

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

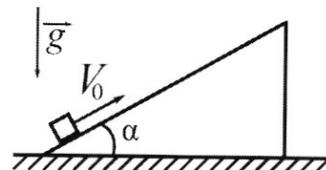
1. Фейерверк массой  $m = 2$  кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разбивается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва  $H = 65$  м. На землю осколки падают в течение  $\tau = 10$  с.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию  $K$  осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость  $V_0 = 2$  м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1) На какую максимальную высоту  $H$  над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса  $R = 1,2$  м равномерно со скоростью  $V_0 = 3,7$  м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели  $m = 0,4$  кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой  $P$  модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ . Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,9$ .

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

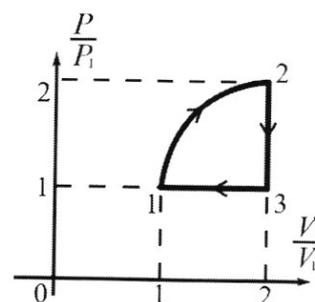
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

Универсальная газовая постоянная  $R$ .



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $2R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $2R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

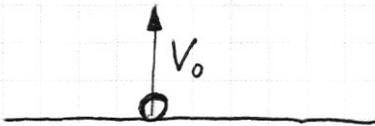
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1



$$m = 2 \text{ кг} \quad t = 10 \text{ с}$$

$$H = 65 \text{ м} \quad g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



1)  $V_0 - ?$

2)  $K - ?$

Решение

1) Двигатель, совершив работу, передаст кинетическую энергию фейрверку

2) В максимальной точке траектории  $V = 0$  -

3) ЗСЭ:

$$\frac{m V_0^2}{2} = m g H \quad V_0 = \sqrt{2 g H}$$

$$V_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13} = 10 \sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

4) В результате взрыва осколки приобретают суммарную кинетическую энергию  $K = \frac{m V^2}{2}$

где  $V$  - это ~~то~~ скорость осколка <sup>после разрыва</sup>

5) Так как разлетаются они с одинаковыми скоростями в одной высоте, то и упадут с одинаковой скоростью  $V_k$

первым на землю упадёт осколок  
который полетел вертикально вниз, а  
последним упадёт осколок, полетевший  
вертикально вверх

$$\begin{aligned} \sigma_k &= V_0 + g t_1 \\ \sigma_k &= -V_0 + g t_2 \end{aligned}$$

$$2V_0 = g(t_2 - t_1) = g\tau$$

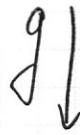
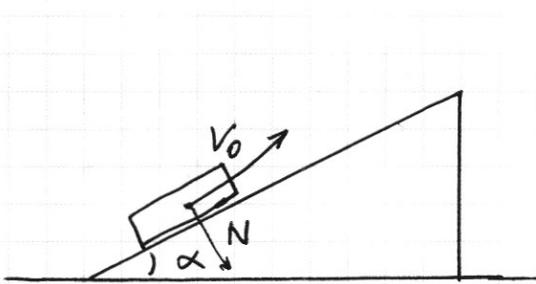
$$V_0 = \frac{g\tau}{2}$$

$$K = \frac{m V_0^2}{2} = \frac{m g^2 \tau^2}{8} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^{500}}{8} = 2500 \text{ Дж}$$

$$\text{Ответ: } V_0 = 10\sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad K = 2500 \text{ Дж}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \alpha = 30^\circ$$

$$V_0 = 2$$

1)  $H$  - ?

2)  $V$

Решение  $\rightarrow x$

1) в момент подъёма на максимальную высоту брусок остановится относительно клина. Следовательно, относительно земли они будут двигаться с одинаковой скоростью  $V_1$  направленной горизонтально

2) ЗСЗ в проекции на  $Ox$ :

$$m V_0 \cos \alpha = 2m V_1$$

$$V_1 = \frac{V_0 \cos \alpha}{2}$$

ЗСЭ:

$$\frac{m V_0^2}{2} = \frac{2m V_1^2}{2} + m g H$$

$$\frac{V_0^2}{2} = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{4} + g H$$

$$H = \frac{2V_0^2 - V_0^2 \cos^2 \alpha}{4g}$$

$$H = \frac{V_0^2}{4g} (2 - \cos^2 \alpha)$$

$$H = \frac{4}{4 \cdot 10} \left( 2 - \frac{3}{4} \right) = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{8} \text{ м}$$

3) Пусть когда брусок спустится на начальную высоту ~~это~~ скорость клина  $V$ , а скорость бруска ~~относительно клина~~  $-V_2$

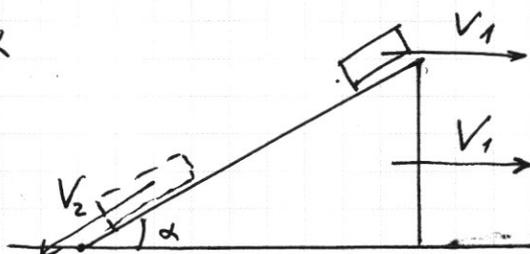
4) Перейдем в такую систему отсчета где клин покоится после схода бруска

5) ЗСЦ в проекции на  $Ox$ :

$$2m(V_1 - V) = -mV_2 \cos \alpha$$

$$2m(V - V_1) = mV_2 \cos \alpha$$

$$V_2 = \frac{2(V - V_1)}{\cos \alpha}$$



ЗСЭ:

~~$$2mV_1^2 + mgh = mV_2^2$$~~

$$\frac{2m(V_1 - V)^2}{2} + mgh = \frac{mV_2^2}{2}$$

$$(V_1 - V)^2 + gh = \frac{2(V - V_1)^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$(V - V_1)^2 \left(1 - \frac{2}{\cos^2 \alpha}\right) = -gh$$

$$(V - V_1)^2 \left(1 - \frac{2 \cdot 4}{3}\right) = -gh$$

$$(V - V_1)^2 = \frac{gh}{\frac{8}{3} - 1} = \frac{3}{5}gh$$

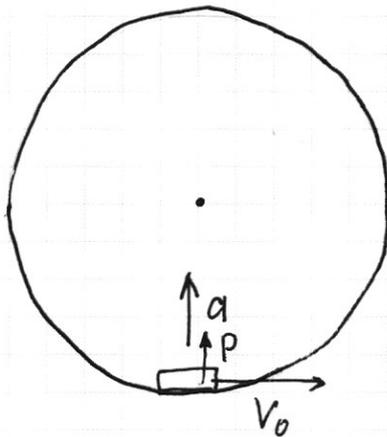
$$V = \sqrt{\frac{3}{5}gh} + V_1 = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^2}{5 \cdot 8_4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$V = \sqrt{\frac{3}{5} \cdot 10^2 \cdot \frac{1}{8_4}} + \frac{2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \frac{M}{C}$$

Ответ: 1)  $\frac{1}{8} M$  2)  $\sqrt{3} \frac{M}{C}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.



$$R = 1,2 \text{ м}$$

$$V_0 = 3,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

1)  $P$

2)  $\alpha = \frac{\pi}{6}$      $M = 0,9$      $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$V_{\text{min}} - ?$

Решение

1) по III Закону Ньютона машинка действует на сферу с такой же силой как и сфера на машинку

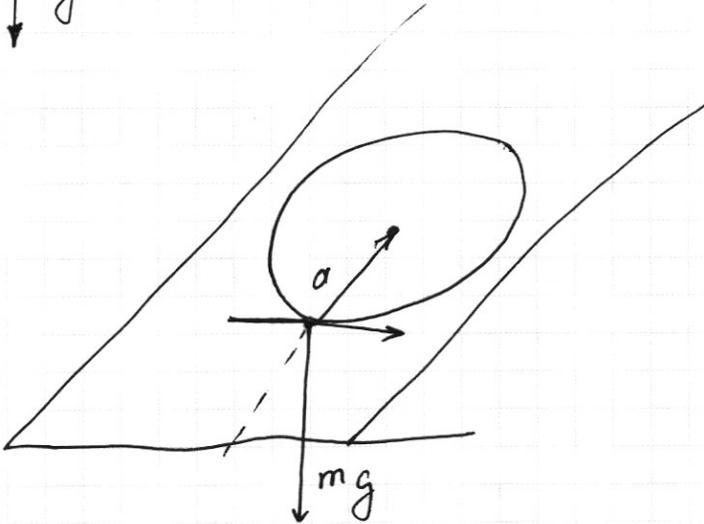
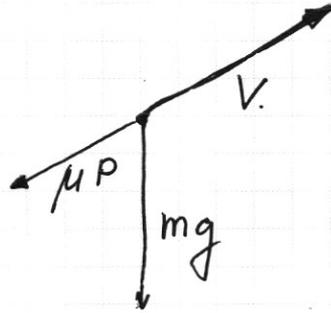
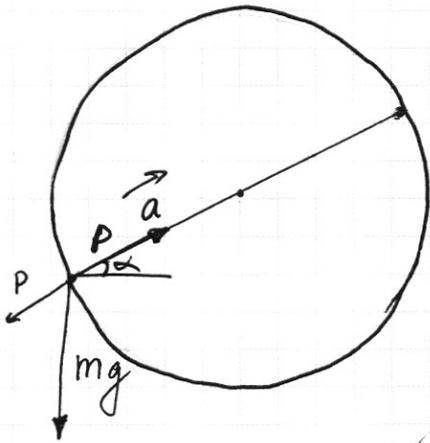
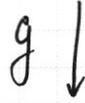
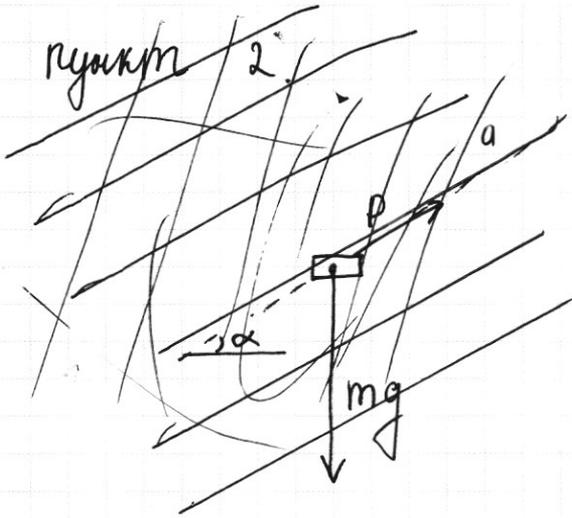
2) II закон Ньютона

$$P = ma$$

3) Из кинематики движения по окружности

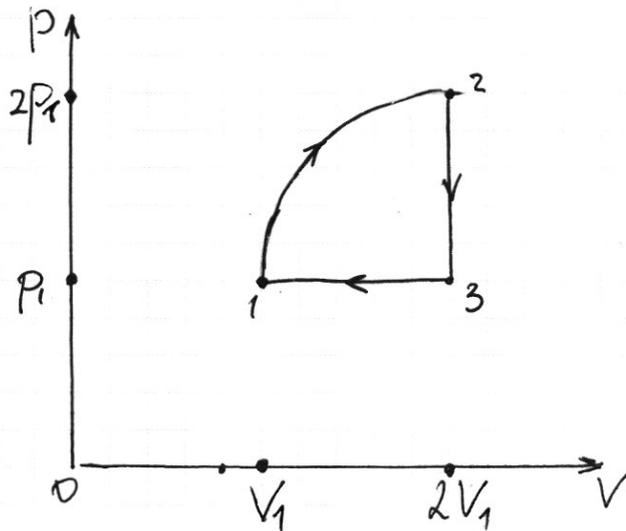
$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$P = m \frac{v^2}{R} = 0,4 \cdot \frac{3,7^2}{1,2} \approx 4,56 \text{ Н}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.



- 1)  $Q - ?$
- 2)  $A - ?$
- 3)  $\eta$

Решение

- 1) Расширение — процесс 1-2.

$$Q = \Delta U_{12} + A_{r12}$$

$$A_{12} = P_1 (V_2 - V_1) + \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = P_1 (2V_1 - V_1) + \frac{\pi}{4} P_1 V_1 =$$

$$= \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1 = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \nu R T_1 = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) R T_1$$

- 2)  $A_{\text{газа}}$  за цикл — площадь под графиком 1-2-3-1

$$A = \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1 = \frac{\pi}{4} R T_1$$

- 3) по определению

$$\eta = \frac{A_{\Gamma}}{Q_{\text{наг}}}$$

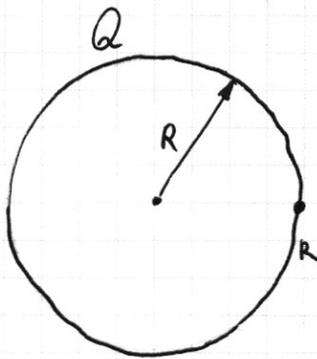
В цикле 1-2-3-1 тепло подводится  
только в процессе 1-2

$$\eta = \frac{\frac{\pi}{4} RT_1}{\left(1 + \frac{\pi}{4}\right) RT_1} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{4+\pi}{4}} = \frac{\pi}{4+\pi} \approx 43\%$$

Ответ:  $Q = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) RT_1$ ;  $A = \frac{\pi}{4} RT_1$ ;  $\eta = 43\%$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

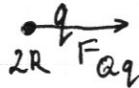
Задача 5.



$$Q > 0; R;$$

$$1) \quad q > 0; \quad F_1 - ?$$

$$2) \quad R; \quad q; \quad F_2 - ?$$



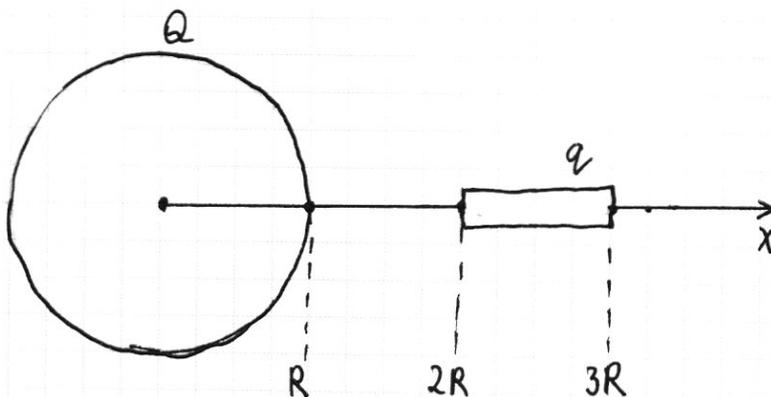
Решение

1) сфера ведёт себя также, как точечный заряд при взаимодействии с зарядом снаружи

2) закон Кулона:

$$F_1 = \frac{k Q q}{4 R^2}$$

3)



Рассмотрим маленький кусочек стержня  
~~длина~~ длиной  $dx$

Сфера действует на этот кусочек стержня с силой:

$$F_{dx} = \frac{kQ \frac{dx}{R} q}{(2R+x)^2}, \text{ где } x - \text{расстояние}$$

от начала стержня и до конца

Тогда суммарная сила, действующая на стержень со стороны сферы

$$F_2 = \int_0^R \frac{kQq}{R(2R+x)^2} dx = \frac{kQq}{R} \int_0^R \frac{dx}{(2R+x)^2}$$

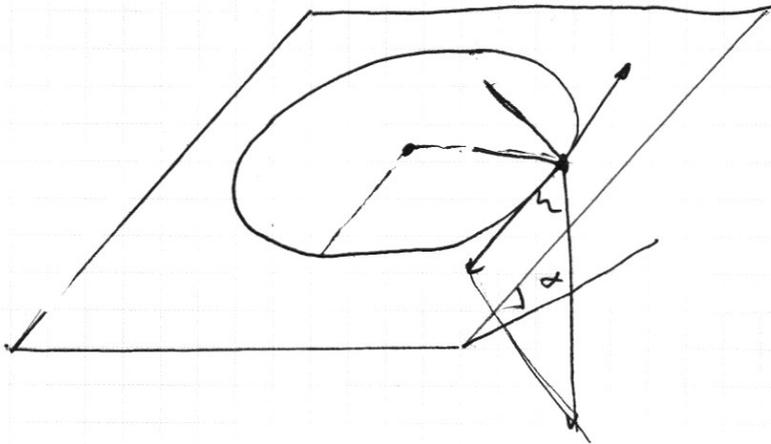
$$\int \frac{dx}{(2R+x)^2} = \int \frac{d(x+2R)}{(2R+x)^2} = -(2R+x)^{-1} + C$$

$$\int_0^R = -\frac{1}{3R} - \left(-\frac{1}{2R}\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \frac{1}{R} = \frac{3-2}{6} \cdot \frac{1}{R} = \frac{1}{6} \frac{1}{R}$$

$$F_2 = \frac{kQq}{R} \cdot \frac{1}{6} \frac{1}{R} = \frac{1}{6} \frac{kQq}{R^2}$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{kQq}{4R^2}; F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Закон Кулона — Ампера

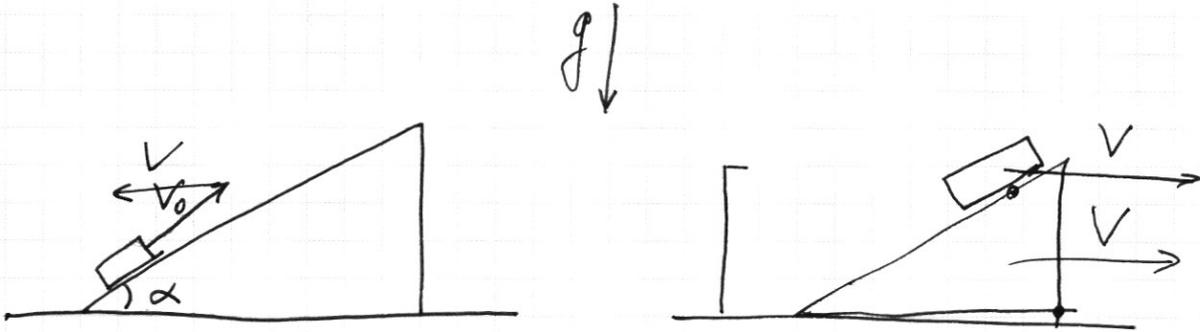
$$F_{\text{тр}} = \mu P$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$2 \cancel{m} m V_1^2 + mgh = \frac{m V^2}{2} + \frac{m V_2^2}{2}$$

$$2mV_1 =$$

$$2m(V_1 - V) =$$

$$\begin{array}{r} 05 \overline{) 5} \\ \underline{-5} \\ 15 \end{array}$$

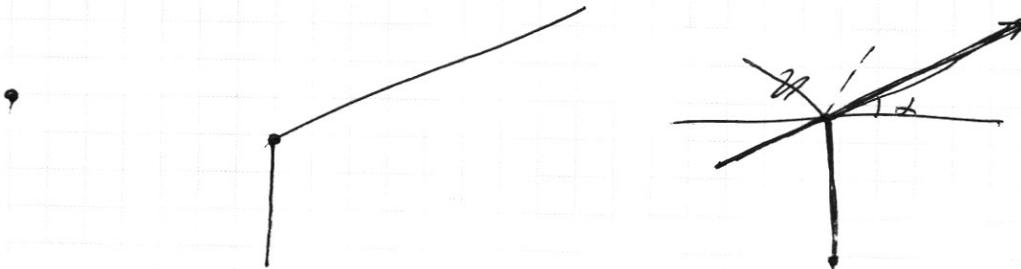
$$\begin{array}{r} 3,7 \\ \underline{3,7} \\ + 259 \\ \underline{111} \\ 13,69 \end{array}$$

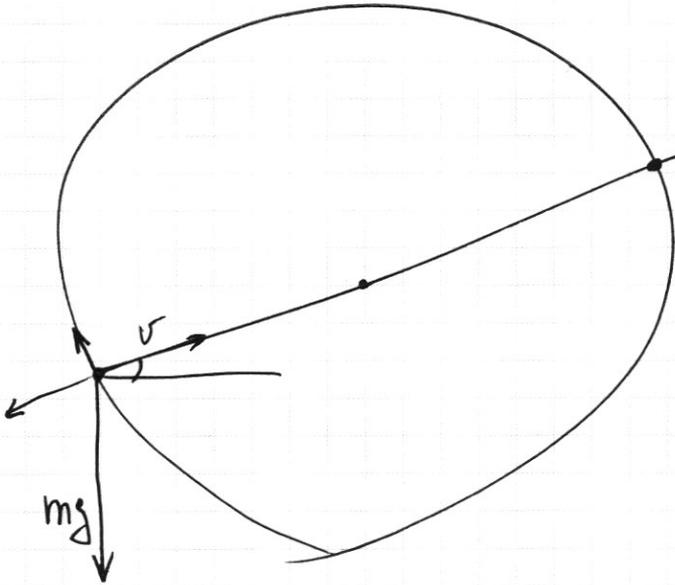
$$\begin{array}{r} 13,69 \overline{) 3} \\ \underline{12} \\ -16 \\ \underline{15} \\ -19 \\ \underline{18} \\ 4 \end{array}$$

$$\underline{3,14}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 10 \\ -3,140 \overline{) 7,14} \\ \underline{1428} \\ 12 \end{array}$$

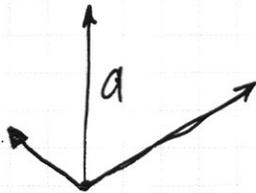
$$\begin{array}{r} 10 \\ -3,140 \overline{) 7,14} \\ \underline{2856} \\ -2840 \\ \underline{2142} \\ 8 \end{array}$$





$$R = \cancel{R}$$

$$1 = \frac{2P}{P_1} + 2$$

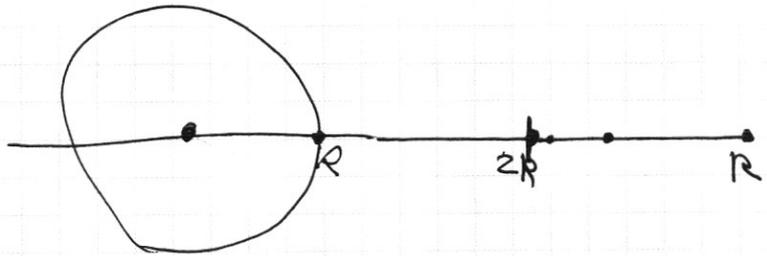
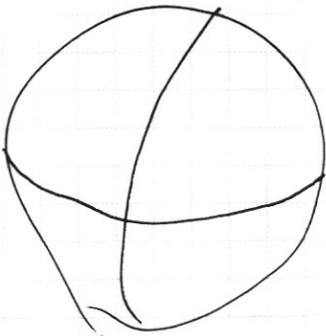


$$V_k = v_1 + g t_1$$

$$V_k = -v_1 + g t_2$$

$$0 = 2v_1 + g(t_1 - t_2) \quad \cancel{2v_1 = g}$$

$$g(t_2 - t_1) = 2v_1$$



$$\frac{kQ \frac{dx}{R} Q}{(2R+x)^2} = \frac{kQq}{R} \int_0^R \frac{dx}{(2R+x)^2}$$

$$= \frac{kQq}{R}$$

$$\int (2R+x)^{-2} dx = -(2R+x)^{-1} + C$$

~~0 =~~ -

