$

$1,2$

$1,35$

$1,35$

$6,45$

$3,05$

$1,35$

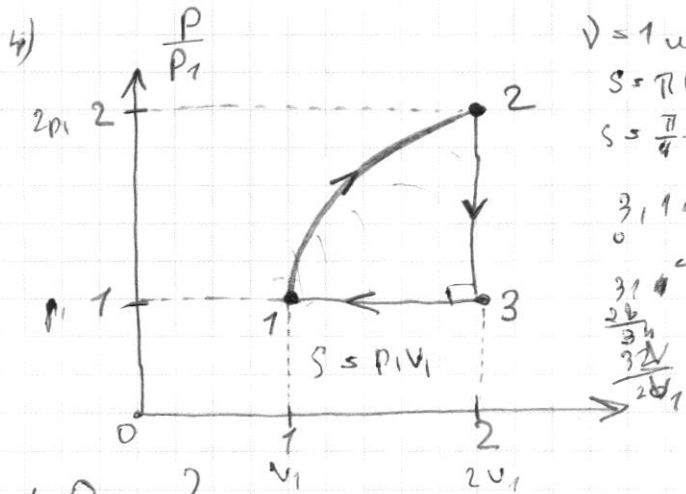
$1,8225$

$mg \cdot \sin \alpha - N = m a_{\text{ц}} \quad mg \cdot \sin \alpha + N = \frac{mv^2}{R}$

(max по оси x проекция веса меньше) \Rightarrow сила тяжести меньше
доится больше перемещается) min F будет в вертикальной
плоскости, где проекция силы, тяжести будет 0

$mg \cdot \sin \alpha = \frac{mv^2}{R} \quad v^2 = g \cdot \sin \alpha \cdot R = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,2 = 6$

$v = \sqrt{6} \approx 2,45 \text{ м/с}$



$V = 1 \text{ моль}$
 $S = \pi R^2$
 $S = \frac{\pi}{4} R^2$
 $3,14144$
 $0,489$
 $3,14$
 32
 $20,1$

$P_1 V_1 = R T_1$
 $P_2 V_2 = R T_2$
 $4 P_1 V_1 = R T_2$
 $T_2 = 4 T_1$

$25,14/4$
 $25,14 \sqrt{6,28}$
 17
 34

1. Q_{12} - ?
2. A' - ?
3. η - ?

$\eta = \frac{A'}{Q_{12}}$
 $A' = \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \frac{\pi R T_1}{4}$

$\eta = \frac{0,49 R T_1}{6,3 R T_1} \approx 12,5 \%$

$Q = \Delta U + A'_{12}$
 $= \frac{3}{2} R T_2 - \frac{3}{2} R T_1 + \frac{\pi}{4} P_1 V_1$
 $= \frac{3}{2} R T_2 + \frac{\pi}{4} P_1 V_1$
 $= \frac{3}{2} R T_1 + P_1 V_1 + \frac{\pi}{4} P_1 V_1$
 $= \frac{3}{2} R T_1 + R T_1 + \frac{\pi}{4} R T_1$
 $= \frac{18 R T_1 + 4 R T_1 + 3,14 R T_1}{4}$
 $= \frac{25,14 R T_1}{4} \approx 6,3 R T_1$

$4,9163$
 $0,125$
 49
 63
 160
 126
 340
 315
 250

$R; Q > 0$
 $2R; q > 0$
 1. F_1 - ?
 $q; R$ - шаг.

$F_1 = \frac{K Q q}{4 R^2}$

$E = \frac{K Q Q}{4 R^2}$



$\varphi = \frac{K q}{R}$

$\varphi_2 - \varphi_1 = E_{\text{ср}} \cdot R$

$\varphi_1 = \frac{K Q}{2 R}$

