

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

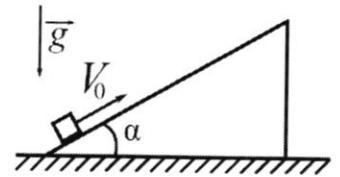
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

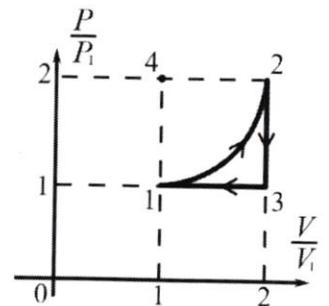
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

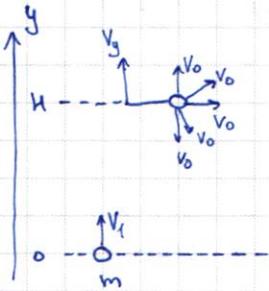
1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

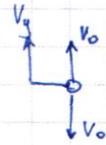
Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned}
 1) \quad K &= \sum \frac{\Delta m}{2} (\vec{V}_{0i} + \vec{V}_y)^2 = \sum \frac{\Delta m}{2} (V_{0i}^2 + V_y^2 + 2V_{0i} V_y \cos(\alpha_i)) = \\
 &= \sum \frac{\Delta m}{2} (V_0^2 + V_y^2) + \sum \frac{\Delta m}{2} (2V_0 V_y \cos \alpha_i) \quad \begin{matrix} \text{360}^\circ \text{ т.к. } \cos(2\pi - \alpha) = \cos(\alpha) \\ \uparrow \\ \text{внешний} \\ \text{угол между} \\ \text{векторами} \\ \vec{V}_{0i} \text{ и } \vec{V}_y \end{matrix} \\
 \sum \frac{\Delta m}{2} (2V_0 V_y \cos \alpha_i) &= \frac{\Delta m}{2} V_0 V_y \cdot \sum \cos(\alpha_i) \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{внутренний} \end{matrix} \\
 \sum_0^{360^\circ} \cos(\alpha_i) &= \sum_0^{180^\circ} \cos(\alpha_i) + \sum_{180^\circ}^{360^\circ} \cos(\alpha_i) = 0
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow K = \sum \frac{\Delta m}{2} (V_0^2 + V_y^2) + 0 = \frac{m}{2} (V_0^2 + V_y^2)$$



$$V(t) = V_0 - gt$$

$$y(t) = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$V_B(t) = (V_y + V_0) - gt$$

$$V_A(t) = (V_y - V_0) - gt$$

$$y_B(t) = (V_y + V_0)t - \frac{gt^2}{2} + H$$

$$y_A(t) = (V_y - V_0)t - \frac{gt^2}{2} + H$$

Рассмотрим самый нижний осколок (V_A)

(тот, у кот. $V_{0i} \uparrow$ (O_y или \vec{V}_y)) — он упадет на землю

первым, а самый верхний осколок — он упадет последним

(у которого $V_{0i} \uparrow \vec{V}_y$)

$t_{нк}$ — время падения нижнего осколка, $t_{вк}$ — верхнего

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow t_{вк} &= \frac{2(V_y + V_0)}{g} \\
 t_{нк} &= \frac{2(V_y - V_0)}{g}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{V_0^2}{2g} \\
 K &= \frac{mV_0^2}{2} + \frac{mV_y^2}{2}
 \end{aligned}$$

$$K = \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Фейерверк разрывается в высшей точке траектории \Rightarrow

$V(T) = 0 \Rightarrow V_y = 0 \Rightarrow V_0 = gT$ (поэтому вся 1ая часть задачи бессмысленна)

$$y(t) = V_0 t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow H = y(T) = gT^2 - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$$

$$t_{нк} = \frac{2(V_y - V_0)}{g}$$

$$t_{нк}: y_k(t_{нк}) = 0 = H - \sqrt{\frac{2K}{m}} t_{нк} - \frac{gt_{нк}^2}{2} = 0$$

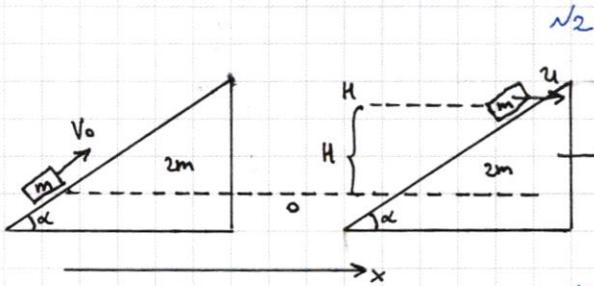
$$\Rightarrow \frac{gt_{нк}^2}{2} + \sqrt{\frac{2K}{m}} t_{нк} - H = 0$$

$$t_{нк} = \frac{-\sqrt{\frac{2K}{m}} \pm \sqrt{\frac{2K}{m} + 2gH}}{g}$$

$$\Rightarrow t_{нк} = \frac{10\sqrt{5} - 10 \cdot 6}{10}$$

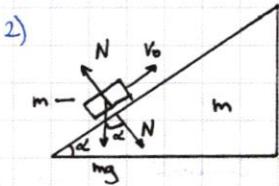
$$= 3\sqrt{5} - 6 \text{ с}$$

Ответ: 1) $K = 45 \text{ м}$ 2) $t_{нк} = 3\sqrt{5} - 6 \text{ с}$



$$1) \begin{cases} 0 + \frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{3m u^2}{2} \leftarrow 3C\gamma \\ x: m v_0 \cdot \cos \alpha = 3m u \leftarrow 3C\gamma \text{ на } O_x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{3m v_0^2}{50} \Rightarrow \frac{11}{25} m v_0^2 = mgH \\ u = \frac{v_0}{5} \end{cases} \quad v_0 = \frac{5}{\sqrt{11}} \sqrt{gH} = \frac{5\sqrt{22}}{11} \frac{M}{C}$$



$$2) \quad a_{\text{ка по x}} = \frac{N \cdot \cos \alpha}{m} = \frac{mg \cos^2 \alpha}{m} = g \cdot \cos^2 \alpha$$

+ " ← a_{\text{ка по x}} " T.K. mg = const ⇒ N = const ⇒ a_{\text{ка по x}} = const

⇒ кама сточи

$$\Rightarrow v_{\text{ка}}(t) = v_0 \cdot \sin \alpha - (g - g \cdot \cos^2 \alpha) t = v_0 \sin \alpha - g \sin^2 \alpha t$$

$$y_{\text{ка}}(t) = v_0 \cdot \sin \alpha t - \frac{g \sin^2 \alpha t^2}{2} \quad t_{\text{н.м.}}: v_0 \sin \alpha - \frac{g \sin^2 \alpha t_{\text{н.м.}}}{2} = 0$$

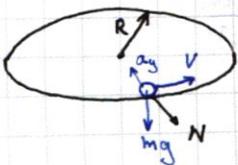
$$\Rightarrow t_{\text{н.м.}} = \frac{2v_0}{g \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow v_{\text{ка}}(t_{\text{н.м.}}) = a_{\text{ка по x}} \cdot t_{\text{н.м.}} =$$

$$= \frac{2v_0 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{18}{4} v_0 = \frac{45\sqrt{22}}{22} \frac{M}{C}$$

Ответ: 1) $v_0 = \frac{5\sqrt{22}}{11} \frac{M}{C}$ 2) $v_{\text{ка}} = \frac{45\sqrt{22}}{22} \frac{M}{C}$

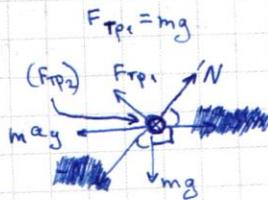
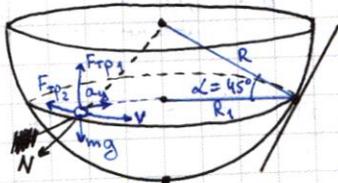
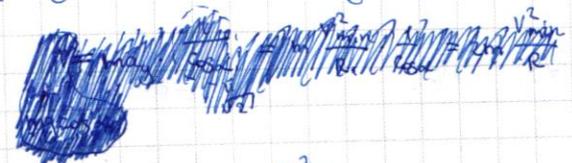
N3



$$1) N = m a_y = \frac{m v^2}{R} = 2mg \Rightarrow a_y = 2g$$

1) Ответ: 2g

$$2) \quad \cancel{N = m a_y = \frac{m v^2}{R}} \quad R_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} R$$



$$mg \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = F_{\text{тр}1} = \mu N \Rightarrow N = \frac{mg}{\mu \sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{R \frac{1-\mu}{\mu \cdot 2g}} = \sqrt{R \frac{1-\mu}{\mu \cdot 2g}} = \sqrt{10 \cdot \frac{2.2}{0.8 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \frac{M}{C}$$

Ответ: 1) 2g
2) $\frac{\sqrt{5}}{2} \frac{M}{C}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

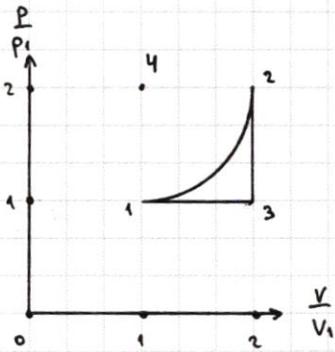
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№4



1) Расширение только на $1 \rightarrow 2 \Rightarrow Q_{12} = A_{12} + U_{12} =$
 $= P_1 V_1 \cdot \left(1 - 1 - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{2} (4-1) \cdot P_1 V_1 = \frac{22-\pi}{4} P_1 V_1$

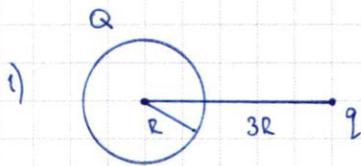
2) $A_{123} = P_1 V_1 \cdot \left(1 - 2 - \frac{\pi}{4} - 1 - 1\right) = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1$

3) $\eta = \frac{A_{123}}{Q_{12}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{22-\pi}{4}} = \frac{4-\pi}{22-\pi}$

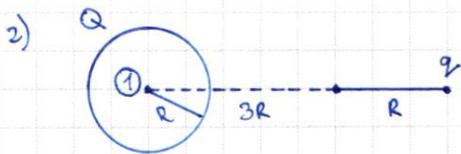
т.к. больше тепла не возвращается

Ответ: $Q_{12} = \frac{22-\pi}{4} P_1 V_1$, $A_{123} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1$, $\eta = \frac{4-\pi}{22-\pi}$

№5



$F_1 = k \frac{Qq}{9R^2}$



из 1): $\forall dq$ из q Q действует, как единичный заряд Q из т. 1

$\Rightarrow F_2 = \sum k \frac{Q dq}{(3R+dr)^2} =$

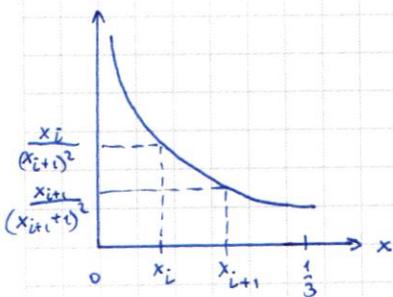
$= \sum k \frac{Q \frac{dR}{R} q}{(3R+dR)^2} = k \frac{Qq}{R} \cdot \sum_0^R \frac{dR}{(3R+dR)^2} = k \frac{Qq}{R^2} \sum_0^R \frac{1}{3 \frac{R}{dR} + 6 + \frac{dR}{R}} \stackrel{dx = \frac{dR}{R}}{=} k \frac{Qq}{3R^2} \int_0^{1/3} \frac{1}{dx + \frac{1}{dx} + 2} =$

$= k \frac{Qq}{3R^2} \int_0^{1/3} \frac{dx}{(dx+1)^2}$

$(x_{i+1}) - (x_i + 1)$

$S_i = (x_{i+1} - x_i) \cdot \frac{x_i \text{ или } x_{i+1}}{(x_i+1)(x_{i+1}+1)} = \frac{x_i}{x_{i+1}} - \frac{x_{i+1}}{x_{i+1}+1}$

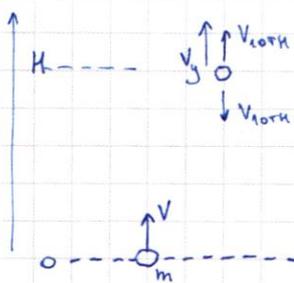
$S = \left| \frac{x_1}{x_{1+1}} - \frac{x_2}{x_{2+1}} + \frac{x_2}{x_{2+1}} - \frac{x_3}{x_{3+1}} + \dots - \frac{x_k}{x_{k+1}} \right| = \left| \frac{0}{0+1} - \frac{1/3}{1/3+1} \right| = \frac{1}{4}$



Ответ: 1) $F_1 = k \frac{Qq}{9R^2}$

2) $F_2 = k \frac{Qq}{12R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N1

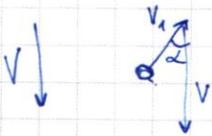
$$V_y(\tau) = V - g\tau \quad y(\tau) = V\tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad V_y + V_{10TK} \quad V_1(\tau) = V_y + V_{10TK} - g\tau \quad y_1(\tau) = (V_y + V_{10TK})\tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad V_y - V_{10TK} \quad V_2(\tau) = V_y - V_{10TK} - g\tau \quad y_2(\tau) = (V_y - V_{10TK})\tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

$$\left(\overleftarrow{\sum \frac{dm V_i^2}{2}} = \frac{dm}{2} \sum V_i^2 \right) \quad k = \frac{m V_{10TK}^2}{2} \otimes \frac{m V_y^2}{2}$$

$$\frac{dm}{2} (\overline{V_{10TK} + V_y})^2 = \frac{dm}{2} (\overline{V_{10TK}^2} + \overline{V_y^2} - 2 \overline{V_{10TK} V_y} \cos \alpha) \quad \frac{\pi r^2}{4}$$

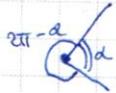


$$\frac{m V_1^2}{2}$$

$$\frac{m (\overline{V_1 + V})^2}{2} = \frac{m V_1^2}{2} + \frac{m V^2}{2} + m V_1 V \cos \alpha$$

$$m V_1 V \cdot \sum_{0}^{360^\circ} \cos \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos(\alpha)$$



$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha \Rightarrow \text{можно} \Rightarrow m V_1 V \sum_{0}^{360^\circ} \cos \alpha = 0$$

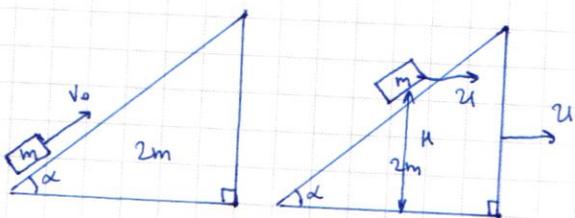
$$\Rightarrow k = \frac{m V_{10TK}^2}{2} + \frac{m V_y^2}{2} \Rightarrow V = \dots$$

$$\tau_1 = \frac{2(V_y + V_{10TK})}{g} - \frac{2(V_y - V_{10TK})}{g} = \frac{4V_{10TK}}{g}$$

$$h = y(\tau) = V\tau - \frac{g\tau^2}{2} \Rightarrow h = \dots$$

$$2) \quad y_2(\tau) = 0$$

N2

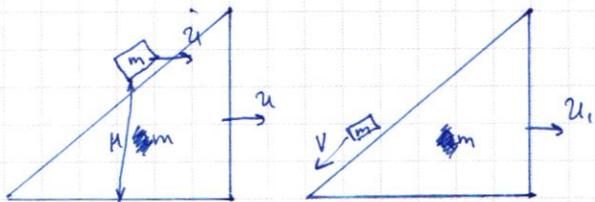


$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3m u^2}{2} + mgh$$

$$x: \quad v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_x m = 3m u$$

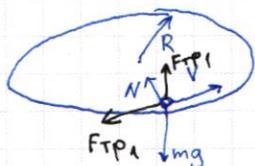
2)



$$mg \mu + \frac{2}{2} m u^2 = \frac{m v^2}{2} + \frac{2 m u_1^2}{2}$$

$$m(v \cdot \cos \alpha + u) = 2m(u_1 - u)$$

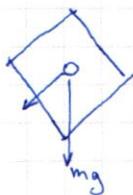
N3



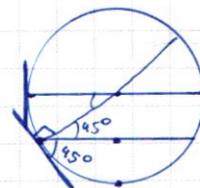
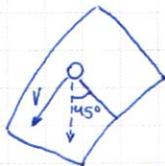
$$N = m a_y = m \frac{v^2}{R} = 2mg$$

$$F_{tr} = \sqrt{2} \mu N = mg = \sqrt{2} \cdot 2mg \cdot \mu \Rightarrow \dots \mu = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$F_{tr} = \sqrt{2} \mu N = mg \quad a_y = 2g$$



2)



$$\sqrt{2} R$$

$$a_y = \frac{v^2}{\sqrt{2} R}$$

$$N = \sqrt{2} m a_y = \frac{v^2 m}{R}$$

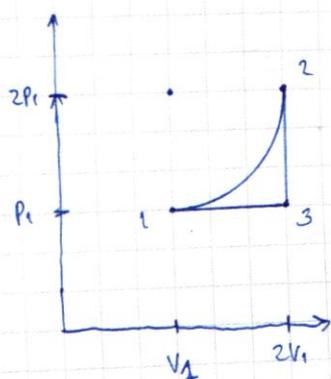
μ

$$F_{tr} = mg$$

$$F_{tr} = N$$

$$\Rightarrow mg = N = \frac{v^2 m}{R} \Rightarrow v_m \dots$$

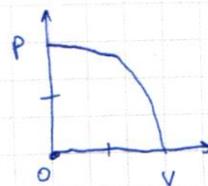
N4



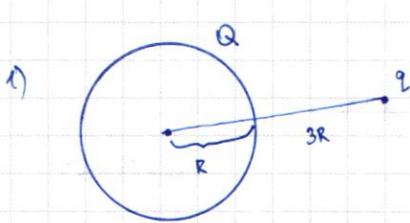
$$1) Q_{12} = A_{12} + U_{12} = \frac{1}{2} 3PV + (2P_1V_1 - \frac{1}{4} P_1V_1)$$

$$2) A_y = A_{12} + A_{31} = P_1V_1 - \frac{1}{4} P_1V_1$$

$$3) \eta = \frac{A_y}{Q_{12}}$$

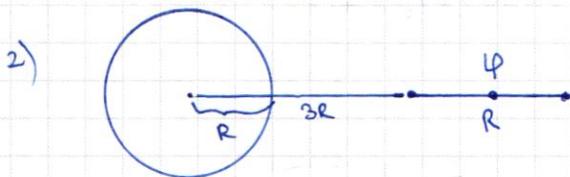


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



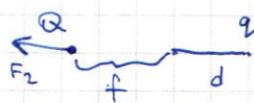
$$F_{qE} = k \frac{Qq}{9R^2}$$

$$F = \sum F_i = \sum k \frac{Q dq}{(3R+dr)^2} = kQ \sum \frac{dq}{(3R+dr)^2}$$



$$\varphi = \sum k \frac{dq}{R_i}$$

$$\varphi_0 = \sum k \frac{dq}{3R+dr}$$



$$F_2 = \alpha \frac{Qq}{d^{2+\beta}}$$

↓

$$3,5^2 = 12,25$$

β=0

$$\alpha \frac{Qq}{9R^2 R^\beta} = \alpha \frac{Qq}{12,25 R^2 (\frac{R}{2})^\beta} + \alpha \frac{Qq}{9R^2 (\frac{R}{2})^\beta} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{12,25 (\frac{1}{2})^\beta} + \frac{1}{9 (\frac{1}{2})^\beta}$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2})^\beta = \frac{9}{12,25} + 1 \Rightarrow \frac{9}{12,25} = \frac{1-2^\beta}{2^\beta} = (\frac{3}{3,5})^2 = \frac{4-2^{\beta+2}}{2^\beta} = (\frac{6}{7})^2$$

$$\beta = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{9}{12,25} + 1 \right)$$

$$100 : 25 = 4$$

$$\beta < 0 \quad \frac{21,25}{12,25} = \frac{85}{53}$$

$$dq = \frac{\Delta R}{R} \cdot q$$

$$F_2 = \sum k \frac{dq Q}{(3R+\Delta R)^2} = \sum k \frac{q Q}{R} \cdot \frac{1}{\frac{(3R+\Delta R)^2}{\Delta R}} = k \frac{q Q}{R^2} \cdot \sum \frac{\Delta R R}{(3R+\Delta R)^2}$$

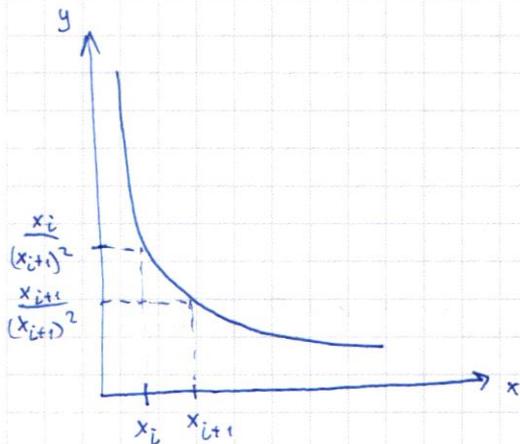
$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3} + 3 + 2$$

$$\frac{\Delta R \cdot 3R}{(3R+\Delta R)^2} = \frac{\Delta R \cdot 3R}{\Delta R^2 + 6R\Delta R + 9R^2} = \frac{1}{\frac{\Delta R}{3R} + 2 + \frac{3R}{\Delta R}} \quad \sum_0^R \frac{1}{\frac{\Delta R}{3R} + \frac{3R}{\Delta R} + 2} = \sum_0^{\frac{1}{3}} \frac{1}{x + \frac{1}{x} + 2}$$

$$3 \frac{R}{\Delta R} + 2 + \frac{\Delta R}{3R}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x + \frac{1}{x} + 2} = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{(x+1)^2} \quad x(x+1)^{-2}$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) + g'(x)f(x)}{?}$$



$$\frac{x_i}{(x_{i+1})^2} + \frac{x_{i+1}}{(x_{i+1}+1)^2} = \frac{x_{i+1}x_i + x_i + x_{i+1}x_i + 1}{(x_{i+1})(x_{i+1}+1)} = \frac{2x_i x_{i+1} + x_i + x_{i+1}}{(x_{i+1})(x_{i+1}+1)}$$

$$= \frac{x_i \cdot (x_{i+1} + 1)}{(x_{i+1})(x_{i+1} + 1)}$$

$$= \frac{x_i}{x_{i+1}} + \frac{x_{i+1}}{x_{i+1} + 1}$$

$$\frac{x_i}{(x_i+1)(x_{i+1})} + \frac{x_{i+1}}{(x_{i+1}+1)(x_{i+1}+1)} = \frac{x_i + x_{i+1}}{x_i x_{i+1} + x_i x_{i+1} + 1} = \frac{1}{\frac{x_i x_{i+1}}{x_i + x_{i+1}} + (x_i + x_{i+1})^2 - x_i^2 - x_{i+1}^2}$$

$$(x_{i+1} - x_i) \cdot \frac{x_i}{(x_{i+1})(x_{i+1}+1)}$$

$$(x_{i+1} + 1 - x_i - 1) = \frac{x_i}{x_{i+1}} - \frac{x_{i+1}}{x_{i+1} + 1}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)