Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

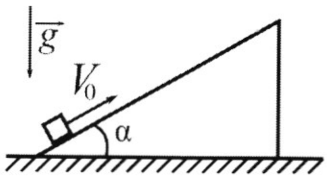
1. Фейерверк массой $m = 1$кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3$с разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800$Дж. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$с.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2$м. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1$м. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1.

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

5. Заряд Q>0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q>0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $m = 1$ кг
$T = 3$ с
$K = 1800$ Дж
$\tau = 10$ с

1) H - ?
2) τ' - ?

1)

$H = \frac{gT^2}{2} = 45$ м

1) Ответ: 45 м ?

2) $K = \frac{\sum m_i V^2}{2} = \frac{mV^2}{2}$ $\Rightarrow$ $V = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60$ м/с

$H = V\tau' + \frac{g(\tau')^2}{2}$

$45 = 60x + 5x^2$

$x^2 + 12x - 9 = 0$

$D = \sqrt{144 + 36} = \sqrt{180}$

первым упадёт, который находился в низу вертолёта.

$\tau' = \frac{-12 + \sqrt{180}}{2}$ с

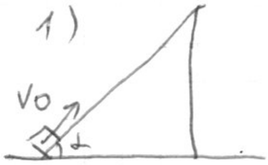
2) Ответ: через: $T + \frac{-12+\sqrt{180}}{2}$ с

(−) - не подходит потому-что $\tau' > 0$

2) $\cos\alpha = 0{,}6$
$H = 0{,}2$ м
$M = 2m$

V_0 - ?

1)



$p_1 = mV_0\cos\alpha$ $\quad$ $p_2 = (M+m)V = 3Vm$

$p_1 = p_2$

$mV_0\cos\alpha = Vm3 \Rightarrow V = \frac{V_0\cos\alpha}{3}$

$E_1 = \frac{mV_0^2}{2}$ $\quad$ $E_2 = mgH + (m+M)\frac{V^2}{2} = mgH + 3m\frac{V^2}{2}$

$E_1 = E_2$

$\frac{V_0^2}{2} = gH + 3\frac{V^2}{2} = gH + \frac{3}{2}\cdot\frac{V_0^2\cos^2\alpha}{9}$

$3V_0^2 = 6gH + V_0^2\cos^2\alpha \Leftarrow \frac{V_0^2}{2} = gH + \frac{V_0^2\cos^2\alpha}{6}$

$V_0^2(3 - \cos^2\alpha) = 6gH \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{6gH}{3-\cos^2\alpha}}$

1) $m = 1$ кг

$T = 3$ с

$K = 1800$ Дж.

$t = 10$ с

1) $H = \frac{gT^2}{2} = 45$ J

2) $K = \frac{mV^2}{2}$ $\quad V = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60$ м/с

$V' = V - gt = \cancel{0}$

$H = Vt + \frac{gt^2}{2}$

$5t^2 + 60t - 45 = 0$

$t^2 + 12t - 9 = 0$

$\frac{mV^2}{2} + mgH = \frac{mV'^2}{2}$

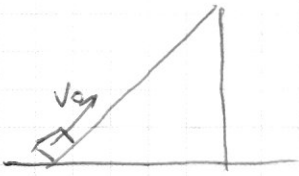
$V' = \sqrt{V^2 + 2gH}$ $\quad 3600 + 900 = 4500$ $\quad 144 + 36 = \sqrt{180}$

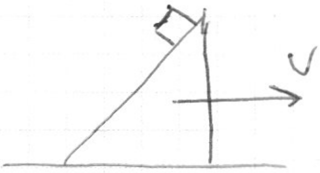
2) $\cos\alpha = 0{,}6$

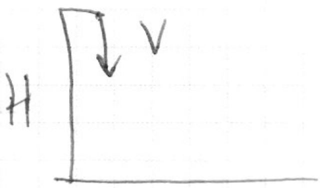
$H = 0{,}2$ J

$M = 2m$

$V_0 - ?$

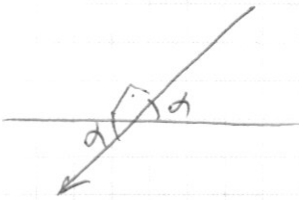






$p_1 = mV_0\cos\alpha$

$p_2 = (M+m)V$



$p_1 = p_2$

$mV_0\cos\alpha = (M+m)V$

$V = \frac{mV_0\cos\alpha}{M+m} = \frac{V_0\cos\alpha}{3}$

$E_1 = \frac{mV_0^2}{2}$ $\quad E_2 = mgH + \frac{3mV^2}{2}$

$\frac{V_0^2}{2} = gH + \frac{1}{6}V_0^2\cos^2\alpha$

$\cancel{V_0^2}$ $\quad 3V_0^2 = 6gH + V_0^2\cos^2\alpha.$

$V_0^2(3 - \cos^2\alpha) = 6gH$

$45 = 60t + 5t^2.$ $\quad V_0 = \sqrt{\frac{6gH}{3 - \cos^2\alpha}}$

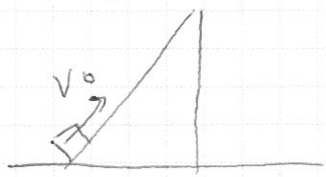
$\frac{12}{2{,}64}$

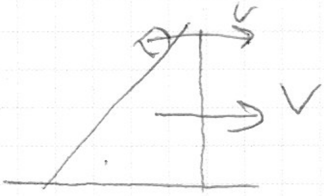
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) теперь $m=M$, но V_0 осталась прежней
найдём скорость клина когда шайба находится в самом верху:

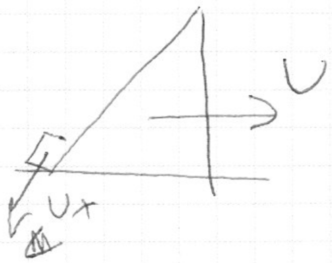




$p_1 = mV_0\cos\alpha$, $p_2 = 2mV$ $\Leftrightarrow$ $p_1 = p_2$, $V = \frac{V_0}{2}\cos\alpha$

$V_0 = \frac{2V}{\cos\alpha}$

$E_1 = \frac{mV_0^2}{2}$ $\quad E_2 = \frac{2mV^2}{2} + mgh$



$$mV_0^2 = 2mV^2 + 2ghm$$
$$V_0^2 = 2V^2 + 2gh$$
$$\frac{4V^2}{\cos^2\alpha} = 2V^2 + 2gh$$
$$\frac{2V^2}{\cos^2\alpha} = V^2 + gh$$
$$V^2\left(\frac{2}{\cos^2\alpha} - 1\right) = gh$$
$$V = \sqrt{\frac{gh\cos^2\alpha}{2-\cos^2\alpha}}$$

так как на клин действует постоянная сила со стороны клина, и шайба поднимается и опускается равное время $\Leftrightarrow$ скорость клина когда шайба внизу $V' = 2V$

$$\Leftrightarrow \quad V' = 2\sqrt{\frac{gh\cos^2\alpha}{2-\cos^2\alpha}}$$

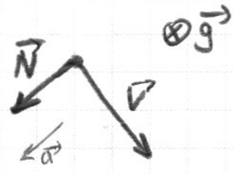
Ответ: 1) $V_0 = \sqrt{\frac{6gh}{3-\cos^2\alpha}}$ $\quad$ 2) $V' = 2\sqrt{\frac{gh\cos^2\alpha}{2-\cos^2\alpha}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3/

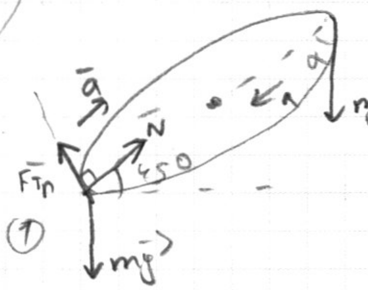


$N=mg\cdot 2$

1) $\vec N = m\vec a$

$2mg = m\vec a \iff a = 2g = 20 м/с^2$

2)



② Мы рассмотрим две случаи (две условия): Первое, когда машина в самом внизу. и второе, когда в самом верху.

1) Когда в низу.

$\vec F_{тр} + \vec N + m\vec g = m\vec a$

$N - mg\cos\alpha = ma = m\frac{V^2}{R}$

$F_{тр} = mg\sin\alpha$, и надо. $F_{тр} \le F_{тр}^{max} = \mu N$

$mg\sin\alpha \le \mu m\frac{V^2}{R} + \mu mg\cos\alpha$.

$g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \le \mu\frac{V^2}{R}$

$V_1 \ge \sqrt{\frac{Rg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu}}$

2) $V_{min} \iff N=0 \iff F_{тр}=0$

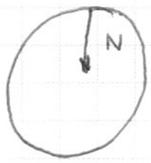
$\iff m\vec g = m\vec a$

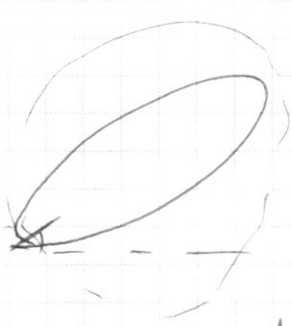
$g\cos\alpha = a = \frac{V^2}{R} \iff V_2 = \sqrt{Rg\cos\alpha}$

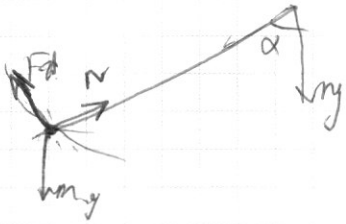
Теперь нам надо сравнить эти две случаи. $V_2 = \sqrt{Rg}\sqrt{\frac{\sqrt2}{2}}$ $\quad V_1 \ge \sqrt{Rg}\sqrt{\frac{\frac{\sqrt2}{2}(1-0,8)}{0,8}} = \sqrt{Rg}\sqrt{\frac14\cdot\frac{\sqrt2}{2}} = \frac12\sqrt{Rg\frac{\sqrt2}{2}}$

$V_1 \ge \frac12\sqrt{Rg\frac{\sqrt2}{2}}$

$N = 2mg$

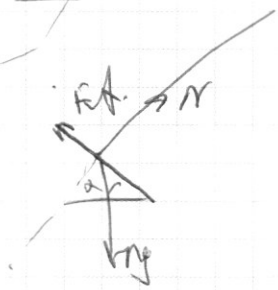






$$mg\frac{\sqrt{2}}{2} = m\frac{V^2}{R}$$

$$V^2 = \frac{Rg\sqrt{2}}{2}$$



$$N - mg\cos\alpha = m\frac{V_m^2}{R}$$

$$F_{тр} = mg\sin\alpha \leq \mu N$$

$$mg\sin\alpha \leq \mu m\frac{V^2}{R} + \mu mg\cos\alpha.$$

$$g\sin\alpha \leq \mu\frac{V^2}{R} + \mu g\cos\alpha.$$

$$\frac{d(x+3R)}{dx} = 1$$

$$\mu\frac{V^2}{R} \geq g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$V \geq \sqrt{R\frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(1 - 0{,}8)$$

$0{,}6\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \frac{2}{8}\frac{\sqrt{2}}{2}$

$0{,}8$

$$dF = k\frac{dQ}{R}\frac{dx}{(3R+x)^2}$$

$$\int\frac{dx}{x^2} = \int x^{-2}dx = \frac{x^{-1}}{-1}dx$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$V_2 = \sqrt{Rg\frac{\sqrt{2}}{2}}$

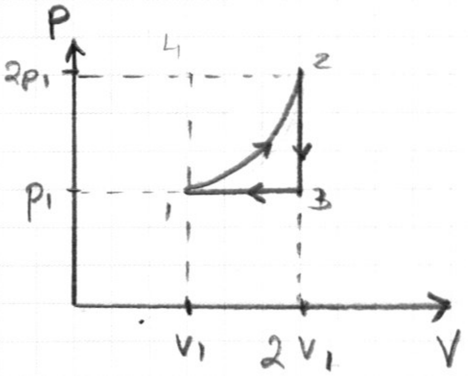
$V_1 \geqslant \frac{1}{2}\sqrt{Rg\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\Rightarrow V_{min} = V_2 = \sqrt{Rg\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{5\sqrt{2}}$ м/с

если возьмём V_{min} ещё меньше, то машина упадёт в самом верху.

Ответ. 1) $a = 20$ м/с^2

2) $V_{min} = \sqrt{5\sqrt{2}}$ м/с

4/ $\nu = 1$
p_1
V_1



1) $Q = \Delta U + A$

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) = \frac{9}{2}p_1V_1$

$A = 2p_1V_1 - \frac{1}{4}\pi p_1V_1 = p_1V_1\frac{8-\pi}{4}$

$$Q = \Delta U + A = p_1V_1\left(\frac{9}{2} + \frac{8-\pi}{4}\right) = p_1V_1\frac{26-\pi}{4}$$

2) $A = p_1V_1 - \frac{1}{4}\pi p_1V_1 = p_1V_1\frac{4-\pi}{4}$

3) $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{4-\pi}{4}\cdot\frac{4}{26-\pi} = \frac{4-\pi}{26-\pi}$

Ответ: 1) $p_1V_1\frac{26-\pi}{4}$

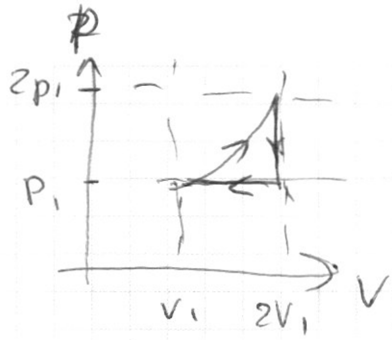
2) $p_1V_1\frac{4-\pi}{4}$

3) $\frac{4-\pi}{26-\pi}$

4) $\nu = 1$ моль

p_1

V_1



$\frac{V}{V_1} = 2$

$$Q = \Delta U + A$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(4p_1V_1 - p_1V) = \frac{9}{2}p_1V_1$$

$$A = 2p_1V_1 + \cancel{p_1V_1} - \frac{\pi p_1V_1}{4}$$

$$A = \frac{1}{4}\pi p_1V_1 + 2p_1V_1$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) = \frac{9}{2}p_1V_1$$

$$Q = \Delta U + A$$

5) R

$a > 0$

3R

$q > 0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

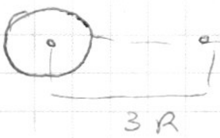
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

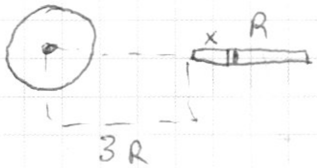
5) R, $Q>0$, $q>0$

F_1, F_2 - ?

1) 

$F_1 = k\dfrac{Qq}{(3R)^2}$

сферу можно представить как точечный заряд помещённый в центре.

2) 

$dF = k\dfrac{Q\,dq}{(3R+x)^2}$ $\quad dq = \dfrac{q}{R}dx$

$dF = k\dfrac{Qq}{R}\dfrac{dx}{(3R+x)^2}$

$F = \int dF = k\dfrac{Qq}{R}\int\limits_0^R \dfrac{dx}{(3R+x)^2} = k\dfrac{Qq}{R}\int\limits_{3R}^{4R}\dfrac{d(x+3R)}{(x+3R)^2} =$

$= k\dfrac{Qq}{R}\int\limits_{3R}^{4R}\dfrac{dt}{t^2} = -k\dfrac{Qq}{R}\dfrac{1}{t}\Big|_{3R}^{4R} = k\dfrac{Qq}{R}\left(\dfrac{1}{3R} - \dfrac{1}{4R}\right)$

Ответ. 1) $F_1 = k\dfrac{Qq}{9R^2}$

2) $F_2 = k\dfrac{Qq}{R}\left(\dfrac{1}{3R} - \dfrac{1}{4R}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик

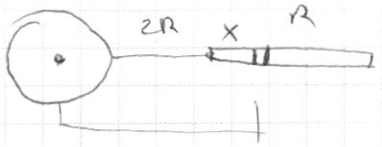
(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

1) 

$$F = k\frac{Qq}{(3R)^2}$$

$$dq = \frac{q}{R}dx$$

2) 

$$dF_y = k\frac{Q\,dq}{(2R+x)^2}$$

$$F = k\frac{qq}{R}\int_0^R \frac{dx}{(2R+x)^2}$$

$\int_{2R}^{3R}$

$$\int_{2R}^{3R} \frac{d(x+2R)}{(2R+x)^2} = \int_{2R}^{3R}\frac{dt}{t^2} = t^{-2}$$

$$\frac{t^{-1}}{-1}$$

$$-\frac{1}{3R}+\frac{1}{2R} \qquad -\frac{1}{t}$$

$$dx = d(x+3R)$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)