

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

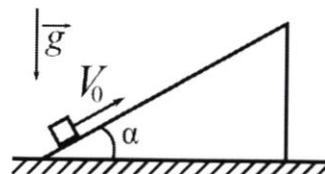
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

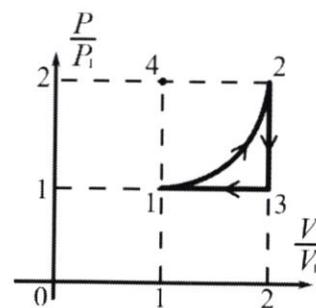
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

1) По определению ускорения:

$$g = \frac{v_0 - 0}{T} \Rightarrow v_0 = gT$$

множ. на T

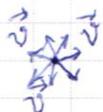
$$H = v_0 T - \frac{gT^2}{2} \Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ (м)}$$

2) $K = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \dots$

$$K = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$m = m_1 + m_2 + \dots$

$$H = vT + \frac{gT^2}{2}; \quad H = \sqrt{\frac{2K}{m}} T + \frac{gT^2}{2}$$



Введем квадратное уравнение:

$$5T^2 + 60T - 45 = 0$$

$$D = 3600 + 45 \cdot 5 \cdot 4 = 2400 + 900 = 3300$$

$$T_{1,2} = \frac{-60 \pm \sqrt{2400 + 900}}{10} = \frac{-60 \pm 30\sqrt{5}}{10} = -6 \pm 3\sqrt{5}$$

~~-6 - 3\sqrt{5}~~ противоречит условию, значит

$$T = 3\sqrt{5} - 6 \approx 0,75 \text{ (с)}$$

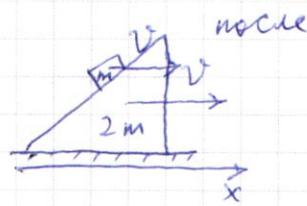
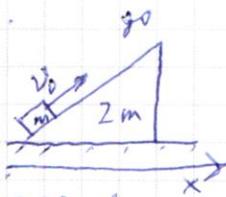
Ответ: $H = 45 \text{ м}$; $T = 0,75 \text{ с}$.

№ 2.

1) По ЗСЭ:

Если m - масса маятника

$$(1) \frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{3m v^2}{2}; \text{ где } v$$



По ЗСУ:

$$Ox: m v_0 \cos \alpha = 3m v \Rightarrow v_0 \cos \alpha = 3v; \quad v = \frac{v_0 \cos \alpha}{3} \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow (1): \frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{3m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2 \cdot 9}$$

$$v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos^2 \alpha}{6} \right) = gH$$

$$v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{0,36}{6} \right) = gH$$

$$v_0^2 (0,5 - 0,06) = gH$$

$$v_0^2 (0,44) = 2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2}{0,44}} = \sqrt{\frac{100}{11}} = \frac{10}{\sqrt{11}} = \frac{10}{11} \sqrt{11} \approx \frac{33}{11} = 3 \left(\frac{m}{c} \right)$$

2) По 303:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v^2$$

$$v_0^2 = \frac{v^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2v v_0}{\cos \alpha} + v_0^2 + v^2$$

$$v^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 \right) - \frac{2v v_0}{\cos \alpha} = 0 \quad | v \neq 0 \Rightarrow : v$$

$$v \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 \right) = \frac{2v_0}{\cos \alpha}$$

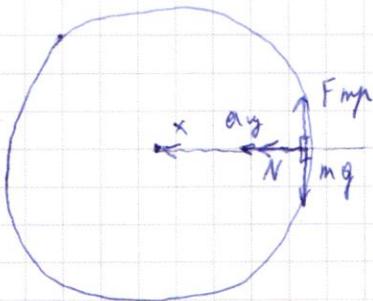
$$v \left(\frac{1}{\cos \alpha} + \cos \alpha \right) = 2v_0$$

$$v \left(\frac{1}{0,6} + 0,6 \right) = 2 \cdot 3, \quad v = \frac{6 \cdot 0,6}{1,36} \approx 2,65 \left(\frac{m}{c} \right)$$

Ответ: $v_0 = 3 \frac{m}{c}$; $v = 2,65 \frac{m}{c}$

и 3

1)



$$N = 2mg$$

$$(|\vec{N}| = |\vec{F}_g| \text{ по 3-му}$$

з-му)
 F_g -сила давления модели на сферу

По 2-ому з-му Ньютона:

$$\text{OX: } m a_y = N$$

$$m a_y = 2mg$$

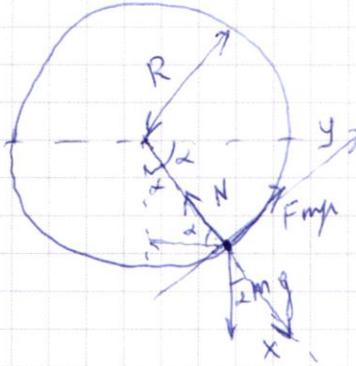
$$a_y = 2g$$

$$a_y = a; \text{ т.к. } v = \text{const}$$

$$a = 2g$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3)



По 2-ому 3-му законам:

$$\text{по } OX: mg \cos \alpha - N = -m a_y$$

$$F_{mpr} = F_{mpr \text{ макс}} = F_{mpr \text{ ск}} = m v^2 / R$$

$$\text{по } OY: mg \sin \alpha = m v^2 / R$$

$$mg \cos \alpha - \frac{mg \sin \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{m v_{\text{мин}}^2}{R \sin^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha \Rightarrow$$

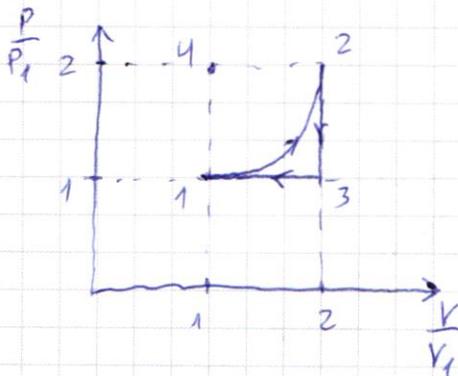
$$mg \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{\sin \alpha} - 1 \right) = \frac{m v_{\text{мин}}^2}{R \sin^2 \alpha}$$

$$R g \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{\sin \alpha} - 1 \right) = v_{\text{мин}}^2$$

$$v_{\text{мин}} = \sqrt{1 \cdot 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{0.707} - 1\right)}$$

$$\text{ответ: } a = 2g; v_{\text{мин}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \sqrt{\frac{m}{r}} \sqrt{\frac{m}{c}}$$

и ч.



$$\left(\frac{P}{P_1} - 2\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 = 1$$

(по условию) \Rightarrow

$$(P - 2P_1)^2 + (P - V - V_1)^2 = P_1^2 V_1^2$$

$$P^2 - 2P_1 P + P_1^2 + P^2 - 2PV - 2PV_1 + V^2 + 2VV_1 + V_1^2 = P_1^2 V_1^2$$

$$S_{\text{цикла}} = 1 - \frac{\sqrt{1}}{4} \text{ (площадь)}$$

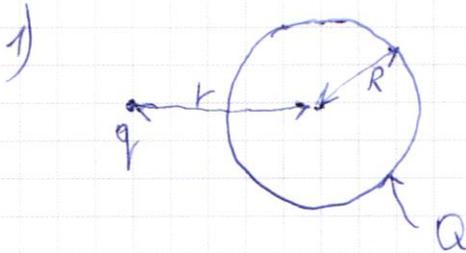
чтобы получить площадь, надо перейти в исходные координаты PV и умножить $S_{\text{цикла}}$ на $P_1 V_1$, тогда $A_{\text{ц}} = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\sqrt{1}}{4}\right)$

$$\begin{aligned}
 \text{Полная } Q_{\text{нагр}} &= A_{12} + \Delta U_{12} = \\
 &= P_1 V_1 \left(1 - \frac{\sqrt{\kappa}}{4}\right) + \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \\
 &= P_1 V_1 \left(1 - \frac{\sqrt{\kappa}}{4}\right) + \frac{3}{2} P_1 V_1 (2 P_1^{-1} \cdot 2 V_1^{-1} - P_1^{-1} V_1^{-1}) = \\
 &= \left(\frac{11}{2} - \frac{\sqrt{\kappa}}{4}\right) P_1 V_1
 \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{A_{12}}{Q_{\text{нагр}}} = \frac{1 - \frac{\sqrt{\kappa}}{4}}{\frac{11}{2} - \frac{\sqrt{\kappa}}{4}} \approx 0,32 = 32\%$$

Ответ: $A_{12} = \left(1 - \frac{\sqrt{\kappa}}{4}\right) P_1 V_1$; $Q_{\text{нагр}} = \left(\frac{11}{2} - \frac{\sqrt{\kappa}}{4}\right) P_1 V_1$; $\eta = 32\%$

н 5.



$$E_{\text{ср.}} = k \frac{Q}{r^2} = \frac{F_1}{q}; \text{ где } r - \text{расст. от центра}$$

$$F_1 = \frac{k Q q}{r^2}; r = 3R$$

$$F_1 = \frac{k Q q}{9R^2}$$

2) Силу взаимодействия стержня и сферы можно представить как силу взаимод. сферы с точечными зарядами, расположен. вдоль стержня



Полная

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots =$$

$$= \frac{k \frac{q}{h} Q}{\left(\frac{R}{2}\right)^2 + 9R^2} + 2 \cdot \frac{k \frac{q}{h} Q}{\frac{R}{2} \cdot \frac{n-1}{n}} + \dots$$

$$\approx \frac{2k \frac{q}{h} Q}{\left(\frac{R}{2} - \frac{R}{n-1} \cdot 1\right)^2 + 9R^2} + \frac{2k \frac{q}{h} Q}{\left(\frac{R}{2} - \frac{R}{n-1} \cdot 2\right)^2 + 9R^2} + \dots$$

м.к. $\left(\frac{R}{2} - \frac{R}{n-1}\right)^2 \ll 9R^2 \Rightarrow$

По теор. Гаусса

$$E S \cos \alpha = \frac{q Q q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q Q q}{\epsilon_0 S \cos \alpha} = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot 3R \cdot l}$$

$$= \frac{F}{Q}$$

Ответ: $F_1 = \frac{k Q q}{9R^2}$; $F_2 = \frac{F}{Q} \approx \frac{Q q}{\epsilon_0 \cdot 6\pi R^2} = \frac{Q q}{\epsilon_0 \cdot 6\pi R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{3m v^2}{2}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{2m v^2}{2}$$

$$v^2 = \frac{v_0^2}{9}$$

$$\frac{v_0 \cos \alpha}{2} = 2v$$

$$\frac{m v_0^2}{2} - \frac{m v_0^2}{6} = mgH$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}$$

$$v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos^2 \alpha}{4} \right) = gH$$

$$v_0^2 = 3gH$$

$$v_0 = \sqrt{3gH} = \sqrt{3 \cdot 10 \cdot 0,2} = \sqrt{6} \frac{m}{c}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,2 \\ 3,2 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 33 \\ 33 \\ \hline 1089 \end{array} \cdot 4 = 180 \cdot 5 = 900$$

$$v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{0,36}{4} \right) = 10 \cdot 0,2$$

$$v_0^2 (0,5 - 0,09) = 2$$

$$\sqrt{0,5} = 2, \quad \times$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ 4 \cdot 21 \\ \hline 100 \end{array}$$

3,3

$$\begin{array}{r} 3,60 \\ - 2,72 \\ \hline 880 \\ - 816 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2}{0,41}}$$

$$\begin{array}{r} \times 136 \\ 6 \\ \hline 816 \end{array}$$

$$30 \sqrt{5}$$

$$m v_0^2$$

$\times 64$

$$\begin{array}{r} \times 22 \\ 22 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$H = -v_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$45 = -60t + 5t^2$$

$$5t^2 - 60t - 45 = 0$$

$$g = 4900$$

$$x_{1,2} = \frac{60 \pm 30\sqrt{5}}{10} = 6 \pm 6,75$$

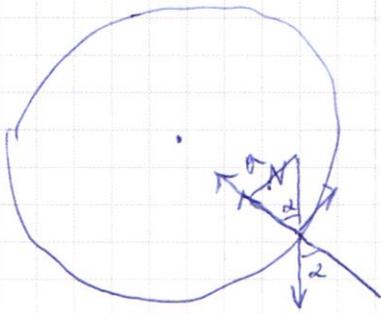
$$\begin{array}{r} \times 225 \\ 225 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1125 \\ 450 \\ \hline 575 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50625 \\ \hline 50625 \end{array}$$

$$2,25 \cdot 3 =$$

$$= 6,75$$



X

$$\sqrt{N^2 + N^2} = mg$$

$$\frac{2,2}{2,2+4,5}$$

$$\frac{2mg}{\cos 2} = mg$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 74} \quad 4 \\ - 218 \\ \hline 34 \\ - 32 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 4} \\ - 0 \\ \hline 48 \\ - 32 \\ \hline 16 \end{array}$$

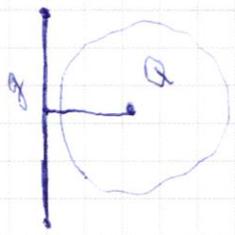


$$\phi = E S \cos$$

$$mg \sin 2 = F_{\text{упр}}$$

$$\frac{g}{2} = 4,5$$

$$Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$$



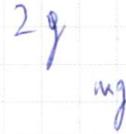
A =

$$Q = A +$$

$$m a = \frac{-22067}{20132} - \frac{192}{134}$$

$$\sqrt{R^2 + V^2} = R$$

$$P^2 + V^2 = \text{const}$$

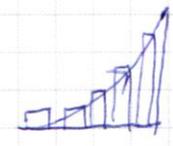


$$P = \sqrt{\text{const} - V^2}$$

$$P_1^2 + V_1^2 =$$

$$\frac{F}{\Delta q} = E$$

$$\frac{F_1}{\Delta q} = \frac{kQ}{r^2}$$



P₁

$$A_y = A_{12} + A_{23} + A_{31}$$

$$S = \pi$$

$$(P - 2P_1)^2 + (V - V_1)^2 = \text{const}$$

$$P_1 + 0 = \text{const}$$

$$\left(\frac{P}{P_1} - 2\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 = \text{const}$$

$$\frac{(P - 2P_1)^2}{P_1^2} + \frac{(V - V_1)^2}{V_1^2} = 1$$

$$\frac{A}{A_1} =$$

$$F_1 \sim \frac{x}{r^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten solution on grid paper for a physics problem involving electrostatic forces and geometry.

Diagram: A right-angled triangle with vertices at $(0,0)$, $(R,0)$, and $(0,R)$. A point charge Q is located at the hypotenuse. The vertical side is divided into segments of $\frac{R}{3}$, $\frac{R}{3}$, and $\frac{R}{3}$. The horizontal side is divided into segments of $\frac{R}{3}$ and $\frac{2R}{3}$.

Equations and Calculations:

$$F = F_1 + F_2$$

$$F_x = 2 \frac{qQ}{R^2 + 9R^2}$$

$$\frac{2k \frac{qQ}{3}}{R^2 + 9R^2} + \frac{2k \frac{qQ}{3}}{R^2 + 9R^2} + \frac{k \frac{qQ}{3}}{9R^2}$$

$$F = \frac{2gQ}{\frac{R^2}{4} + 9R^2} + \frac{2gQ}{\frac{R^2}{3}}$$

$$\frac{3M^2 R^2}{4} \quad \frac{9 \cdot 16 + 12}{16} R^2$$

$$F = \frac{2gQ}{\frac{R^2}{4}} + \frac{2gQ}{\frac{R^2}{3}}$$

$$F = \frac{2gQ}{5}$$

$$F = \frac{2gQ}{2 \cdot \frac{R}{3}}$$

$$A = \sum k \frac{qQ}{h}$$

$$2F \cos 2$$

$$2F \frac{2 \frac{gQ}{h} \cos 2}{R}$$

$$3,25$$

$$3,08 + 6 = 9$$

$$\frac{1}{9} \frac{kqQ}{R}$$

$$F = 2k \frac{q}{3} \frac{Q}{R^2 + 9R^2} + k \frac{q}{3} \frac{Q}{9R^2}$$

$$F = \frac{2k \frac{q}{3} Q}{9,25 R^2} + \frac{k \frac{q}{3} Q}{9R^2} =$$

$$= \frac{\left(\frac{18}{3} + \frac{9,25}{3}\right) k q Q}{9 \cdot 9,25}$$

Other notes:

- $\frac{1 - 0,8}{0,8} = \frac{0,2}{0,8}$
- $\frac{1}{4}$
- ~~P_1, V_1~~
- ~~S~~

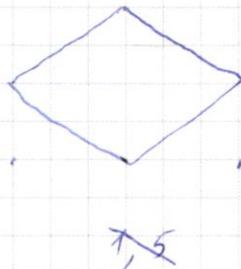
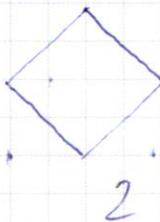
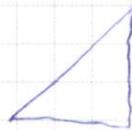
$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_1 = \dots$$

$$A_2 = 0$$

$$A_3 = \rho_1 V_1$$

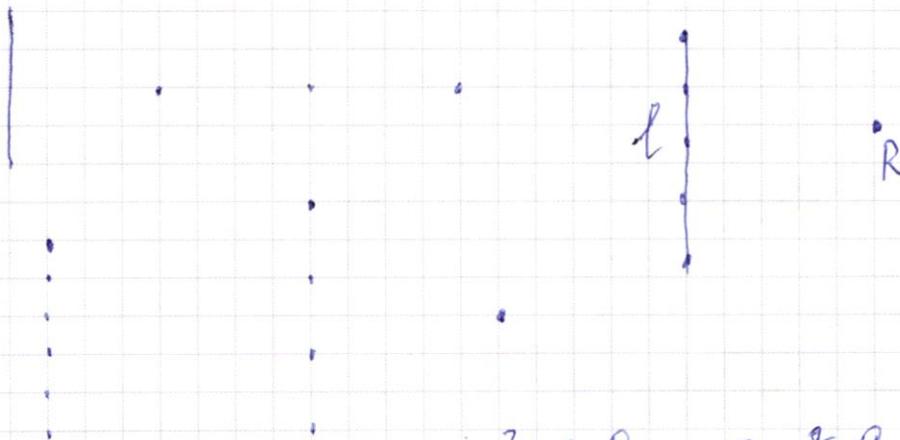
$$A_{x2} = A_{y2} =$$



$$E S \cos \alpha = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 S \cos \alpha}$$

$$S = 2\pi \cdot 3R \cdot l$$



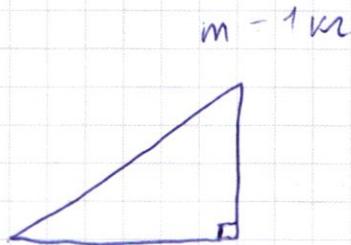
$$\frac{2k \frac{q}{h} Q}{\left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2} + \frac{2k \frac{q}{h} Q}{\left(\frac{R}{4}\right)^2 + R^2} = \dots$$

9,25

F

$$\frac{2k \frac{q}{h} Q}{\left(R - \frac{R}{n-1} \cdot 1\right)^2 + R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$K = \frac{m v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$\tau_1 = \cancel{10} \text{ с}$$

$$-H = v_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$-H = \sqrt{\frac{2K}{m}} \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$-H = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} \cdot \cancel{10} - \frac{10 \cdot 10^2}{2}$$

$$60 \cdot \cancel{10} - 10 \cdot 50$$

$$-H = 100 \text{ (м)}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H + K$$

$$v_0^2 =$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$v_0^2 = 2gH$$

$$\frac{m \cdot 2gH}{2} = m g H + K \quad H = v_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2g} = v_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$v_0^2 \left(\frac{1}{2g} - \tau \right) + \frac{g \tau^2}{2} = 0$$

$$v_0^2 = \frac{g \tau^2}{\tau - \frac{1}{2g}} = \frac{10 \cdot 3^2}{3 - \frac{1}{20}} = \frac{90}{\frac{59}{20}} = \frac{1800}{59}$$

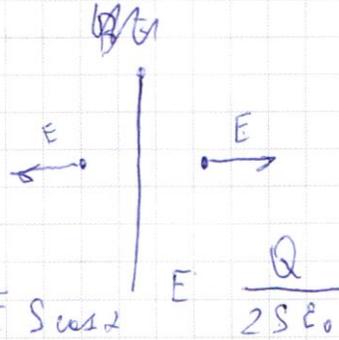
$$\frac{v_0^2}{2g} = v_0 T - \frac{g T^2}{2}$$

$$E = \frac{Q}{2\epsilon_0}$$

$$v_0^2 - 2gT v_0 + \frac{g^2 T^2}{2} = 0$$

$$D = 4g^2 T^2 - 4g^2 T^2 = 0$$

$$v_0 = \frac{2gT}{2} = gT$$



0 0 0

~~ES =~~

$$v_0 = gT$$

$$\Phi = \oint E S \cos \alpha$$

~~ES =~~

$$2ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$H = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{g T^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ (м)}$$

$$K = \frac{\sum m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \text{ (м/с)}$$

~~$$2EL = \frac{Q}{\epsilon_0}$$~~

~~$$\frac{Q}{2E}$$~~

$$H = v \tau_1 + \frac{g \tau_1^2}{2}$$

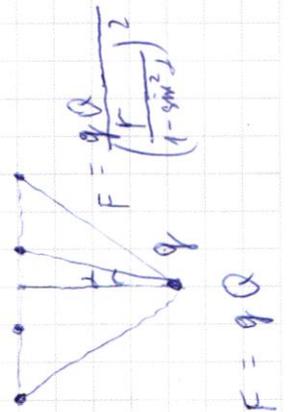
$$H = v_0 T + \frac{g T^2}{2}$$

$$H = -v \tau_2 + \frac{g \tau_2^2}{2}$$

$$2ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\tau_2 - \tau_1 = \tau$$

$$0 = v(\tau_1 + \tau_2)$$



$$F_1 = k \frac{q \cdot Q}{r^2}$$



~~$$\frac{m v_0^2}{2} = 2mgH + mgH$$~~

~~$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + 2m \frac{u^2}{2} = 2m \frac{u^2}{2}$$~~

~~$$m u = 2m v$$~~

~~$$u^2 = 2v^2; u = 2v$$~~

~~$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{3m v^2}{2}$$~~

~~$$m v_0 = 3m v$$~~

