Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

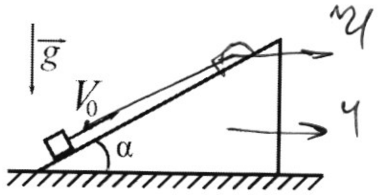
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

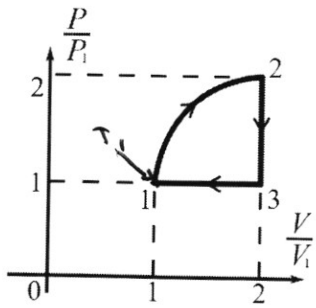
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

С какой по величине силой P модель действует на сферу?

Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

Найдите работу A газа за цикл.

Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

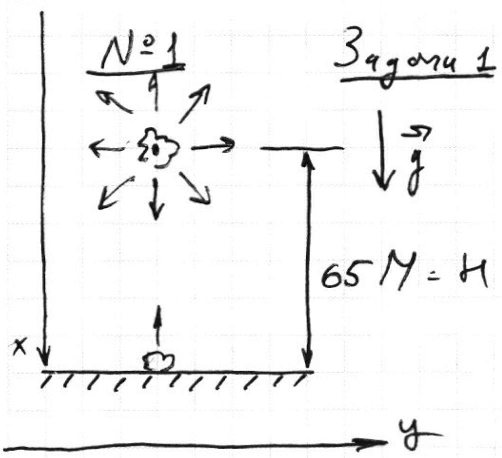
35 ×35 / 17

35 35 / 175 / 105

1185

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Задача 1

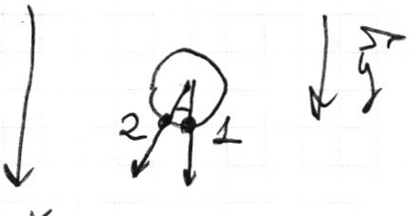


Направим ось x вертикально вниз. Скорость и время достижение осколками земли определяется только U_x составляющей скорости (U_y отвечает за перемещение вдоль пов. земли).

Рассмотрим 2 осколка:

1 – $U = U_x$ (начальные скорость вертикально вниз)

2 – $U_{x_1} = U\cos\alpha$

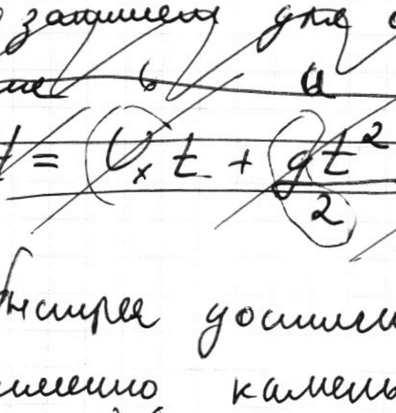


$U_{x1} < U_x$ т.к. $U\cos\alpha < U$ $\alpha \in [0; 90°]$

~~Тогда запишем для оси x уравнение равноуск. движения~~

$$\cancel{H = U_x t + \frac{gt^2}{2} + 0 \to t_{1,2} = \frac{-U_x \pm \sqrt{U_x^2 - 4}}{}}$$

Тогда быстрее достигнет земли именно камень 1 т.к. $\cancel{t_{1,2} = \frac{-2U_x \cdot 2}{g} = \frac{-4U_x}{g}}$



На графике U(t) Путь это площадь под ~~графиком и при меньших~~

графиком $S'_{\Delta t} = \frac{(U_x + U_x + at)}{2} \cdot t$

$$= \frac{2U_x t + at^2}{2} = U_x t + \frac{at^2}{2}$$

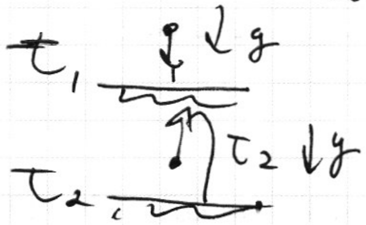
Внимание!!! Здесь я называю U – начальную U разлета осколков (не V_0)

=> чем меньше (min) скорость, тем больше t при $H = const$.

Аналогично для $\alpha \in (90; 180]$

(верхний камень упадет позже всех а нижний раньше) для них $U_x = U = U \cdot \cos 0$ или $U \cdot \cos 180$

$$\Rightarrow \begin{cases} H = U\tau_1 + \frac{a\tau_1^2}{2} \\ H = -U\tau_2 + \frac{a\tau_2^2}{2} \\ \tau_2 - \tau_1 = 10c = \tau \end{cases}$$



Получаем систему из 3 ур. и 3 неизв.

$$\begin{cases} \frac{a}{2} \cdot \tau_1^2 + U \cdot \tau_1 - H = 0 \\ \frac{a}{2} \tau_2^2 - U \cdot \tau_2 - H = 0 \\ \tau_2 - \tau_1 = \tau \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau_1 = \frac{-U \pm \sqrt{U^2 + 2aH}}{a} \\ \tau_2 = \frac{+U \pm \sqrt{U^2 + 2aH}}{a} \end{cases}$$

⊕ иначе знак t ⊖ (не бывает)

$$\tau_1 = \frac{-U + \sqrt{U^2 + 2aH}}{a}$$

$$\tau_2 = \frac{+U + \sqrt{U^2 + 2aH}}{a}$$

только ⊕ т.к. $U < \sqrt{U^2 + 2aH}$ иначе t тоже будет с минусом

$$= \cancel{\frac{+U + \sqrt{U^2+2aH} + U - \sqrt{U^2+2aH}}{a}} =$$

$$= \tau_2 - \tau_1 = \tau$$

50 м/с

$$\frac{2U}{a} = \tau \Rightarrow U = \frac{a\tau}{2}$$

~~Ответ: п.1 $\frac{a\tau}{2}$~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

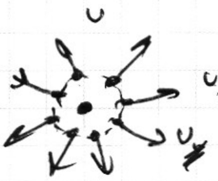
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение Задачи 1



Много маленьких осколков.
суммарной массой $m = 2$ кг,
тогда

$$K = \sum \frac{m_i v^2}{2} = \sum K_i = \frac{v^2}{2}\sum m_i = \frac{v^2 m}{2}$$

K_i энергия энергия 1 малого осколка

сумма всех осколк. 2кг

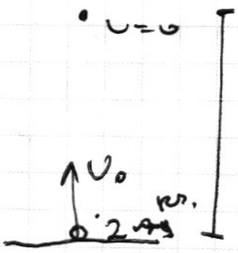
$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m a^2 \tau^2}{2\cdot 2^2} = \frac{2\cdot 100\cdot 100}{2\cdot 4} =$$

$$= \frac{10000}{4} = 2500 \text{ Дж.}$$

Ответ: п.2 2500 Дж

Теперь доделаем п.1

Найдем v_0



Закон сохр. э.

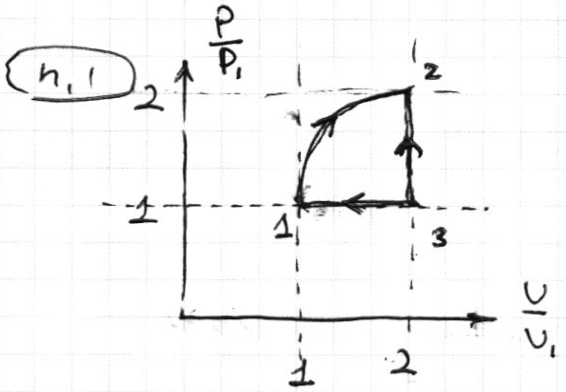
$$E_{k_0} + \cancel{E_{п_0}} = \cancel{E_{kk}} + E_{пk}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + 0 = 0 + mgH$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 65} = \sqrt{130\cdot 10} = \sqrt{1300}$$

Ответ. п.1 $v_0 = 10\sqrt{13} \approx 37$ м/с

№4 Задача 4



Рассмотрим процесс 12

Он единственный, в течении которого происходит расширение.

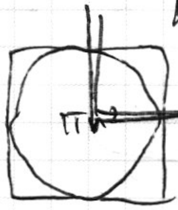
=> Запишем для него I начало термодинамики

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$

$Q_{12} = S_{\text{под графиком}} + \frac{i}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1)$

A – это площадь под процессом

$Q_1 = P_1V_1 + \frac{\pi}{4}P_1V_1 + \frac{3}{2}(4P_1V_1 - P_1V_1)$



$\frac{S_{к}}{S_{кв}} = \frac{\pi}{4}$

$\frac{\frac{S_к}{4}}{\frac{S_{кв}}{4}} = \frac{\pi}{4}$

$P_1V_1\left(\frac{4+\pi}{4}\right) + \frac{9P_1V_1}{2} = Q_{12}$

$P_1V_1\left(\frac{4+\pi}{4} + \frac{9}{2}\right) = Q_{12}$

$P_1V_1\left(\frac{4+\pi+18}{4}\right) = Q_{12}$

$P_1V_1\left(\frac{22+\pi}{4}\right) = Q_{12}$

Из ~~Кл~~ Закона Менделеева Клапейрона: $P_1V_1 = \nu RT_1$ =>

Ответ: => $\nu RT_1\left(\frac{22+\pi}{4}\right) = Q_{12}$ п. 1

п. 2

$A_{1-2-3-1} = S$ внутри цикла (На самом деле мы уже находили эту A)

$A_{1-2-3-1} = \frac{\pi}{4}P_1V_1 = \frac{\pi}{4}\nu RT_1$

Ответ: $\frac{\pi}{4}\nu RT_1$ п. 2

п. 3 $\eta = \frac{A_{1-2-3-1}}{Q_{подв.}} = \frac{\frac{\pi}{4}\nu RT_1}{Q_{12}}$

Опред. – Подведенное к газу тепло

На всех ост. уч. Q^- → $Q_{23} = A^{0} - \Delta U$ (–)

$Q_{31} = -A - \Delta U$ (–)

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 1

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

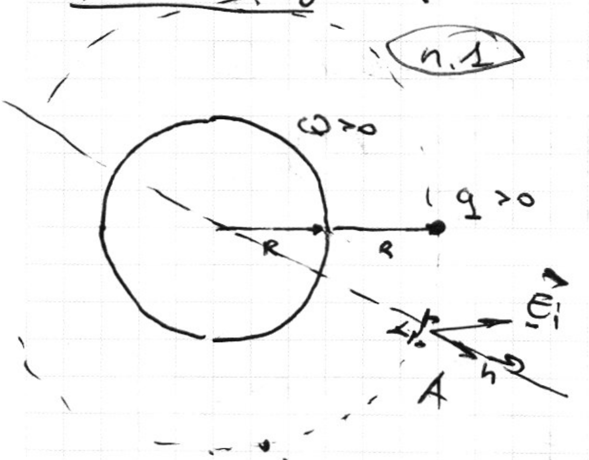
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow \eta = \frac{\frac{\pi}{4}\cancel{\sqrt{RT_1}}}{\frac{22+\pi}{4}\cancel{\sqrt{RT_1}}} = \frac{\pi}{22+\pi} \approx \frac{3{,}14}{22+3{,}14} \approx \frac{3{,}14}{25}$$

Ответ: $\approx \underline{12{,}5\ \%}$ п.3

№5 Задача 5

п.1



Найдем $\vec{E}$ поле создаваемое сферой в т. 2R.

Проведем замкнутую повер. поверхность.

тогда φ через нее равен $\sum \Delta \vec{S}_i \vec{E}_i$

Поток: $\varphi = \sum \Delta \vec{S}_i \vec{E}_i = \sum \Delta S_i \vec{E}_i \vec{n}$

~~Так~~ Повернем сферу ~~вокруг~~ вокруг оси проход. через $\vec{n}$ в т. А на угол α, т.к система обладает радиальной симметрией, то она не изменится а $\vec{E}_i$ повернется если направл. не по нормали $\Rightarrow \vec{E}_i$ на пр. по нормали $\Rightarrow \varphi = \sum \Delta S \vec{E}_i$

теперь повернем сферу вокруг центра так чтобы т.А перешла в т. B. Система не изменилась а $\vec{E}_i$ не поменялся $\Rightarrow$ во всех точках на одинак расстоянии от ц. сферы $\vec{E}_i = const$

$$\Rightarrow \varphi = \sum \Delta S \cdot \vec{E} = \vec{E} \cdot \sum \Delta S = \vec{E} \cdot 4\pi R^2, и$$

Из теоремы гаусса поток через $\varphi = \frac{Q_{внутр}}{\varepsilon_0}$

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = 4\pi R^2 \vec{E} \cdot 4$$

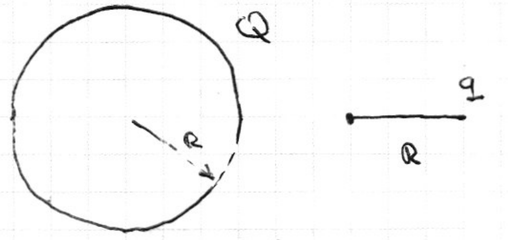
~~За пределами~~

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2 \cdot 4} = \frac{kQ}{4R^2}$$

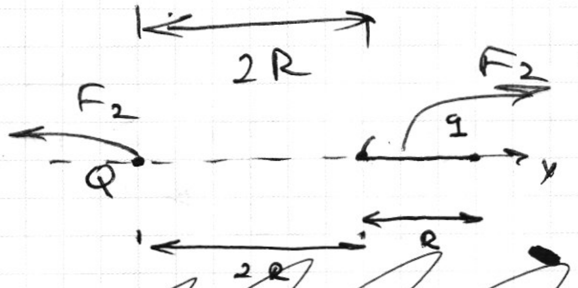
$$\Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{kQq}{4R^2} = |\vec{E}| \cdot q$$

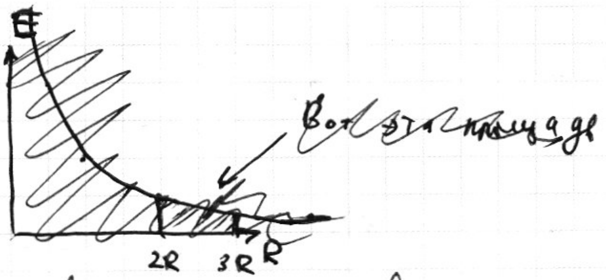
Ответ: п.1

п.2



Сферу можно считать точечным зарядом Q из выведенных сверху зависимостей.





~~переместим стержень вдоль x на dx тогда кулоновские силы совершат работу: A =~~

Переместим заряд q вдоль оси x на dx вправо

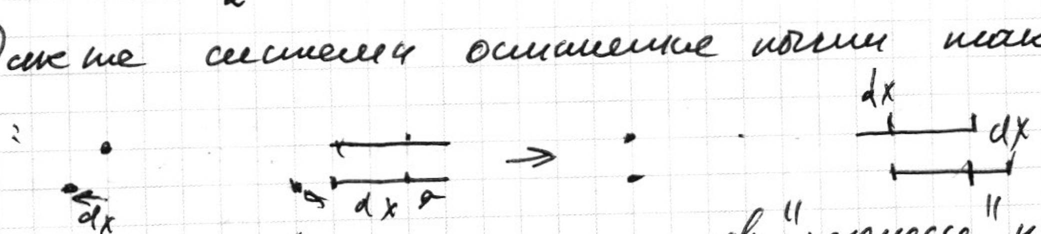
По 3. Закону Ньютона $F_{сф \to ст} = F_{ст \to сф}$

$\ominus \to - \quad - \to \oplus$

Мы совершим работу

$$F_2 \cdot dx = A$$

Тогда система останется почти такой же:



Но кусочек стержня dx "перенесся" на R вправо

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда работа A равна уменьшению внутр. энергии

$$F_2 \cdot dx = \frac{dx}{R} q \cdot \left(\frac{kQ}{2R} - \frac{kQ}{3R}\right)$$

$$F_2 = \frac{kQq}{R^2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}\frac{kQq}{R^2}$$

Ответ (п.2) $F_2 = \frac{5}{6}\frac{kQq}{RR}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 Задача 2

п.1 В момент максимального подъема шайба будет неподвижна относительно клина, а шайба поднимется на H отн. стол.

=> Закон сохр. энергии

$$\underbrace{\frac{mv_0^2}{2}}_{\text{нач. энергия шайбы}} = mgh + \frac{mu^2}{2} + \frac{mu^2}{2}$$

$$\cancel{\Pi_0}^{\,0} + K_0 + \cancel{K_{0к}}^{\,0} = \Pi_к + K_к + K_{кк}$$

Выбрали 0 потенциала на столе

клин в нач. покоится

$$\frac{mv_0^2}{2} \qquad mgh \qquad \frac{mu^2}{2} \qquad \frac{mu^2}{2}$$

$$\cancel{m}v_0^2 = 2\cancel{m}gh + \cancel{m}u^2 + \cancel{m}u^2$$

$$v_0^2 = 2gh + 2u^2$$

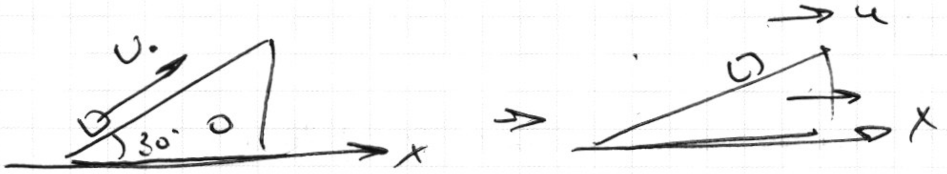
$$v_0^2 - 2u^2 = 2gh$$

$$\boxed{h = \frac{v_0^2 - 2u^2}{2g}}$$

теперь найдем u => [illegible]

Это не ответ!!! См. дальше!

центр. масс всё это время вдоль оси
x движется равномерно т.к., на систему
не действуют силы вдоль оси x



$$\frac{0\cdot m+\cos 30^\circ v_0\cdot m}{2m} = v_{ц.м.} = \frac{m\cdot u+m\cdot u}{2m}$$

$$\frac{\cos 30\cdot v_0}{2} = u = \frac{\sqrt{3}}{2\cdot 2}\cdot v_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}v_0$$

$\Rightarrow$ Ответ: п.1 $\quad h = \dfrac{v_0^2 - \frac{3\cdot \cancel{2}}{\cancel{16}\,8}v_0^2}{2g} =$

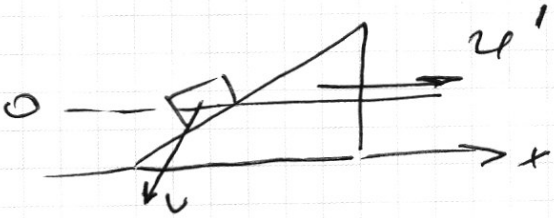
$$= \frac{4-\frac{3}{8}\cdot 4}{2g} = \frac{v_0^2\left(1-\frac{3}{8}\right)}{2g} =$$

$$= \frac{v_0^2}{2g}\cdot\frac{5}{8} = \frac{\cancel{4}^{2}\cdot 5^2}{\cancel{10}\cdot\cancel{2}\cdot 8} = \frac{1}{8}\text{ м}$$

Ответ: п.1 $= \frac{1}{8}$ м $= 12{,}5$ см

п.2

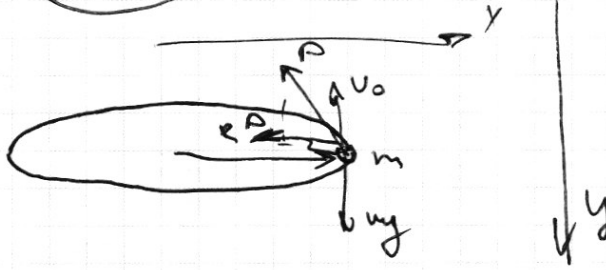
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mu'^2}{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3 !!! Задача 3

п.1



На модель действуют 2 силы mg и P. они заставляют ее двиг. по окр. с $R = 1{,}2$ м.

$\Rightarrow a = a_y = \frac{v_0^2}{R}$

Вдоль оси x 2 зн Ньютона.

$P_x = ma_y$

$P_x = \frac{mv_0^2}{R}$

Ось y (2 зн Ньют.)

$P_y + mg = 0$

$P_x = \frac{mv_0^2}{R}$

$P_y = -mg$

$\Rightarrow P = \sqrt{\left(\frac{mv_0^2}{R}\right)^2 + (mg)^2}$

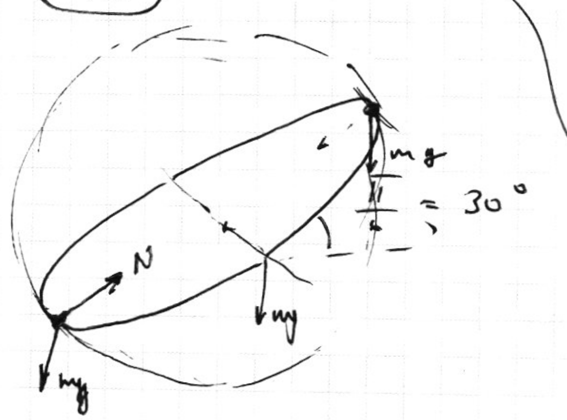
Ответ: п.1 $P = \sqrt{\frac{m^2 v_0^4}{R^2} + m^2 g^2}$

$P = \sqrt{m^2\left(\frac{v_0^4}{R^2} + g^2\right)}$

$P = m\sqrt{\frac{v_0^4}{R^2} + g^2}$

По 3 Закону Ньютона $P_{сф-модель} = P_{модель-сф}$

п.2



Числовой отв.

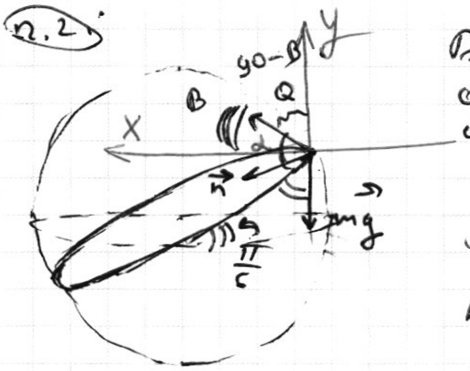
$P \approx \sqrt{\frac{9 \cdot 37^2}{100} + 100} \cdot 0{,}4$

$P \approx \sqrt{220} \cdot 0{,}4$

$P \approx 15 \cdot 0{,}4 \approx 6$

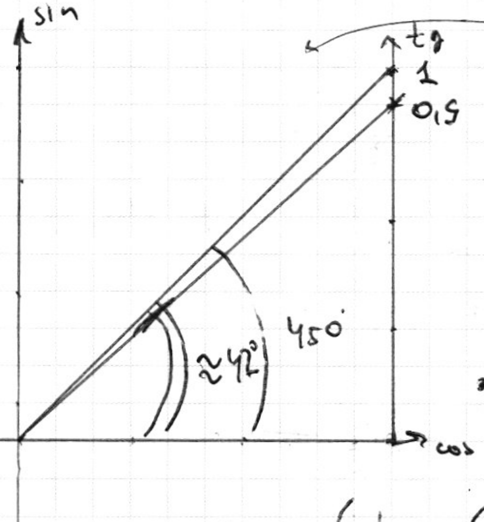
Ответ п.1 6Н

п.2



Вектор силы Q реакции опоры может отклониться от ~~нормали~~ нормали к пов. на α, $tg\,\alpha = 0,9$

Ясно, что в крит. моменте, при min скорости α будет max и равен $arctg\,0,9 \approx 42^\circ$ ($tg\,45^\circ = 1$)



Сложнее всего будет удержать модель на сфере в верхней точке траектории т.к $\vec n$ максимально наклонена вниз.

Проведем оси x и y как на рисунке.

~~2-й Ньютона~~: (x)

$$\cos\left(\alpha + \left(180 - 90 - \frac{\pi}{6}\right)\right) Q = \frac{v^2}{R} m$$

$$\cos\left(\alpha + 90 - \frac{\pi}{6}\right) Q = \frac{v^2}{R} m$$

$$\cos\left(42^\circ - 30\right) Q = \frac{v^2}{R} m$$

① $$\cos(12^\circ) Q = \frac{v^2}{R} m$$

Теперь 2-й Ньютона для (y)

$$\cos(90^\circ - 12^\circ) Q = mg$$

② $$\sin(12^\circ) Q = mg$$

$$\frac{\sin(12^\circ)\, Q}{\cos(12^\circ)\, Q} = \frac{mgR}{m v^2} \Leftrightarrow tg(12^\circ) \cdot v^2 = gR$$

$$v = \sqrt{\frac{gR}{tg(12^\circ)}}$$

Более точн. ответ:

$$\sqrt{\frac{gR}{tg(arctg\,0,9 - 30^\circ)}}$$

Ответ п.2

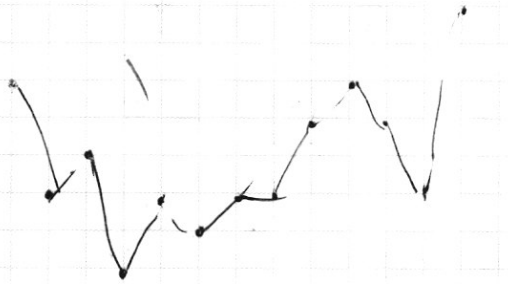
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

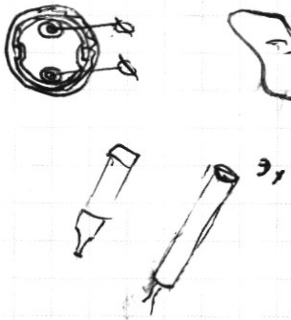
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

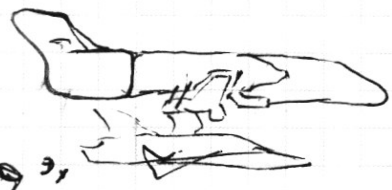
ШИФР

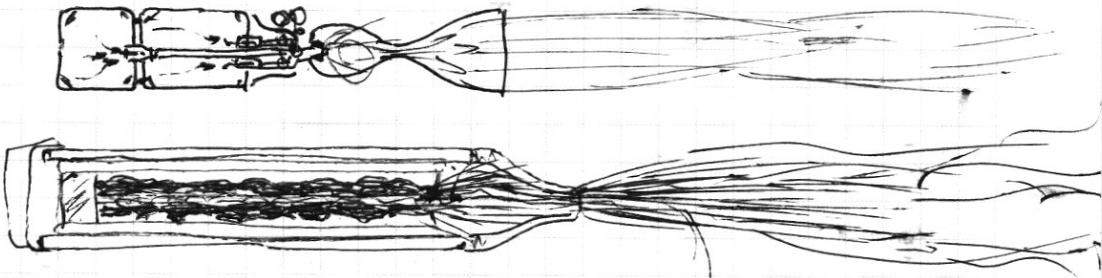
(заполняется секретарём)

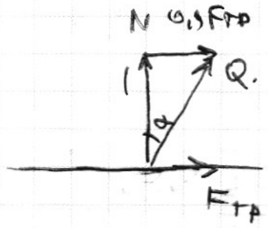
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

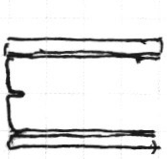


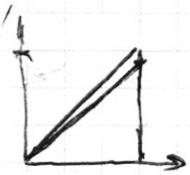


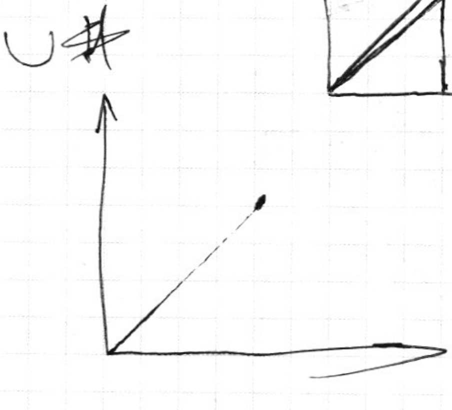


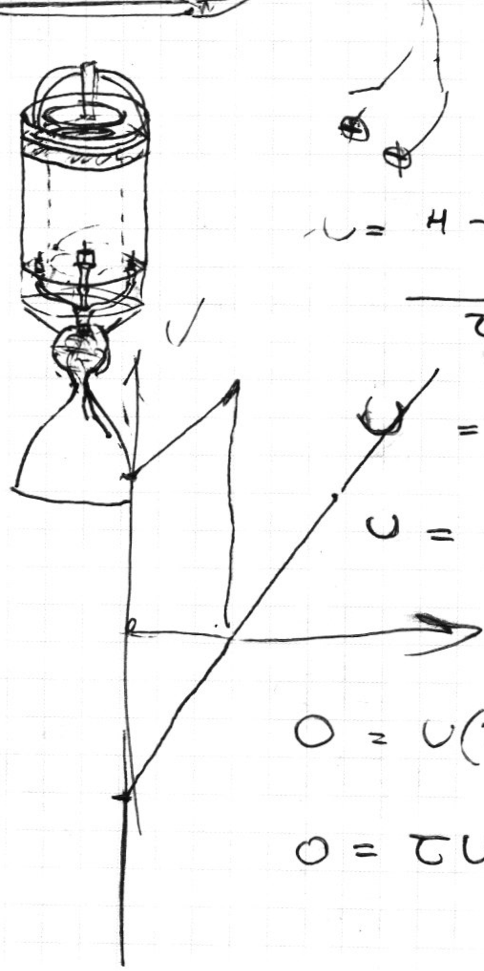












$$U = \frac{H - \frac{a\tau_1^2}{2}}{\tau_1} =$$

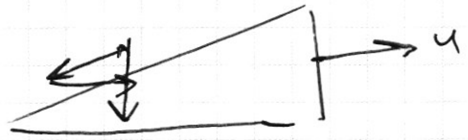
$$U = \frac{H}{\tau_1} - \frac{a\tau_1}{2}$$

$$U = \frac{a\tau_2}{2} - \frac{H}{\tau_2}$$

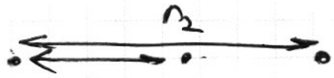
$$0 = U(\tau_2 - \tau_1) + \frac{a}{2}(\tau_2^2 - \tau_1^2)$$

$$0 = \tau U$$

α



$tg\,(\alpha - \beta)$



$\upsilon = \frac{H}{t_1} - \frac{a t_1}{2}$

$-\upsilon =$

$\frac{kQq}{r_1^2} = F$

$kQq\left(\frac{1}{r_1}\right)$

$\frac{a}{2} \cdot t_1^2 + \upsilon \cdot t_1 - H = 0$

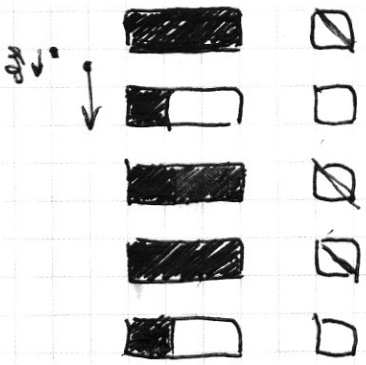
$\frac{a}{2} \cdot t_2^2 + t_2 \cdot \upsilon - H = 0$

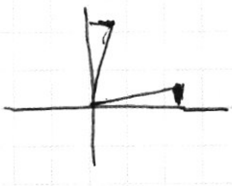
$A = \int_{r_1}^{r_2} F(r)\,dr$

$t_1 = \frac{-\upsilon \pm \sqrt{\upsilon^2 + 2aH}}{a} \Rightarrow t_1 = \frac{-\upsilon + \sqrt{\upsilon^2 + 2aH}}{a}$

$t_2 = \frac{\upsilon \pm \sqrt{\upsilon^2 + 2aH}}{a} \qquad t_2 = \frac{\upsilon + \sqrt{\upsilon^2 + 2aH}}{a}$

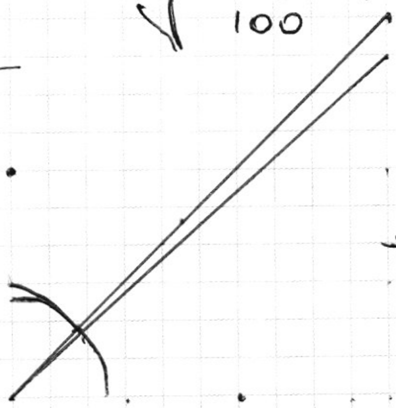
υ





$\cancel{\frac{37\cdot 37\cdot 37\cdot 37\cdot 10\cdot 10}{12\cdot 12\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10}}$

$\sqrt{\frac{9\cdot 37^2}{100} + 100}$



$\frac{\cancel{5}\cdot 3,14^2}{\cancel{10}}$

$37 \times 37 = 259 + 1618 = 1369$

$1369 \times 9 = 119{,}61$

$14 \times 14 = 56 + 14 = 196$

$54 + 8 = 2$

$15 \times 15 = 75 + 15 = 25$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)