Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

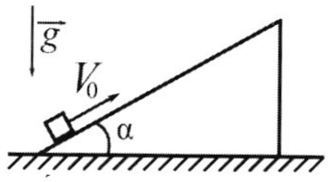
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

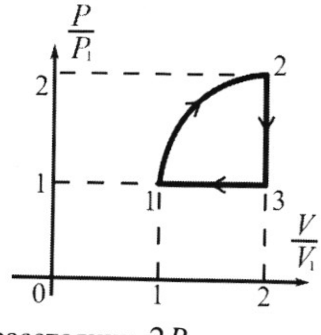
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

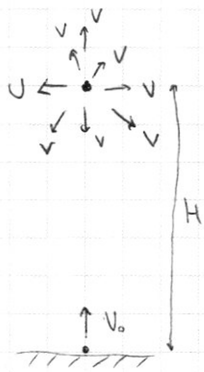
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\frac{m, H, \tau, g}{V_0,\ K}$$

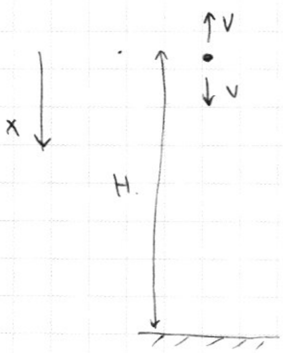


1) ЗСЭ: $\frac{mV_0^2}{2} = mgH$ – для фейерверка

$$V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 65} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13}\ \frac{м}{с}$$

$$\approx 36\ \frac{м}{с}$$

2) рассмотрим падение двух осколков: того, который полетел вертикально вверх со скоростью V, и того, который полетел вертикально вниз со скоростью V. Известно, что они упали на землю с интервалом $\tau = 10с$.



(Очевидно, что первым упал осколок, полетевший строго вниз, а последним – полетевший строго вверх)

Ур-ие РУД:

$$x:\ H = Vt_1 + \frac{gt_1^2}{2} = -Vt_2 + \frac{gt_2^2}{2} \quad (t_2 > t_1)$$

$$Vt_1 + \frac{gt_1^2}{2} + Vt_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0$$

$$V(t_1 + t_2) + \frac{g}{2}(t_1^2 - t_2^2) = 0$$

$$V(t_1 + t_2) + \frac{g}{2}(t_1 + t_2)(t_1 - t_2) = 0.$$

$$(t_1 + t_2)\left(V + \frac{g}{2}(t_1 - t_2)\right) = 0.$$

$t_1 + t_2 \neq 0$, так что сократим на него

$$V + \frac{g}{2}(t_1 - t_2) = 0\ ;\quad t_1 - t_2 = -\tau$$

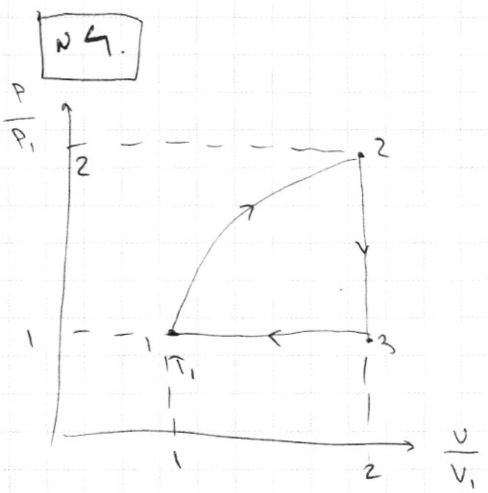
$$V - \frac{g}{2}\tau = 0$$

$$V = \frac{g\tau}{2}.$$

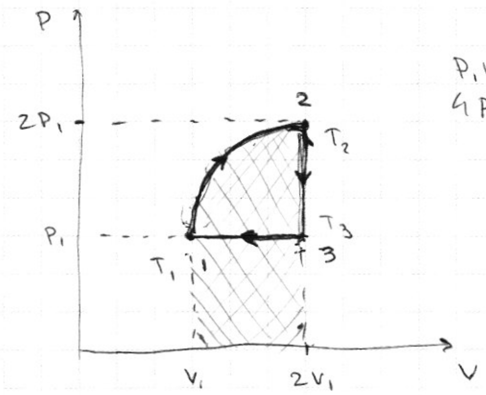
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№4.



перерисуем график:



$P_1V_1 = \nu RT_1$

$4P_1V_1 = \nu RT_2 = \nu R \cdot (4T_1)$

$T_2 = 4T_1$

1) $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$ – расширение.

$A_{12} = S$ графика – (отмечено синим)

Sграфика $= P_1(2V_1 - V_1) + S$ дуги окружности $= P_1V_1 + \frac{1}{4}\cdot\pi P_1V_1 = P_1V_1\cdot\left(1+\frac{\pi}{4}\right) = 1{,}785\ P_1V_1$

$A_{12} = 1{,}785\ P_1V_1$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) = \frac{3}{2}\ \nu R\cdot 3T_1 = \frac{9}{4}\nu RT_1 = \frac{9}{4}P_1V_1 = 2{,}25\ P_1V_1$

$Q_{12} = 1{,}785\ P_1V_1 + 2{,}25\ P_1V_1 = 4{,}035\ P_1V_1 = 4{,}035\ \nu RT_1 \approx 4RT_1$

2) $A_{цикл} = S$графика $= S$ дуги окружности $= \frac{1}{4}\pi P_1V_1 = 0{,}785\ P_1V_1 = 0{,}785\ \nu RT_1 \approx 0{,}8RT_1$

3) $\eta = \frac{A}{Q_+}$; $Q_+ = Q_{12} \Rightarrow \eta = \frac{0{,}8RT_1}{4RT_1} = 0{,}2$

Ответ: $Q_{12} = 4{,}035RT_1$

$A_{цикла} = 0{,}785RT_1$

$\eta = 0{,}2$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) запишем, чему равна кин. энергия для каждого i-того осколка и ~~[illegible]~~ просуммируем по всем i.

$$K_i = \frac{m_i \cdot V^2}{2}$$

$$K = \sum K_i = \sum \frac{m_i \cdot V^2}{2} = \frac{V^2}{2} \sum m_i = \frac{mV^2}{2} = \frac{m \cdot g^2 \tau^2}{2 \cdot 2^2} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 100}{2 \cdot 4} = 2500 \text{ Дж}$$

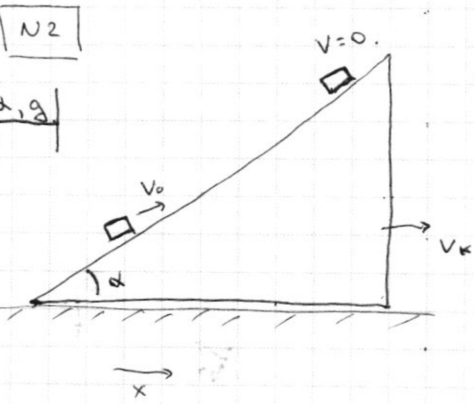
Ответ: $V_0 = 36 \ \frac{м}{с}$

$K = 2500$ Дж

N2

V_0, α, g

H, V



~~ЗСЭ для шайбы~~ m – масса шайбы, масса клина

1) ЗСИ по оси x: $p_1 = mV_0 \cos\alpha + 0$

$p_2 = 0 + 2mV_к$ – в момент наивысшего подъема шайбы

$p_1 = p_2$

$mV_0 \cos\alpha = mV_к$

$2V_к = V_0 \cos\alpha \Rightarrow V_к = \frac{V_0 \cos\alpha}{2}$

следовательно, в момент достижения шайбой высоты H, клин едет со скоростью $V_к = V_0 \cdot \cos\alpha$, т.к. шайба находится на клине и в ~~[illegible]~~ этот момент относительно клина не движется, то ее скорость равна скорости клина.

2) ЗСЭ для шайбы: $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_к^2}{2} + mgH$.

$$\cancel{\frac{V_0^2}{2} = \frac{V_0^2 \cos^2\alpha}{2} + gH}$$

$$\cancel{H = \frac{V_0^2(1-\cos^2\alpha)}{2g} = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 30°}{2g} = \frac{V_0^2}{2 \cdot 4g} = \frac{V_0^2}{8g} = \frac{4}{80} = 5 \text{ см}}$$

$$\cancel{F \cdot \sqrt{1-\cos^2\beta} = mg \cdot \cos\alpha}$$

$$\cancel{F^2 \cdot (1-\cos^2\beta) = m^2 g^2 \cos^2\alpha}$$

$$\cancel{F^2 - F^2\cos^2\beta = m^2 g^2 \cos^2\alpha}$$

$$\cancel{-F^2\cos^2\beta = m^2 g^2 \cos^2\alpha - F^2}$$

$$\cancel{F^2 \cdot \cos^2\beta = F^2 - m^2 g^2 \cos^2\alpha}$$

$$\cancel{F\cos\beta = \sqrt{F^2}}$$

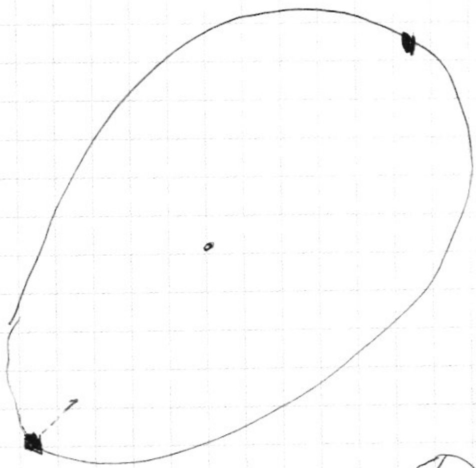
$$\cancel{\frac{F\sin\beta = mg \cdot \cos\alpha}{F\cos\beta = mg \cdot \sin\alpha + \mu N}}$$

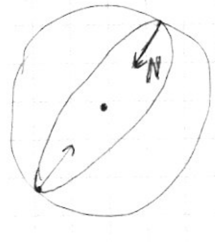
$$\cancel{ctg\,\beta = tg\,\alpha + \frac{\mu N}{mg\cos\beta}}$$

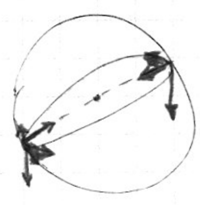
$$\begin{cases} F \cdot \sin\beta = mg\cos\alpha \\ F \cdot \cos\beta = mg\sin\alpha + \mu N \end{cases} \Rightarrow F\cos\beta = F\sin\beta \cdot ctg\,\beta = mg\cos\alpha \cdot ctg\,\beta.$$

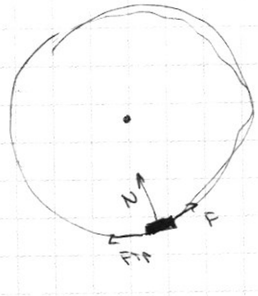
$$mg\cos\alpha \cdot ctg\,\beta = mg\sin\alpha + \mu N$$

$$mg(\cos\alpha \cdot ctg\,\beta - \sin\alpha) = \mu N$$









ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

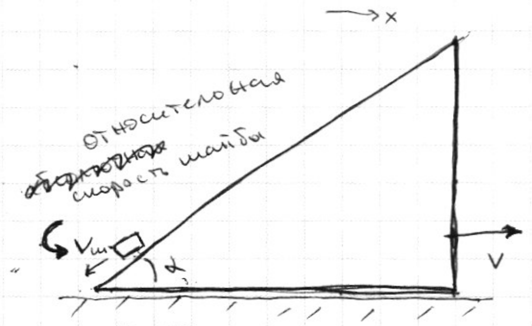
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~2)~~ $$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_0^2\cdot\cos^2\alpha}{2\cdot 4} + mgH$$

$$4V_0^2 = V_0^2\cdot\cos^2\alpha + 8gH$$

$$H = \frac{4V_0^2 - V_0^2\cdot\cos^2\alpha}{8g} = \frac{V_0^2(4-\cos^2\alpha)}{8g} = \frac{2^2\cdot(4-0{,}75)}{8\cdot 10} = 0{,}1625\text{ м} = 16{,}25\text{ см}$$

3) момент возвращения шайбы в точку старта на клине:



пока что мы не знаем, куда направлены скорости шайбы и клина, их направления на рисунке расставлены наугад

ЗСЭ для шайбы:

абсолютная скорость шайбы

$$\frac{mV_{шA}^2}{2} = mgH + \frac{mV_к^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$V_{шA} = V_0$$

~~относительная скорость шайбы~~

ЗСИ ~~для~~ по оси x: $p_1 = mV_0\cdot\cos\alpha + 0$

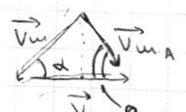
~~$p_2 = \ldots$~~

$p_3 = m(V_{шx} + V_x) + mV_x$

$\Rightarrow p_1 = p_3$

мог ли клин поехать в обратном ~~направл~~ направлении? Нет, ведь иначе, по закону сохранения импульса, шайба поехала бы по оси, к тому же, она бы поднималась вверх по клину, что противоречит условию. итак, клин едет по оси, относительная скорость шайбы $V_ш$ направлена так, как показано на рисунке:

ЗСС: $\vec{V}_{шA} = \vec{V}_ш + \vec{V}$:



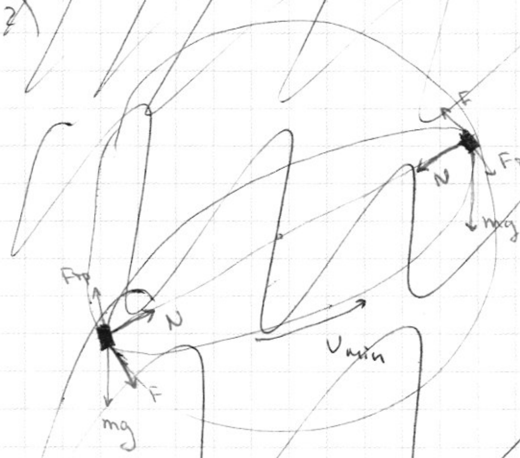
по th. косинусов,

$$V_{шA}^2 = V_ш^2 + V^2 - 2V\cdot V_ш\cdot\cos 30^\circ$$

☐ черновик ☑ чистовик

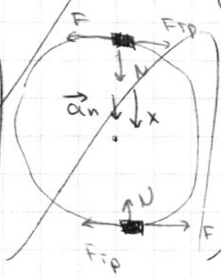
(Поставьте галочку в нужном поле)

2) ~~т.к. мы имеем дело с машиной, то~~ $\cancel{\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{V}_{min}}$, ~~т.к. машина при движении толкается колесами вперед~~



~~т.к.~~ $\cancel{V_{min} - const}$, ~~то~~ $\cancel{\vec{a} = \vec{a}_n}$, ~~и вектор~~ $\cancel{\vec{a}}$ ~~находится в плоскости движения.~~

~~плоскость движения:~~



~~II з Н на ось x:~~

$$\cancel{N = ma_n = \frac{mV_{min}^2}{R} = const \Rightarrow}$$

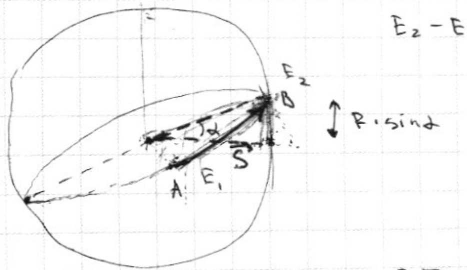
$$\cancel{\Rightarrow F_{тр} = const \Rightarrow F = const.}$$

$\cancel{F = F_{тр}}$

~~таким образом, мы переходим к задаче~~

2) рассмотрим перемещение машинки из положения A в положение B

$$E_2 - E_1 = mgh = mgR\sin\alpha = A$$



$$\cancel{A = A_N \cdot \frac{\pi R}{2} \cdot mg \cdot \cos 90° + mg \cdot \frac{\pi R}{2} \cdot \cos 90° - F_{тр} \cdot \frac{\pi R}{2} + F \cdot \frac{\pi R}{2}}$$

$$s = R\sqrt{2}$$

$$\cancel{mgR\sin\alpha = F\frac{\pi R}{2} - F_{тр}\frac{\pi R}{2}}$$

$$\cancel{mg\sin\alpha = \frac{\pi}{2}(F - \mu N) = \frac{\pi}{2}\left(F - \mu\frac{V_{min}^2 \cdot m}{R}\right)}$$

$$A = \cancel{F\frac{\pi R}{2} - mg} \; F \cdot S - F_{тр} \cdot S - mg \cdot R\sin\alpha + N \cdot S \cdot \cos 90° =$$

$$= F \cdot S - \mu N S - mgR\sin\alpha = mgR\sin\alpha$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) ~~Найдём $V_м$.~~

~~ω клина: ЗСЭ:~~

$P_1 = P_3 \Rightarrow m V_{мA_x} + m V_x = m V_0 \cdot \cos\alpha$

$V_{мA_x} + V = V_0 \cdot \cos\alpha$

$V_{мA_x} = V_0 \cdot \cos\alpha - V.$

$V_м \cdot \sin\alpha = V_{мA} \cdot \sin\beta$
$V_{мA_x} = V - V_м \cdot \cos\alpha$ (из векторного треугольника)

~~получаем систему ур-ий.~~

~~$V_{мA_x} = V - V_м \cdot \cos\alpha$~~

~~$V_{мA_x} = V_0 \cos\alpha - V$~~

~~$V^2_{мA} = V_м^2 + V^2 - 2V \cdot V_м \cdot \cos\alpha$~~

~~$V_0 \cos\alpha - V = V - V_м \cdot \cos\alpha = V_{мA_x}$~~

~~$V_0 \cos\alpha - V + V - V_м \cdot \cos\alpha = 2V_{мA_x}$~~

~~$\cos\alpha (V_0 - V_м) = 2V_{мA_x}$~~

$V^2_{мA} = V_м^2 + V_x^2 - 2VV_м \cdot \cos 30° = V_0^2.$

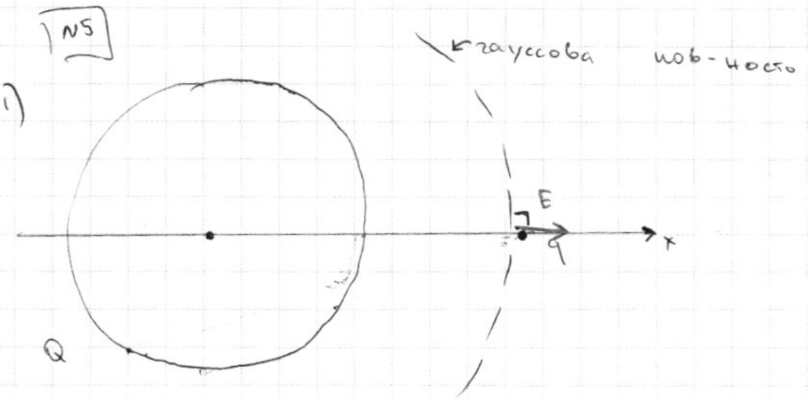
получаем систему ур-ий:

$$\begin{cases} V_{мAx} = V - V_м \cdot \cos\alpha. \\ V_{мAx} = V_0 \cos\alpha - V \\ V_0^2 = V_м^2 - V^2 - 2VV_м \cdot \cos 30° \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

N5

1)



$\vec{F} = q\vec{E}$

~~[illegible]~~

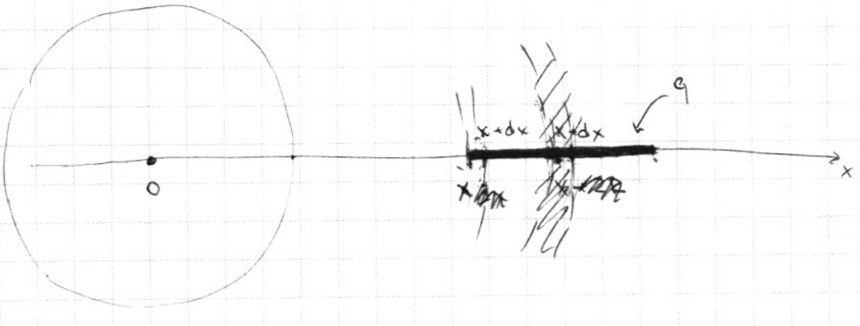
окружим сферу на расстоянии 2R гауссовой поверхностью.

по th. Гаусса: $E \cdot S = \frac{q_{внутри}}{\varepsilon_0}$

$$E = \frac{q_{внутри}}{\varepsilon_0 \cdot S} = \frac{Q}{4\pi(2R)^2 \cdot \varepsilon_0} = \frac{Q}{16\pi R^2 \varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 4R^2} = \frac{kQ}{4R^2}$$

$$F = q \cdot E = \frac{Qq}{16\pi R^2 \varepsilon_0} = \frac{Qq}{50 \varepsilon_0 \cdot R^2} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 4R^2} = \frac{kQq}{4R^2}.$$

2)



аналогично пункту 1), окружим сферу гауссовой поверхностью на расстоянии x от центра сферы и x+dx.

рассмотрим напряженность поля на промежутке dx.

$$E_x \cdot 4\pi x^2 = \frac{q_{внутри}}{\varepsilon_0}$$

$$E_x = \frac{q_{внутри}}{4\pi\varepsilon_0 \cdot x^2} = \frac{k q_{внутри}}{x^2} = \cancel{\frac{k\left(Q + q \cdot \frac{x-2R}{R}\right)}{x^2}} = \frac{kQ}{4R^2}$$

$$E_{x+dx} = \frac{q_{внутри}}{4\pi\varepsilon_0 \cdot (x+dx)^2} = \frac{k q_{внутри}}{(x+dx)^2} = \cancel{\frac{k\left(Q + q \cdot \frac{x+dx-2R}{R}\right)}{(x+dx)^2}} = \frac{k\left(Q + q\frac{dx}{R}\right)}{(2R+dx)^2}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

решим ее: $V - V_m \cdot \cos\lambda = V_0 \cdot \cos\lambda - V$

$$2V = V_0 \cos\lambda + V_m \cos\lambda$$

$$V = \frac{\cos\lambda (V_0 + V_m)}{2}$$

$$V_{max} = V - V_m \cos\lambda = \frac{\cos\lambda (V_0 + V_m)}{2} - V_m \cos\lambda =$$

$$= \cos\lambda \left(\frac{V_0 + V_m}{2} - V_m \right) = \cos\lambda \left(\frac{V_0 - V_m}{2} \right)$$

$$V_0^2 = V_m^2 + V^2 - 2 V V_m \cdot \cos\lambda$$

$$V_0^2 = V_m^2 + \frac{\cos^2\lambda (V_0 + V_m)^2}{4} - 2 \cdot V_m \cdot \frac{\cos\lambda (V_0 + V_m)}{2} \cdot \cos\lambda$$

$$V_0^2 = V_m^2 + \frac{\cos^2\lambda (V_0^2 + 2V_0V_m + V_m^2)}{4} - \frac{\cos^2\lambda (V_0 + V_m) \cdot V_m}{2}$$

$$V_0^2 = V_m^2 + \frac{\cos^2\lambda}{4} \left(V_0^2 + 2V_0V_m + V_m^2 - 2V_0V_m - V_m^2 \right)$$

$$V_0^2 = V_m^2 + \frac{\cos^2\lambda}{4} \cdot V_0^2$$

$$V_0^2 - \frac{V_0^2 \cdot \cos^2\lambda}{4} = V_m^2$$

$$V_m = \sqrt{V_0^2 - \frac{V_0^2 \cdot 3}{16}} = V_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = V_0 \cdot \sqrt{\frac{13}{16}} =$$

$$= V_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4} = V_0 \cdot \frac{3.6}{4} = 0.9 V_0.$$

$$V = \frac{\cos\lambda (V_0 + V_m)}{2} = \frac{\sqrt{3} (V_0 + 0.9V_0)}{4} = \frac{1.7 \cdot 1.9}{4} V_0 = 0.875 V_0 =$$

$$= 1.75 \text{ м/с}$$

Ответ: $H = 16{,}25$ см

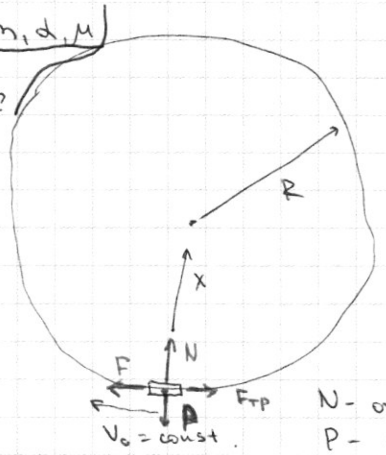
$V = 1{,}75$ м/с

$\boxed{№3}$

V_0, R, m, α, μ

P – ?

V_{min} – ?



N – от сферы к машине

P – от машины к сфере.

$$N = P$$
$$\vec{N} = -\vec{P}$$

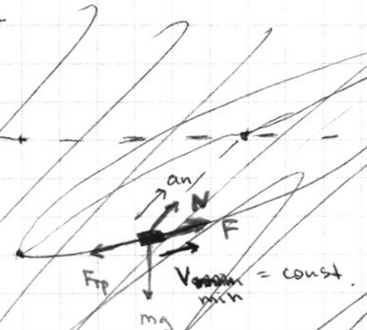
1) на машинку ~~действует только сила N, и т.д.~~ в плоскости рисунка действуют силы $N, F_{тр}, F$.

II зН: x: $N = ma_x = ma = ma_n$ ($\vec{a} = \vec{a}_n = \vec{a}_x$ – что очевидно)

$$a_n = \frac{V_0^2}{R} \Rightarrow N = \frac{mV_0^2}{R}$$

$$P = N = \frac{mV_0^2}{R} = \frac{0{,}4 \cdot 3{,}7^2}{1{,}2} = 4{,}53 \text{ Н.}$$

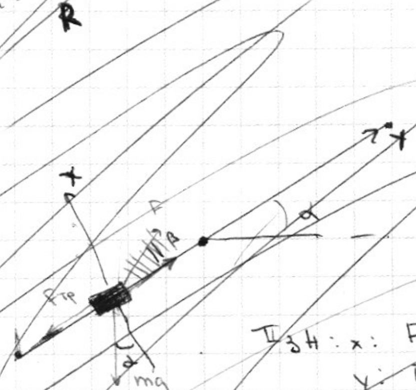
2)



$N = \frac{V_{min}^2}{R} \cdot m$

$\vec{a} = \vec{a}_n$; $a_n = \frac{V_{min}^2}{R}$

перерисуем в плоскости α:



II зН: x: $F \cdot \sin\beta = mg \cdot \cos\alpha$

y: $F_{тр} + mg \cdot \sin\alpha = F \cdot \cos\beta$

$F_{тр} = \mu N$

$R\sqrt{2}(F - \mu N) = 2mgR\sin\alpha.$

$\sqrt{2}(F - \mu N) = 2mg\sin\alpha.$

$\sqrt{2}\left(F - \mu\frac{V^2 \cdot m}{R}\right) = 2mg\sin\alpha.$

$F - \mu\frac{V^2 m}{R} = \sqrt{2}\, mg\sin\alpha = const.$

$V = V_{min}$: $V_{min}^2 = \frac{F \cdot R}{\mu m}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cancel{E_{dx} = E_{x+dx} - E_x = \frac{k\left(Q+q\cdot\frac{x-2R}{R}\right)}{x^2} - \frac{k\left(Q+q\frac{x+dx-2R}{R}\right)}{(x+dx)^2}\, i =}$$

$$\cancel{\frac{k}{x^2(x+dx)^2}\left(Q+q\frac{x-2R}{R}\right.}$$

$$dE = \frac{kQ}{4R^2} - \frac{k\left(Q+q\frac{dx}{R}\right)}{(2R+dx)^2} = \frac{k}{4R^2(2R+dx)^2}\cdot\left(Q(2R+dx)^2 - \left(Q+q\frac{dx}{R}\right)\left(4R^2\right)\right) =$$

$$= \frac{k}{4R^2(2R+dx)^2}\left(Q\cdot 4R^2 + Q\cdot 4Rdx + Q\cdot(dx)^2 - Q\cdot 4R^2 - q\cdot dx\cdot 4R\right) =$$

$$= \frac{k}{4R^2(2R+dx)^2}\left(4RQdx - 4Rq\,dx\right) = \frac{k}{R(2R+dx)^2}\cdot dx(Q-q)$$

$$E = \int dE = \int_{2R}^{3R} \frac{k(Q-q)}{R(2R+dx)^2}\,dx = \frac{k(Q-q)}{R}\int\frac{dx}{(2R+dx)^2} =$$

$$= \frac{k(Q-q)}{R}\int_{2R}^{3R}\frac{dx}{x^2} = \frac{k(Q-q)}{R}\cdot\int_{2R}^{3R} x^{-2}\,dx =$$

$$= \frac{k(Q-q)}{R}\cdot\frac{x^{-1}}{-1}\Bigg|_{2R}^{3R} = \frac{k(Q-q)}{R}\cdot\left(\frac{-1}{2R} - \frac{-1}{3R}\right) = \frac{k(q-Q)}{R}\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R}\right) =$$

$$= \frac{k(q-Q)}{R}\cdot\frac{1}{6R} = \frac{k(q-Q)}{6R^2}$$

$$F = qE = \frac{kq(q-Q)}{6R^2}.$$

Ответ: $\frac{kQq}{4R^2}$; $\frac{kq(q-Q)}{6R^2}$.