

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

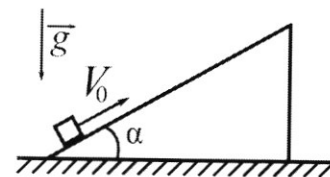
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разбивается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайба, находящаяся на наклонной поверхности клина, сообщает начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине? $m = 2m$

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

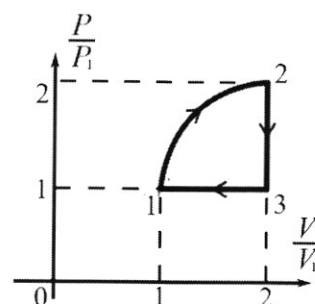
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 — дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

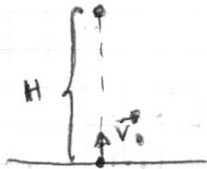
2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $m = 2 \text{ кг}$
 $H = 65 \text{ м}$
 $\tau = 10 \text{ с}$

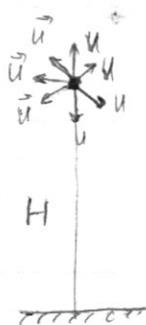
1) V_0
 2) $K = ?$



1) $H = \frac{V_0^2}{2g}$ (в высшей точке, тело не имеет скорости) \Rightarrow

$\Rightarrow V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300} \text{ м/с} = 10\sqrt{13} \text{ м/с}$

2) через время τ на землю упадет тот осколок, у которого скорость была строго вертикальной



по условию скорость осколков (модуль скорости) одинакова \Rightarrow

$\Rightarrow K = \sum_{i=1}^n \frac{m_i u^2}{2} = \frac{u^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i = \frac{u^2 m}{2}$

где u скорость каждого осколка,

Рассмотрим вертикально летящий осколок



$y(t) = H + ut - \frac{gt^2}{2}$

(зависимость координаты от времени для вертикально летящего осколка)

По условию $y(\tau) = 0$ (т.к. последним упадет вертикально летящий осколок) \Rightarrow

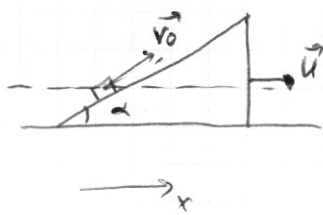
$\Rightarrow H + u\tau - \frac{g\tau^2}{2} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow u = \frac{g\tau^2}{2} - \frac{H}{\tau} = \frac{10 \cdot 100}{2} - \frac{65}{10} = \frac{1000 - 65}{10} = \frac{935}{10}$

$= \frac{870}{20} = \frac{87}{2} \text{ м/с} \Rightarrow$

$\Rightarrow K = \frac{m u^2}{2} = \frac{2 \cdot (\frac{87}{2})^2}{2} = \frac{(87)^2}{4} = \frac{6699}{4} \text{ Дж}$

② $\alpha = 30^\circ$
 $m = M$
 $V_0 = 2 \text{ м/с}$
 1) $H = ?$
 2) $v = ?$



1) из ЗСМ $mV_0 = M\vec{u} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \rho V_0 \cos \alpha = \rho u$

из ЗСЭ $E_0 = \frac{mV_0^2}{2}$
 $E_1 = \frac{m u^2}{2} + mgH$

$E_0 = E_1$
 (Кинетическая энергия ~~на высоте~~ начальная кинетическая энергия = потенциальная энергия на высоте макс.) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{\rho V_0^2}{2} = \frac{\rho u^2}{2} + \rho g H \Rightarrow H = \frac{V_0^2 - u^2}{2g} = \frac{V_0^2 - V_0^2 \cos^2 \alpha}{2g} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} =$$

$$= \frac{4 \cdot \frac{1}{4}}{20} = \frac{1}{20} \text{ м.}$$

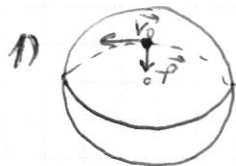
2) из ЗСМ $\rho V_0 \cos \alpha = -\rho v' \cos \alpha + \rho u'$ (на оси x)

$$\begin{cases} \rho V_0 \cos \alpha = -\rho v' \cos \alpha + \rho u' \\ \frac{\rho V_0 \cos \alpha}{2} + \rho g H = \frac{\rho (v')^2}{2} + \frac{\rho (u')^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 \cos \alpha + v' \cos \alpha = u' \\ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_0 \cos \alpha}{2} + gH = \frac{(v')^2}{2} + \frac{(V_0 \cos \alpha + v' \cos \alpha)^2}{2}$$

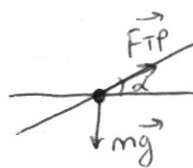
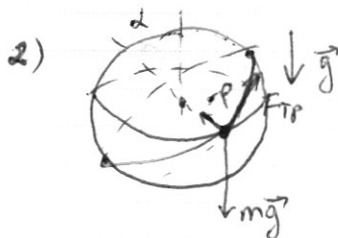
решая данное уравнение относительно v' -а, получим требуемое значение.

③ $R = 1,2 \text{ м}$
 $V_0 = 3,7 \text{ м/с}$
 $m = 0,4 \text{ кг}$
 1) $P = ?$
 2) $\alpha = \frac{\pi}{6}$
 $\mu = 0,9$
 $V_{\min} = ?$



из II закона Ньютона

$$P = \frac{m V_0^2}{R} = \frac{0,4 \cdot (3,7)^2}{1,2} = \frac{2849}{300} \text{ Н}$$



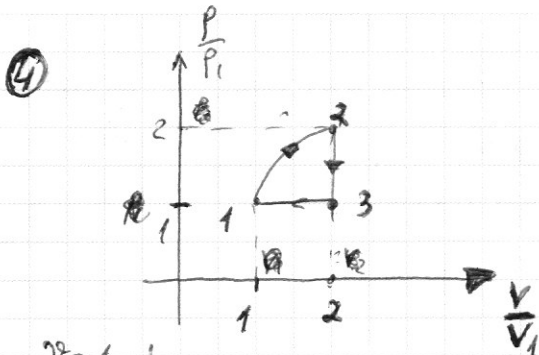
т.к. $v = \text{const} \Rightarrow$

$$\Rightarrow mg = F_{TP} \sin \alpha = \mu P \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho l = \frac{mg}{\mu \sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\rho l = \frac{\rho V_{\min}^2}{R} = \frac{\rho g}{\mu \sin \alpha} \Rightarrow V_{\min} = \sqrt{\frac{gR}{\mu \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{80}{3}} \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = R \quad \left. \begin{array}{l} P_2 = 2P_1 \\ V_2 = 2V_1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{4P_1 V_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 4T_1$$

$\nu = 1$
 T_1, R
 1) $Q = ?$
 2) A
 3) $\eta = ?$

1) Расширение произошло в 1-2 процессе

$$\Delta U_{12} = Q - A'_{12} \Rightarrow Q = \Delta U_{12} + A'_{12} =$$

$$= \frac{3}{2}(\nu R T_2 - \nu R T_1) + A'_{12} = \frac{3}{2} R (4T_1 - T_1) + A'_{12} = \frac{9RT_1}{2} + A'_{12}$$

A'_{12} численно равна площади под графиком

1-2, т.е. $A'_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV$ (речь идет о PV графике а не а данном графике)

~~$$S = \frac{\pi R^2}{4} (V_2 - V_1)$$~~

$$\frac{P}{P_1}(V) = 1 + \sqrt{\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)^2 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2} \quad (\text{уравнение графика на 1-2 участке})$$

$$P(V) = P_1 + P_1 \sqrt{\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)^2 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2}$$

$$A'_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \left(P_1 + P_1 \sqrt{\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)^2 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2} \right) dV = P_1 (V_2 - V_1) + \frac{P_1 \pi \left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)^2 V_1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{9RT_1}{2} + P_1 V_1 + \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \frac{9RT_1}{2} + RT_1 + \frac{\pi}{4} RT_1 =$$

$$= RT_1 \left(\frac{9}{2} + \frac{\pi}{4} + 1 \right) = RT_1 \left(\frac{18 + \pi + 2}{4} \right) = RT_1 \left(\frac{20 + \pi}{4} \right)$$

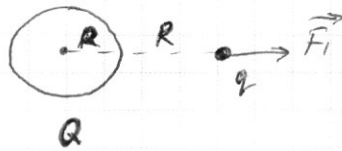
2) работа за весь цикл будет

$$A = \frac{\pi}{4} RT_1 \left(\frac{P_1 \pi \left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)^2 V_1}{4} \right)$$

см. площадь под графиком

$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{\pi}{4} RT_1}{\left(\frac{20 + \pi}{4}\right) RT_1} = \frac{\pi}{20 + \pi}$$

5) $Q > 0$
 $R, q > 0$ 1)

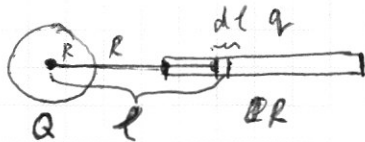


1) $F_1 = ?$
 2) $F_2 = ?$

из теоремы Гаусса очевидно, что заряд со сферическим распределением эквивалентен заряду положительному в центре сферы ~~и сферическому заряду~~ центру сферы и точечные заряды взаимодействуют как точки.

$$\Rightarrow F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$$

2)



$$\lambda \equiv \frac{q}{R} = \frac{dq}{dl} \text{ — линейная плотность заряда}$$

Т.к. сфера взаимодействует как точечный заряд \Rightarrow очевидно что сила ^{взаимодействия} направлена вдоль стержня.

~~_____~~

$$dF = \frac{kQ dq}{l^2} = \frac{kQ \lambda dl}{l^2} \text{ где}$$

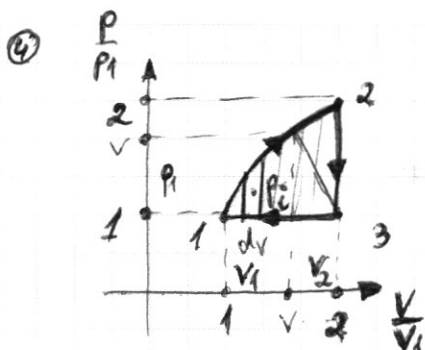
$$F = \int_R^{2R} \frac{kQ \lambda dl}{l^2} = kQ \lambda \int_R^{2R} l^{-2} dl =$$

l — расстояние элементарного заряда от центра сферы \Rightarrow

$$= -\frac{kQ \lambda}{l} \Big|_R^{2R} = -\frac{kQ \lambda}{2R} + \frac{kQ \lambda}{R} = kQ \lambda \left(\frac{2-1}{2R} \right) =$$

$$= \frac{kQ \lambda}{2R} = \frac{kQ \cdot q}{2R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\nu = 1$ моль

$\Delta U = Q - A'$

$\Delta U_{12} = Q_{12} - A'_{12}$

$\Delta U_{12} =$

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A'_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \int_1^2 P dV =$
 $= \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} \nu R (4T_1 - T_1) =$

$= \frac{3}{2} \cdot 3 R T_1 = \frac{9 R T_1}{2}$

$A'_{12} = P_1 (V_2 - V_1) +$

$x^2 + y^2 = R^2$

$P^2 + V^2 = R^2$

- | |
|-------------|
| T_1 |
| 1) Q |
| 2) A |
| 3) η ? |
| R |

$\frac{P_1 V_1}{T_1} = R$

$P_1 V_1 = R T_1$

$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$

$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{4 P_1 V_1}{T_2}$

$T_2 = 4 T_1$

$P_2 = 2 P_1$
 $V_2 = 2 V_1$



$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$

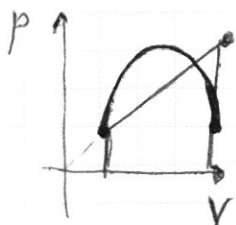
$\sqrt{(V_2 - V_1)^2 + (P_2 - P_1)^2}$

$\int \sqrt{\left(\frac{V_2}{V_1} + 1\right)^2 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2} dV = R \cdot \{V_2 - V_1\} = \{P_2 - P_1\}$

$\int_{V_1}^{V_2} \sqrt{P_1 R - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2} d\left(\frac{V}{V_1}\right) = S = \frac{\pi (V_2 - V_1)^2}{4} = \frac{\pi (P_2 - P_1)^2}{4}$
 $= V_1 \cdot \pi P_1 R^2$

$P(V) = P_1 + \sqrt{R^2 - V^2}$

$S = \frac{\pi R^2}{4}$



$P(V) = kV$

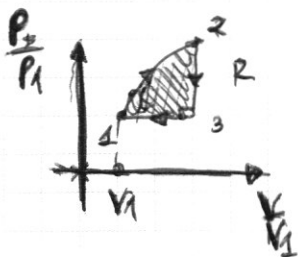
$\left(\frac{V_2 - V_1}{V_1}\right)^2 =$

$P_1 (V_2 - V_1) + \frac{\pi}{4} \cdot (V_2 - V_1)^2$

$\left(\frac{5^3}{5^3} - 1\right)^2$

$P(V) = P_1 + \sqrt{R^2 - V^2}$

$R = \frac{V_2}{V_1} - 1$



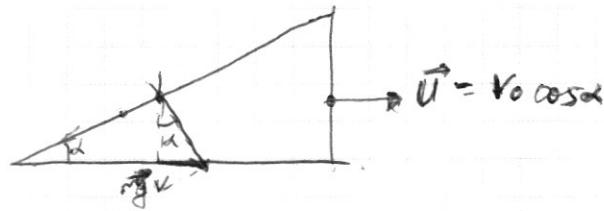
$R = \frac{V_2}{V_1} - 1$

$\frac{P}{P_1} \cdot \frac{V}{V_1}$

$\frac{P}{P_1}(V) = 1 + \sqrt{\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)^2 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2}$

② $\alpha = 30^\circ$
 $V_0 = 2 \text{ м/с}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

1) H
 2) v?



$$P_0 = mV_0 \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$P_1 = mV' + mU'$$

$$N_x = mg \cos \alpha \sin \alpha$$

$$a = g \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\left\{ \begin{aligned} mV_0 \cos \alpha &= mV' + mU' \\ \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2} &= \frac{m(V')^2}{2} + \end{aligned} \right.$$

$$\frac{mU'^2}{2} + mgH = \frac{m(V')^2}{2} +$$

$$\frac{(V_0 \cos \alpha)^2}{2} + gH = \frac{(V')^2}{2} + \frac{(V_0 \cos \alpha)^2}{2} + \frac{V_0 V' \cos^2 \alpha}{2} + \frac{(V' \cos \alpha)^2}{2}$$

$$H = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{2x}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{x^2 \cdot \frac{3}{4}}{2} \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{3x}{4} + \frac{3x^2}{8}$$

$$1 = x^2 + \frac{3x}{2} + \frac{3x^2}{4} = \frac{3x^2}{4} + x^2 + \frac{3x}{2} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{3x^2 + 4x^2}{4} + \frac{3x}{2} - 1 = 0$$

$$\frac{7x^2}{4} + \frac{3x}{2} - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{7}{4} = \frac{9}{4} - 7$$

② 2)-?

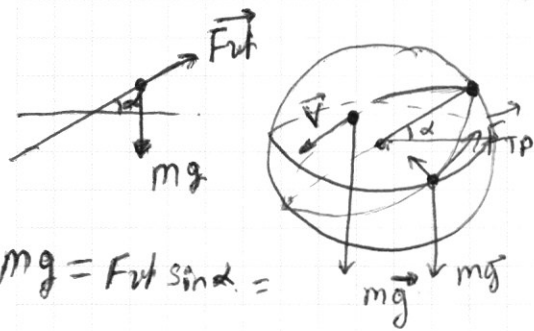
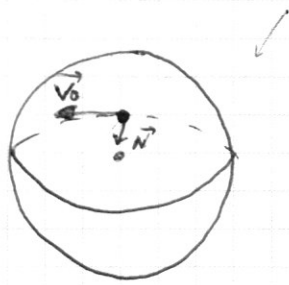
③ $R = 1,2 \text{ m}$

$v_0 = 3,7 \text{ m/c}$

$m = 0,44 \text{ g}$

1) p.-

2)



$mg = F_{tr} \sin \alpha =$

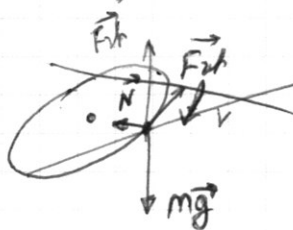
$= \mu p' \sin \alpha$

$p' = \frac{mg}{\mu \sin \alpha} =$

$= \frac{\mu v^2}{R}$

$\frac{g}{\mu \sin \alpha} = \frac{v^2}{R}$

$F_{tr} = \mu N$



$mg + F_{tr} = \frac{mv^2}{R}$

$F_{tr} = \frac{\mu m v_0^2}{R}$

$\frac{0,44 \cdot (3,7)^2}{1,2} = \frac{41}{12,3} \cdot (3,7)^2 =$

$= \frac{(3,7)^2}{3} = \left(\frac{37}{10}\right)^2 = \frac{(37)^2}{300} =$

$\begin{array}{r} \times 37 \\ 37 \\ \hline 259 \\ 259 \\ \hline 2849 \end{array}$

$= \frac{2849}{300}$

$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1,2}{0,9 \cdot 0,15}} = \sqrt{\frac{24}{0,9}} = \sqrt{\frac{240}{9}} = \sqrt{\frac{80}{3}}$

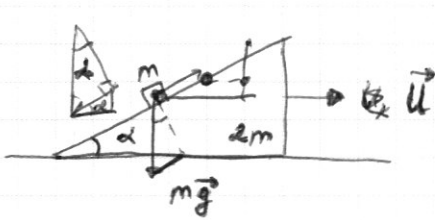
$\int e^{-x} dx = -e^{-x} = -\frac{1}{e^x}$

$\int x^n dx =$

$\int x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 + C$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



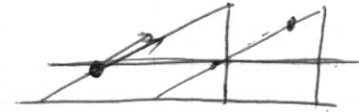
$$U_0 = 0$$

$$U(t) = \frac{g t \cos \alpha \sin \alpha}{2}$$



$$mg \cos \alpha \sin \alpha = \frac{d}{dt} p_{\text{hor}}$$

$$V_{\text{max}}(t) = V_0 - g t \sin \alpha \cos \alpha$$



$$\alpha = 30^\circ$$

$$V_0 = 2 \text{ m/s}$$

1) H = ?

2)

$$t = \frac{V_0}{g \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$P_0 = m V_0$$

$$P_1 = M V$$

$$P_0 = m \vec{V}_0$$

$$P_1 = M \vec{U}$$

$$m V_0 \cos \alpha = M U$$

$$U = \frac{m V_0 \cos \alpha}{M} = V_0 \cos \alpha$$

$$E_0 = \frac{m V_0^2}{2}$$

$$E_1 = \frac{m U^2}{2} + m g H$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = \frac{m U^2}{2} + m g H$$

$$H = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{U^2}{2g} = \frac{V_0^2 - U^2}{2g}$$

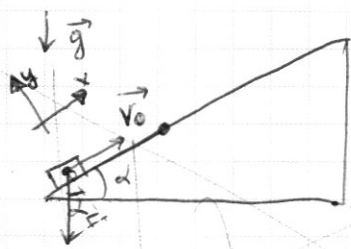
$$U = g \cos \alpha \sin \alpha \cdot \frac{V_0}{g \sin \alpha \cos \alpha}$$

2)



3)

$\alpha = 30^\circ$
 $V_0 = 24 \text{ m/s}$
 1) $H_{\text{max}} = ?$
 2) $V = ?$



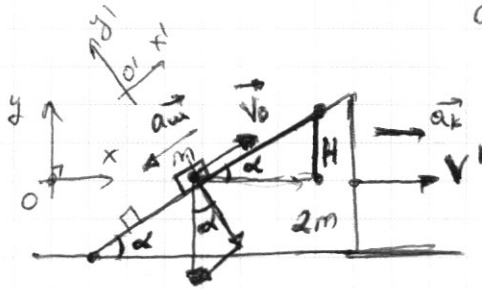
$m a_x = -m g \sin \alpha$
 $a_x = -g \sin \alpha$

~~_____~~

$V(t) = V_0 - g t \sin \alpha$

$X(t) = \int V(t) dt = V_0 t - \frac{g t^2}{2} \sin \alpha + C \rightarrow 0$

$g(t)$



$M = 2m$

$P_0 = m V_0$

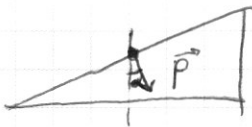
$P_1 = (m+M) V_k$

$m a_m = -m g \sin \alpha$

$a_m = -g \sin \alpha$

$m V_0 = (m+M) V_k$

$V_k = \frac{m V_0}{m+M}$



$a_k = \frac{g \cos \alpha \sin \alpha}{2}$

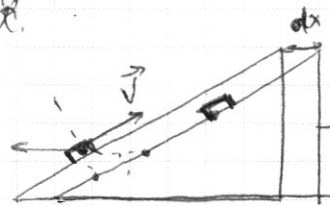
$P = m g \cos \alpha$

~~_____~~

~~_____~~

~~_____~~

~~_____~~



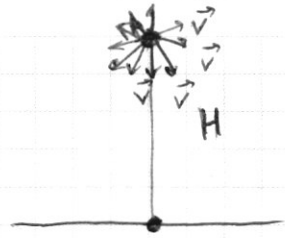
$\vec{V} = V_{\text{отн}} + \vec{u}$

$V_{\text{отн}} = \vec{V} - \vec{u}$

$V_{\text{отн}x}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$m = 2 \text{ кг}$
 H, τ



$$H = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = 60 + 60 = 120 \text{ м/с}$$

$$= \sqrt{1300} \text{ м/с}$$

$$\sum m \vec{v}_i = 0$$



$$y(t) = H + V_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$\begin{array}{r} 435 \\ \times 435 \\ \hline 2175 \end{array}$$

$$H - V_0 \tau - \frac{g\tau^2}{2} = 0$$

~~10 \cdot 100~~

$$y(t) = H + V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

~~$$V_0 \tau = \frac{gt^2}{2} - H = \frac{10 \cdot 100}{2} - 65 = 500 - 65 = 435$$~~

$$y(\tau) = H + V_0 \tau - \frac{g\tau^2}{2} = 0$$

$$500 - 60 = 440$$

$$V_0 \tau = \frac{g\tau^2}{2} - H = \frac{10 \cdot 100}{2} - 65 = 500 - 65 = 435$$

$$K = \frac{mV^2}{2} = 2 \cdot \frac{(435)^2}{4} = \frac{(435)^2}{2}$$

$$\frac{10 \cdot 100}{2} - 65 = \frac{1000 - 130}{2} = \frac{870}{2} = 435$$

$$\frac{1000 - 130}{2} = \frac{870}{2} = 435$$

$$\frac{870}{2} = 435$$

$$\begin{array}{r} \times 87 \\ 87 \\ \hline 609 \\ 609 \\ \hline 6693 \\ \hline 2 \end{array}$$