

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

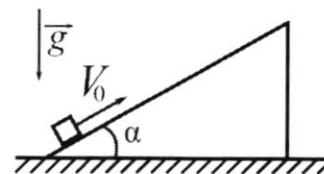
1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

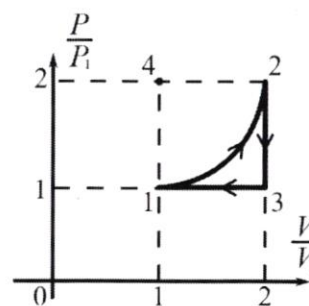
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

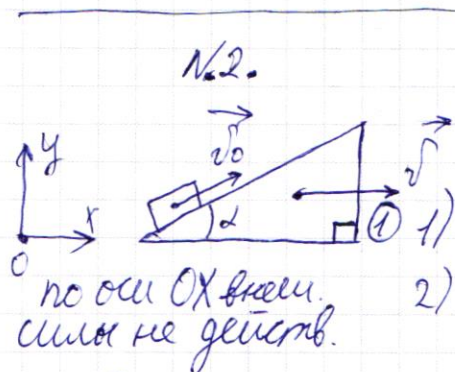
### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)  $H = v_0 T - g \frac{T^2}{2}$   
 $v_0 - gT = 0 \Rightarrow v_0 = gT$  }  $\Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м}$

2)  $\frac{m'v'^2}{2} + \frac{m'v'^2}{2} + \dots + \frac{m'v'^2}{2} = E_{\text{ц.м.}}$   
 $m' + m' + \dots + m' = m$   
 $\frac{mv'^2}{2} = E_{\text{ц.м.}} = K$   
 $v^2 = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{10}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$   
 $H = v\tau + \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow \frac{g}{2}\tau^2 + v\tau - H = 0$   
 $D = v^2 + 2gH$   
 $\tau = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$   
 $\tau = \frac{-60 + \sqrt{60^2 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10}$   
 $\tau = 3(\sqrt{5} - 2) \text{ с}$   
 $\tau \approx 0,75 \text{ с}$   
 $\tau = \frac{-v - \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$  - не подходит  $\tau \geq 0$

Ответ:

$H = 45 \text{ м}; \tau \approx 0,75 \text{ с}$

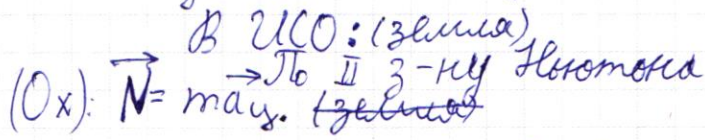
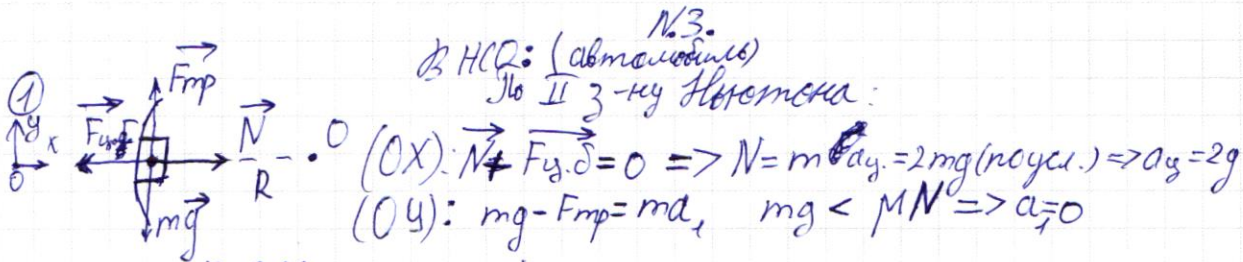


1) ЗУИ (ОХ):  $m v_0 \cdot \cos \alpha = M v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{2} (M=2m)$   
 2) ЗСЭ:  $\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{M v_1^2}{2}$   
 $\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{2}$

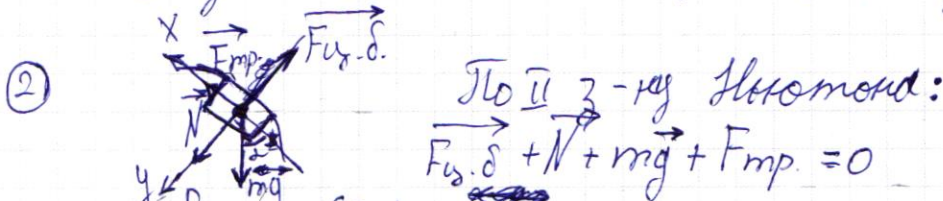
$4m v_0^2 = 8mgH + 2m v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha$   
 $v_0^2 (4 - 2 \cos^2 \alpha) = 8gH \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4gH}{2 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,2 \cdot 10}{1,64}} = \sqrt{\frac{8}{1,64}} \approx 2,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2)  $M=m$   $v_1 = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{2}$   
 ЗУИ (ОХ):  $M v_1 = M v - m v_2$   
 ЗСЭ:  $\frac{M v_1^2}{2} = \frac{M v^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} - mgH$   
 $M=m$  (после поправки)  
 $\frac{v_1^2}{2} = \frac{v^2}{2} + \frac{v_2^2}{2} - gH$

$\left\{ \begin{aligned} v_1^2 &= v^2 + v_2^2 - 2gH \text{ (из ЗСЭ)} \\ v_1 &= v - v_2 \text{ (из ЗУИ)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2v^2 - 2v_1 v_2 - 2gH = 0$   
 $v = \frac{v_1 + \sqrt{v_1^2 + 4gH}}{2} > 0$  (второй корень не подходит, т.к.  $v > 0$ )  
 Ответ:  $v_0 \approx 2,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v \approx 1,78 \frac{\text{м}}{\text{с}}$



$a_y = 2g = \text{ускорение}$  Ответ:  $a_y = \text{ускорение} = 2g$



(1)  $(Ox): F_{mp} - mg \cdot \cos \alpha = 0$

(2)  $(Oy): N + mg \cdot \sin \alpha = F_y \cdot \delta$

(3)  $F_y \cdot \delta = -m a_y \Rightarrow F_y \cdot \delta = m a_y$

$\mu N - mg \cdot \cos \alpha = 0$   
 $N + mg \cdot \sin \alpha = m a_y$

$m \frac{m v^2}{R} - \mu m g \cdot \sin \alpha - m g \cdot \cos \alpha = 0$   
 $\frac{g R (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)}{m} = v^2$

$v = \sqrt{g R \cdot \frac{\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha}{m}}$

$v = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot \frac{0,9 \cdot \sqrt{2}}{0,8}}$

$v = \sqrt{9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{0,8}}$

$v = 4,5 \sqrt{5 \sqrt{2}}$

$v \approx 4 \frac{m}{c} (3,975)$

Ответ:  $a = 2g = 20 \frac{m}{c^2}$

$v \approx 4 \frac{m}{c}$

№4.

1)  $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{газа 12}$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$

Для этого  $P_1 V_1 = \nu R T_1; P_2 V_2 = \nu R T_2$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1); P_2 = 2 P_1; V_2 = 2 V_1$

$\Delta U_{12} = \frac{9}{2} P_1 V_1$

А газа 12 найдем, как площадь

дугой 12 окр-ти, при этом  $P_1 V_1 = R^2 \Rightarrow A_{газа 12} = 2R^2 - \frac{\pi}{4} R^2$  в усл. ед. (единицах  $(R=1)$ )

$A_{газа 12} = (2 - \frac{\pi}{4}) P_1 V_1$

$Q_{12} = (\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}) P_1 V_1$

$Q_{12} \approx 5,715 P_1 V_1$

2) А газа в процессе = площадь вогнутой кривой =  $(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}) R^2$  в усл. ед.

А газа в процессе  $\approx 0,215 P_1 V_1 (R=1)$

продолжение см. на листе 3

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) продолжение

$$\eta = \frac{A_{\text{извл в процессе}}}{Q_{12}}$$

№4.

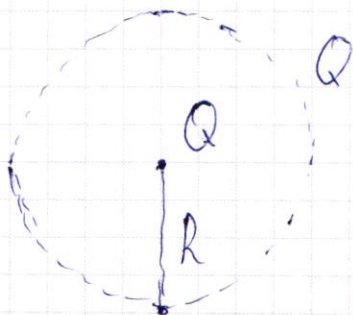
$$\eta = \frac{(1 - \frac{\pi}{4}) P_1 T_1}{(6,5 - \frac{\pi}{4}) P_1 T_1} \approx \frac{0,215}{5,715} \approx 3,8\%$$

Ответ:

$$(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}) P_1 T_1 = Q_{12} \approx 5,715 P_1 T_1$$

$$(1 - \frac{\pi}{4}) P_1 T_1 = A_{\text{извл в процессе}} \approx 0,215 P_1 T_1$$

$$\frac{(1 - \frac{\pi}{4})}{\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}} = \eta \approx 0,038$$



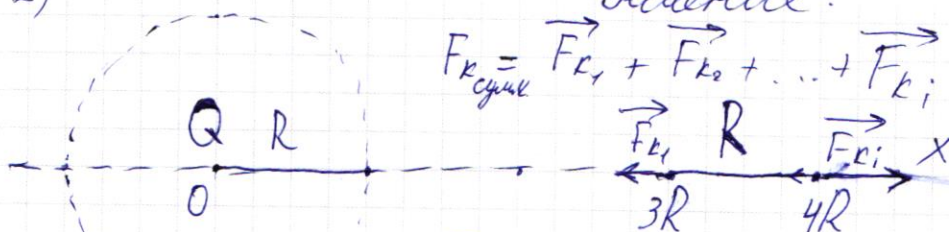
№5.

Решение

1) Заряд Q на сфере - всё равно, что точечный заряд Q в центре сферы

$$F_k = k \frac{q Q}{(3R)^2} = k \frac{q Q}{9R^2}$$

2)



Решение:

$$F_{k \text{ сумм}} = \vec{F}_{k1} + \vec{F}_{k2} + \dots + \vec{F}_{ki}$$

$$\vec{F}_{k1} \quad R \quad \vec{F}_{ki} \quad x$$

3R      4R

$F_{k \text{ сумм}} =$  сумма сил  $F_{ki}$ , действ. на каждую точку заряженной сферы

действ. на каждую точку заряженной сферы

$$F_{k \text{ сумм}} = \frac{k Q q}{R} \cdot \int_{3 \rightarrow 4} \frac{1}{R^2} = \frac{k Q q}{R} \cdot \left( -\frac{1}{4R} - \left( -\frac{1}{3R} \right) \right) = \frac{k Q q}{12R}$$

Ответ:

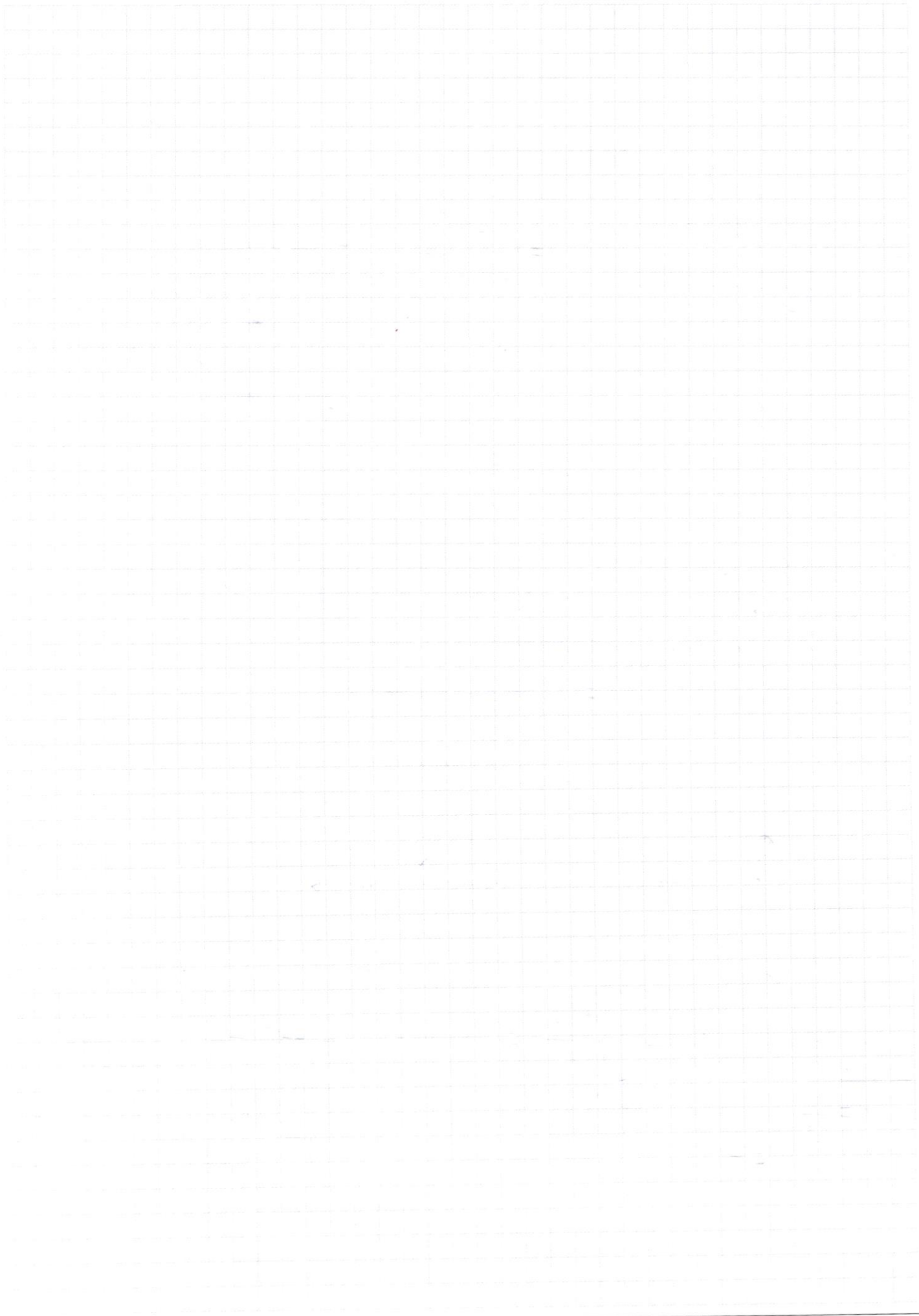
1)  $F_{k1} = k \frac{Qq}{9R^2}$

2)  $F_{k2 \text{ сумм}} = k \frac{Qq}{12R^2}$

$$f'(g(x)) =$$

$$g'(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$g(x) = F'(x) = -\frac{1}{x}$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

3CU(04)

1)  $v_0 = gT$   
 $H = v_0 T - g \frac{T^2}{2} = g \frac{T^2}{2}$

2)  $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_i v_i^2}{2} = (m_1 + m_2 + \dots + m_i) \frac{v^2}{2} = m \frac{v^2}{2}$

$H = v_1 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}$   
 $H = v_2 t_2 - v_2 t_2 + \frac{gt_2^2}{2}$   
 $t = t_2 - t_1$

3CU(0X)

№2.

$m v_0 \cos \alpha = M a_1$

$\begin{cases} N_1 \sin \alpha = M a_1 \\ m a_1 \cos \alpha + m g \sin \alpha = M a_2 \\ m a_1 \sin \alpha + N_2 = m g \cos \alpha \end{cases}$

$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{M v_1^2}{2}$

$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{2m \cdot v_0^2 \cos^2 \alpha}{8}$

$4m v_0^2 = 8mgH + 2m \cdot v_0^2 \cos^2 \alpha$

$v_0^2 \cdot (4 + 2 \cos^2 \alpha) = 8gH$

$v_0 = \sqrt{\frac{8gH}{4 + 2 \cos^2 \alpha}}$

$v_0 = \sqrt{\frac{8 \cdot 9.8 \cdot 10}{4.72}} = \sqrt{\frac{784}{4.72}} = \sqrt{166.1} = 12.89 \text{ m/s}$

$M v_1 = M v_3 - m v_2$

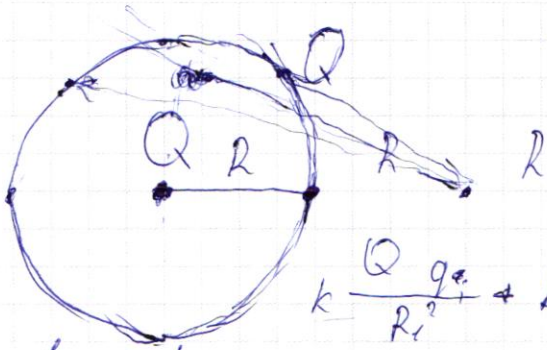
$\frac{M v_1^2}{2} = \frac{M v_3^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} - mgH$

$Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + A$   $Q = \frac{9}{2} P_e T_e + A_{газа}$

$Q = \frac{3}{2} \nu R (P_2 T_2 - P_1 T_1) + A_{газа}$

$A_{газа} = 2 P_1 (V_2 - V_1) - 2 P_2 V_2 + \frac{\pi}{4} P_2 V_1$

$Q = \frac{3}{2} P_1 V_1 - \pi \left( \frac{13}{2} - \frac{\pi}{4} \right) P_1 T_1$   $A_{газа} = \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1$



N.5.

$$F = k \frac{Qq}{R^2}$$

$$k \frac{Qq}{R_1^2} + k \frac{Qq}{R_2^2} + \dots + k \frac{Qq}{R_n^2}$$

$$0,66 \times 0,66 = 0,4356$$

$$0,4356 + 8 = 8,4356$$

$$\frac{8,4356}{4} = 2,1089$$

$$\frac{1}{(x+R)^2} + \frac{1}{(x-R)^2} = \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} + \frac{1}{R_3^2} + \dots + \frac{1}{R_n^2} = kQq \int \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x} - (-\frac{1}{-x}) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = 0$$

$$x^{-2} = f'(x^{-1})$$

$$F' = -\frac{1}{x}$$

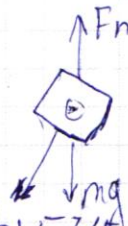
$$N_1 \sin \alpha = Ma_1$$

$$m a_1 \cos \alpha + mg \sin \alpha = m a_2$$

$$m a_1 \sin \alpha + N_2 = mg \cos \alpha$$

$$m a_1 \sin \alpha + \frac{2m a_1}{\sin \alpha} = mg \cos \alpha$$

$$a_1 (\sin^2 \alpha + 2) = g \sin \alpha \cos \alpha$$



$$5,06 \cdot 2,57 = 12,90$$

$$\frac{m v^2}{R} = N$$

$$\begin{array}{r} 215,000 \\ - 171,45 \\ \hline 43,550 \\ + 40,005 \\ \hline 83,555 \end{array}$$

$$v_0^2 = 2 a_2 \cdot \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$v_0^2 = \left( \frac{g \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 2} + g \sin \alpha \right) \cdot 2H$$

$$v_0^2 = 2gH \left( \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha}{\sin^2 \alpha + 2} \right)$$

$$v_0^2 = 2gH (\cos^2 \alpha + 3 \sin \alpha - 3 \cos^2 \alpha \sin \alpha)$$

$$\begin{array}{r} 8000 \cdot 164 \\ - 656 \\ \hline 1440 \\ - 1310 \\ \hline 1280 \\ - 1148 \\ \hline 132 \\ \times 2,65 \\ \hline 1325 \\ + 265 \\ \hline 3975 \end{array}$$

$$4,87 \approx 4,84$$

$$\sqrt{4,8} \approx 2,2$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2gH$$

$$v_2 = v - v_1$$

$$v_1^2 = v^2 + v^2 - 2v v_1 + v_1^2 - 2gH$$

$$2v^2 - 2v v_1 - 2gH = 0$$

$$\frac{2,64 \cdot 0,8 + 0,36}{2,64} = 0,8 + \frac{0,36}{2,64} = 1,136$$

$$2,64 + 1,90 = 4,54$$

$$\frac{4,54}{2,64} = 1,72$$

$$2v^2 - 2v v_1 - 2gH = 0$$

$$D = 4v_1^2 + 4gH$$

$$v = \frac{2v_1 + 2\sqrt{v_1^2 + gH}}{2}$$

$$v = \frac{v_1 + \sqrt{v_1^2 + gH}}{1}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)