

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

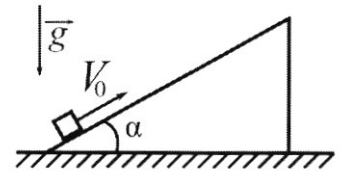
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
- 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

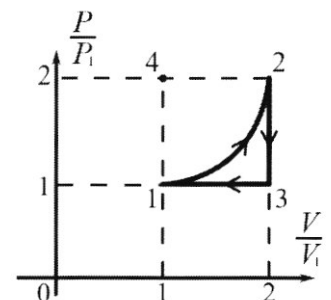
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

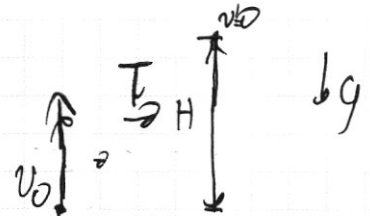
Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

$$1) \begin{cases} H = v_0 T - \frac{gT^2}{2} \\ v_0 = gT \end{cases} \Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

Ответ $H = 45 \text{ м}$



2) Первый упадет осколок, получивший скорость к земле

$$K = \sum \frac{\Delta m v^2}{2} = \frac{v^2}{2} \sum \Delta m = \frac{mv^2}{2}; \text{ где } \Delta m \text{ - малая масса осколка}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = 60 \text{ м/с}$$

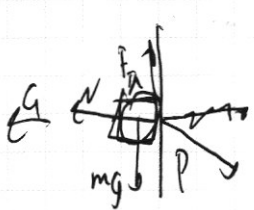
$$H = vt + \frac{gt^2}{2}$$

$$\text{Время } t_{\text{гр}} = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{2 \frac{g}{2}} = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 \pm \sqrt{60^2 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10} = \frac{-60 \pm \sqrt{4500}}{10} = \frac{-60 \pm 67.08}{10} = \frac{7.08}{10} \approx 0.7 \text{ сек}$$

$$7.08 > 6; t > 0 \Rightarrow t = (7.08 + 6) \text{ сек} \approx 13.08 \text{ сек}$$

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$; 2) $t = (7.08 + 6) \text{ сек} \approx 13.08 \text{ сек}$

Задача 2



$P = 2mg$; где P - сила, с которой человек действует на сферу,

N - нормальная реакция опоры; $F_{\text{тр}}$ - сила трения

$$P^2 = N^2 + F_{\text{тр}}^2$$

$$F_{\text{тр}} = mg$$

$N = m a_y$; где a_y - центростремительное ускорение

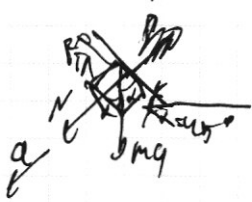
$$P^2 = N^2 + F_{\text{тр}}^2$$

$a = \sqrt{a_y^2 + a_x^2} = a_y$; т.к. тангенциальное ускорение равно 0.

$$a = a_y = \frac{N}{m} = \frac{\sqrt{P^2 - F_{\text{тр}}^2}}{m} = \frac{\sqrt{(2mg)^2 - (mg)^2}}{m} = \sqrt{3} g \approx 1.732 \cdot 9.8 \approx 17 \text{ м/с}^2$$

Задача №7 (Тригонометрия)

2) Наибольшая скорость достигается в высшей точке траектории
Точка:



$$\begin{cases} mg \cos(\alpha) = F_{cp} \\ F_{cp} = \frac{v^2}{R} \\ N + mg \cos(\alpha) = ma \\ a = \frac{v^2}{R} \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \sqrt{aR} = \sqrt{v^2}$$

$$ma = mg \cos(\alpha) + \frac{mg \cos(\alpha)}{\mu}$$

$$a = g \cos(\alpha) \cdot \left(\frac{1+\mu}{\mu} \right)$$

$$v = \sqrt{gR \cos(\alpha) \cdot \left(\frac{1+\mu}{\mu} \right)} = \sqrt{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{1+0.8}{0.8} \right)} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}} \approx \frac{3}{2} \sqrt{7.1} \approx \frac{3}{2} \cdot 2.665 =$$

$$\approx 3.9975 \approx 4 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $a \approx 17.7 \text{ м/с}^2$; 2) $v \approx 4 \text{ м/с}$

Задача №4

$$1) Q = \Delta U + A = \frac{1}{2} \Delta v^2 + A(PV) = \frac{3}{2} (4-1) P_1 V_1 + \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1 = P_1 V_1 \left(\frac{9}{2} + 2 - \frac{\pi}{4} \right) =$$

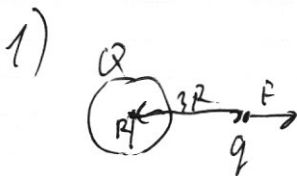
$$= P_1 V_1 \left(\frac{26 - \pi}{4} \right) \approx 5.715 P_1 V_1$$

ΔU - изменение внут. энергии, A работа газа;

$$2) A = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = P_1 V_1 \left(\frac{4 - \pi}{4} \right) \approx 0.215 P_1 V_1$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx 7.6\%$$

Задача №5

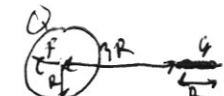


$F = \frac{kqQ}{R^2}$; т.к. сфера равновесия точечному заряду

$$\Rightarrow \sum \Delta F = kQq \cdot \left(\frac{1}{R^2} \right) = \frac{kQq}{R^2}$$

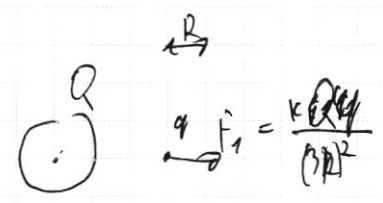
$$2) F \sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow \Delta F r^2 = \text{const} = \frac{kQq}{R^2} \Rightarrow \sum \Delta F r^2 = kQq \cdot \frac{1}{R^2} = \frac{kQq}{R^2} \left(\frac{1}{R^2} \cdot \frac{1}{4\pi} \right) =$$

$$= \frac{kQq \cdot 25}{R^2 \cdot 90} = \frac{kQq \cdot 5}{R^2 \cdot 90}$$



Ответ: 1) $F_1 = \frac{1}{9} \frac{kqQ}{R^2}$; 2) $F_2 = \frac{5}{90} \frac{kqQ}{R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$ma = 2mg$
 $a = 2g = 20 \text{ м/с}^2$

Handwritten calculations and diagrams:

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{60}{10} = 6 \text{ с}$$

$$K = \frac{50 \text{ м} \cdot v^2}{2} = \frac{m v^2}{2}$$

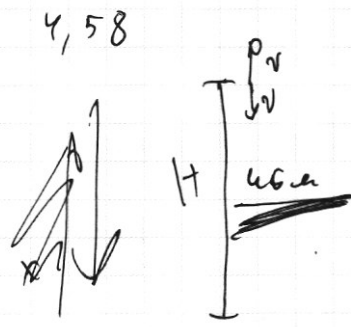
$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \text{ м/с}$$

Diagram of a right-angled triangle with sides 0.6 and 0.8, and hypotenuse 1.0.

$g f_3 = \dots$

$t^2 - 12t + 9 = 0$
 $t = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 36}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{108}}{2} = 6 \pm \sqrt{27} \Rightarrow 6 + 3\sqrt{3}$

2) $t^2 + 12t + 9 = 0$
 $t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 36}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{108}}{2} = -6 \pm \sqrt{27} \Rightarrow -6 + 3\sqrt{3}$
 $v = 12 \text{ м/с}$
 $t_1 = 12 \text{ с}$



$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{60^2}{2 \cdot 10} = 180$
 $v_0 = 9t$

$t^2 - 6t + 9 = 0$
 $t = 3 \text{ с}$

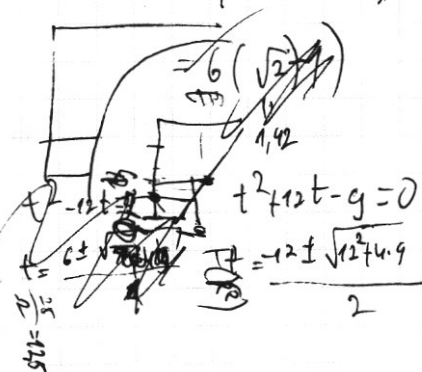
$t^2 - 45 = 60t$
 $t^2 - 60t - 45 = 0$
 $t = \frac{60 \pm \sqrt{3600 + 180}}{2} = \frac{60 \pm \sqrt{3780}}{2}$

1) $-H = -v_0 t + \frac{gt^2}{2}$

2) $-H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$

$-45 = \pm 60t + 5t^2$
 $-g = \pm 12t + t^2$

$\sqrt{5} + 6$
 $\sqrt{5} - 6$
 $t^2 \pm 12t$
 $t^2 + 12t + 9 = 0$

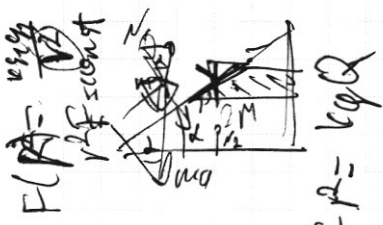


Handwritten calculations and diagrams:

$$t^2 + 12t - 9 = 0$$

$$t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 36}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{180}}{2} = -6 \pm \sqrt{45} = -6 + 3\sqrt{5}$$

Diagram of a right-angled triangle with sides 2, 2, and hypotenuse 2.5.



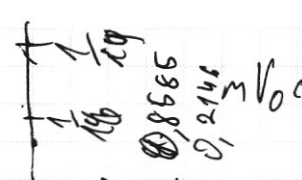
$$N \cos(\alpha) = mg$$

$$mg = N \sin(\alpha)$$

$$P = N$$

$$P \cos(\alpha) = N_2$$

$$2ma_2 = P \sin(\alpha)$$



$$N \cos(\alpha) = mg$$

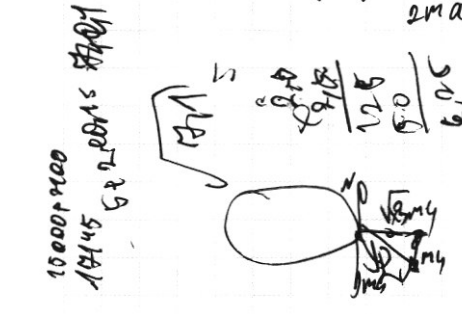
$$mg = N \sin(\alpha)$$

$$P \cos(\alpha) = N_2$$

$$2ma_2 = P \sin(\alpha)$$

$$H = 30t - \frac{gt^2}{2} = 90 - \frac{9.8t^2}{2}$$

$$K = 1800 \mu = \frac{mv^2}{2}$$



$$a = \frac{v^2}{2H}$$

$$91500 \quad 15816$$

$$19145 \quad 10076$$

$$446$$

$$49729$$

$$224$$

$$224$$

$$898$$

$$448$$

$$50176$$

$$223$$

$$223$$

$$669$$

$$446$$

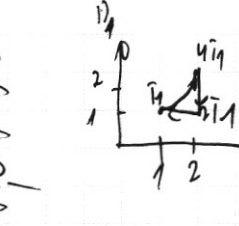
$$224$$

$$224$$

$$898$$

$$448$$

$$50176$$



$$SQ = \frac{1}{2} u \cdot A$$

$$v^2 = 3600 \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 60 \text{ m/s}$$

$$45 = 60t + \frac{gt^2}{2}$$

$$t^2 = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 + 4 \cdot 9 \cdot 45}}{1}$$

$$1882$$

$$1882$$

$$1602$$

$$484$$

$$223$$

$$223$$

$$669$$

$$446$$

Через какое время осколок упадет на землю

$$H = vt + \frac{gt^2}{2}$$

$$gt^2 = 2vt + t^2$$

$$112$$

$$112$$

$$284$$

$$568$$

$$1136$$

$$225$$

$$225$$

$$1925$$

$$450$$

$$625$$

$$t = \frac{-2v \pm \sqrt{4v^2 + 4g^2 H^2}}{2g} = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + g^2 H^2}}{g}$$

$$t_1 = \sqrt{5} - 6$$

$$t_2 = \sqrt{5} + 6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

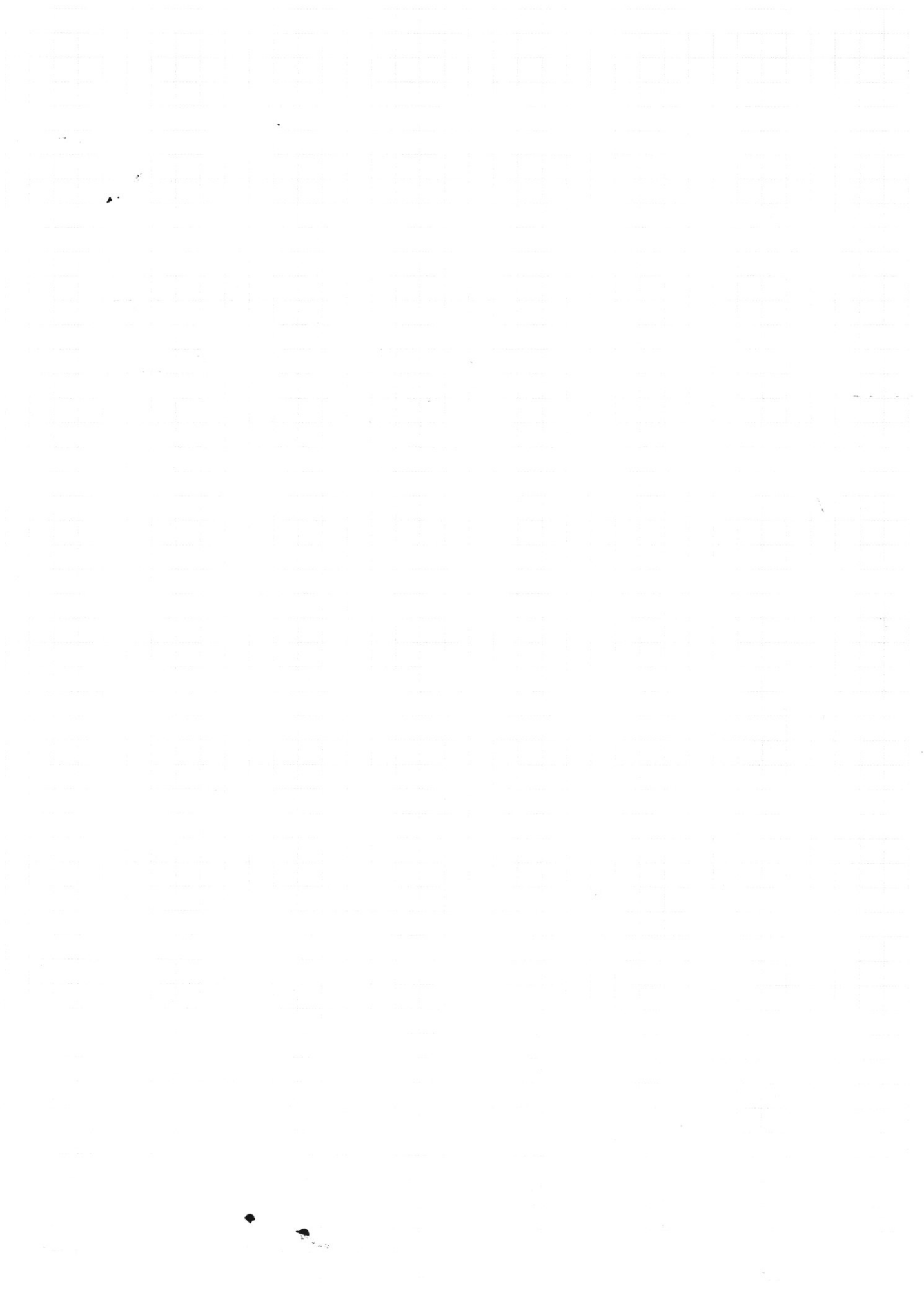
$\cos(\alpha) = 0.6$
 $\sin(\alpha) = 0.8$
 $ma_1 = mg \cos(\alpha)$
 $N_1 = P = \frac{mg}{\cos(\alpha)}$
 $2ma_2 = \frac{mg}{\cos(\alpha)} \sin(\alpha)$
 $N_2 = P \cos(\alpha) = mg$
 $v_0 = a_1 t$
 $H = \sin(\alpha) \left(v_0 t - \frac{a_1 t^2}{2} \right) = \sin(\alpha) \left(\frac{v_0^2}{2a_1} \right) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \left(\frac{v_0^2}{2g} \right)$
 $t_0(\alpha) = \frac{v_0}{a_1}$
 $0.2 \cdot \frac{3}{4} - 2 \cdot 10 = 2x$
 $x = 0.3$
 $v_0 = \sqrt{3} \text{ м/с}$
 $v = 2.06 \cos(\alpha) = 1.276$
 $mg \cos(\alpha) = F_{fr} = N \mu = \frac{(18+8-\sqrt{2})}{4} \cdot 2 \cdot 4$
 $mg \cos(\alpha) = F_{fr} = N \mu = \frac{P \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \mu = \frac{mg \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \mu = mg \tan(\alpha) \mu$
 $mg \cos(\alpha) = \frac{mg \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \mu = mg \tan(\alpha) \mu$
 $\mu = \frac{\cos(\alpha)}{\tan(\alpha)} = \frac{\cos(\alpha)}{\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}} = \frac{\cos^2(\alpha)}{\sin(\alpha)}$
 $\mu = \frac{0.6^2}{0.8} = 0.45$

Calculations on the right:

$$\begin{array}{r} 122 \\ + 122 \\ \hline 244 \\ 2204 \\ + 22 \\ \hline 29584 \end{array}$$

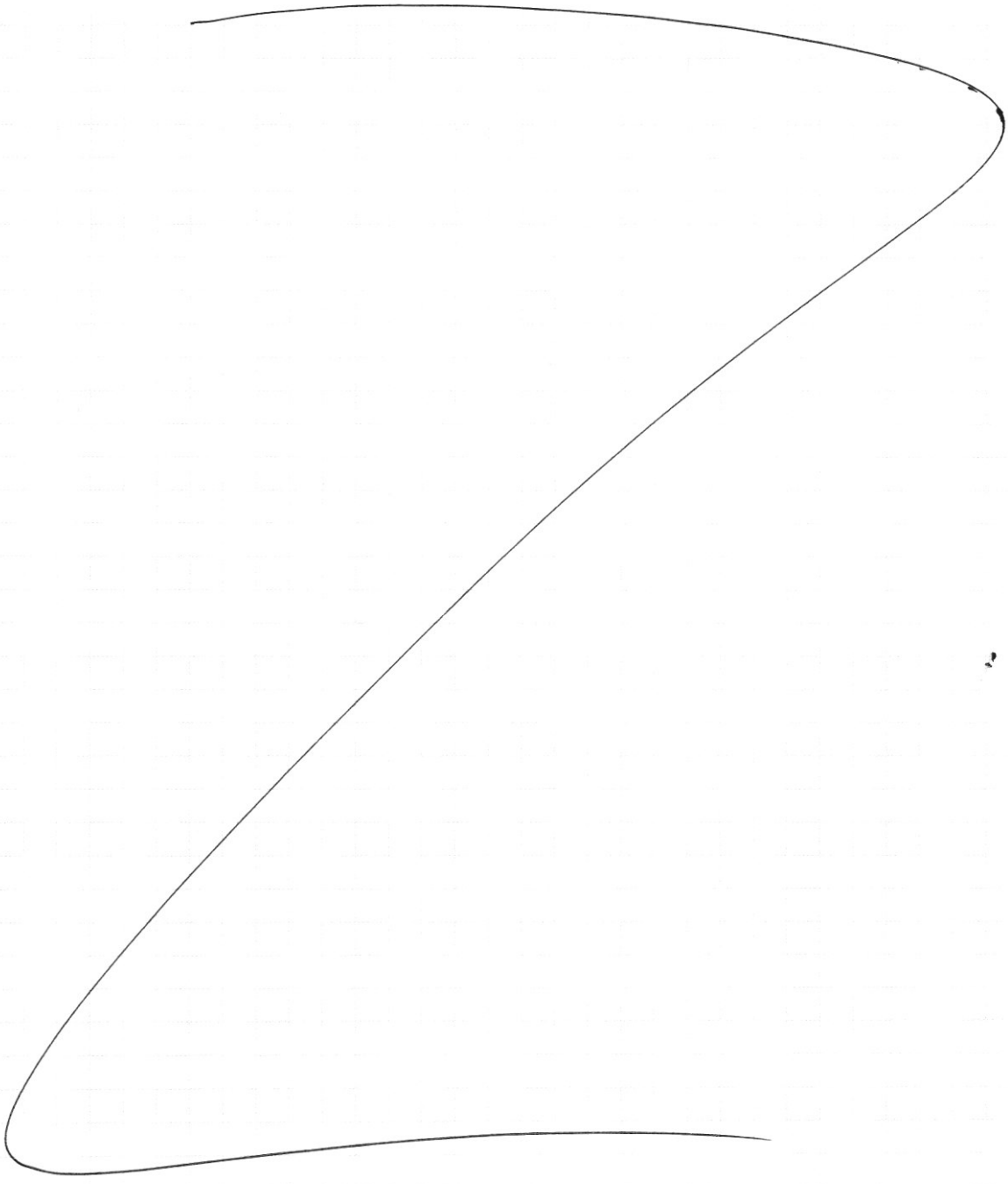
$$\begin{array}{r} 1211 \\ + 183 \\ \hline 519 \\ 29929 \\ + 12 \\ \hline 29941 \\ + 184 \\ \hline 30125 \end{array}$$

Diagrams and notes:
 $P_{fr} = mg$
 $\sqrt{v_0^2 + v_1^2} = 2mg$
 $\sqrt{(v_0 + v_1)^2} = 2mg$
 $ma_1 = 2(g \sin(\alpha))^2$
 $a = g \sqrt{2} \approx 1.73g = 17.3 \text{ м/с}^2$
 $v_1 = \sqrt{\frac{gR}{\mu}}$
 $v_2 = \sqrt{\frac{gR}{\mu \cos(\alpha)}}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле).

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)





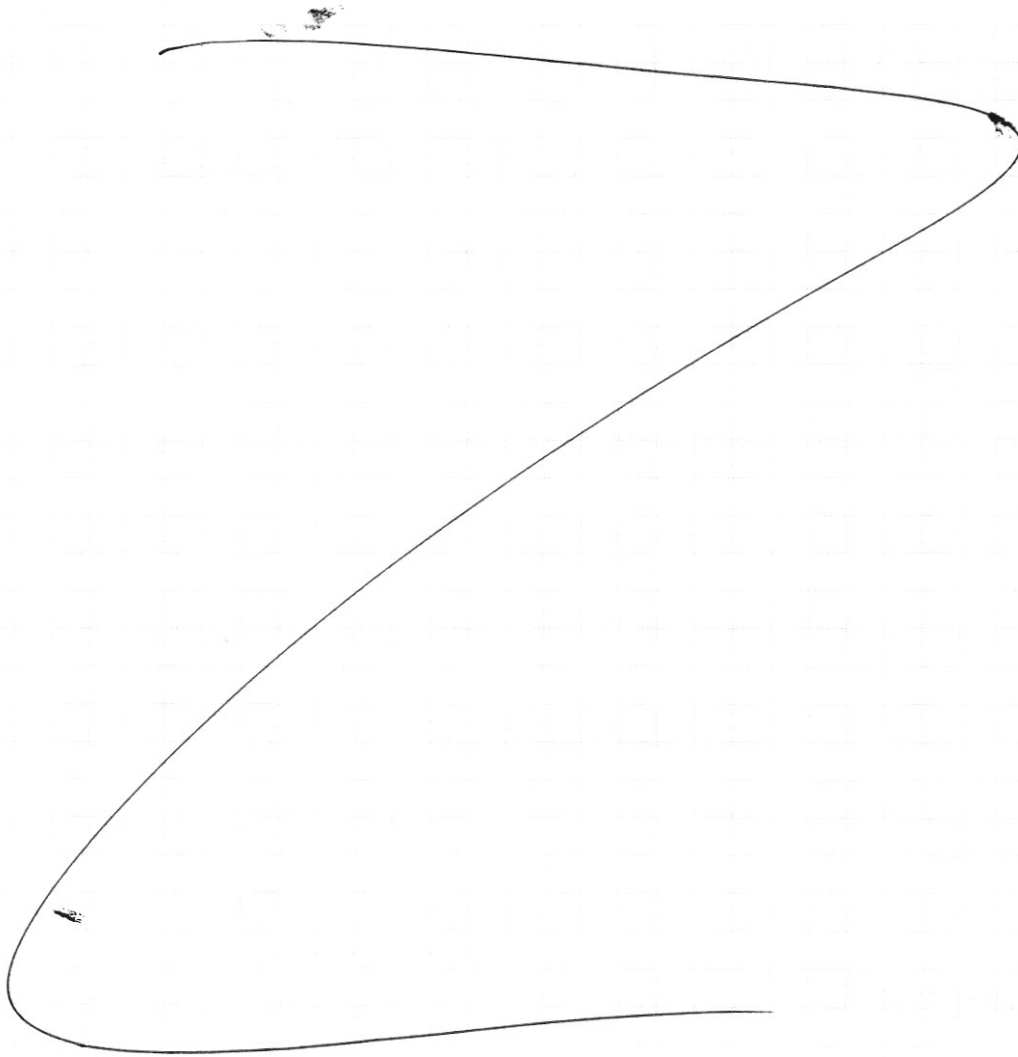
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

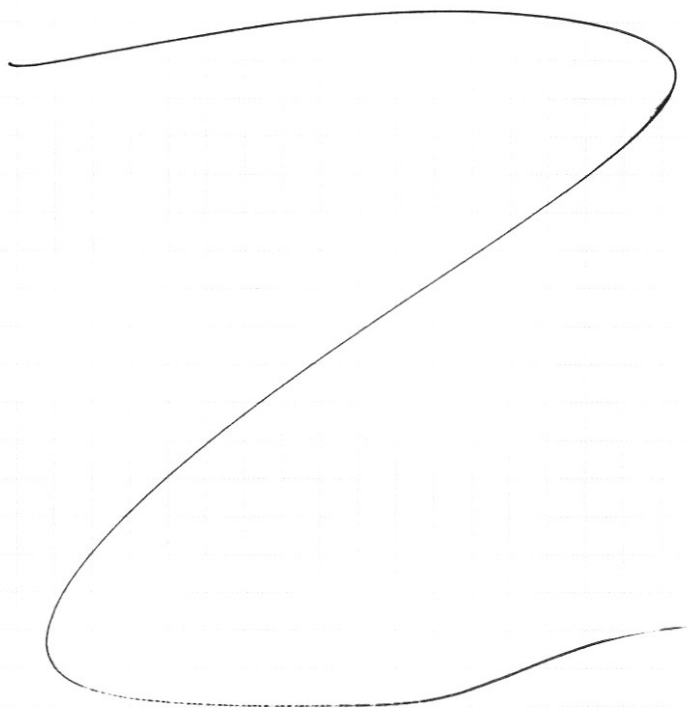
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)





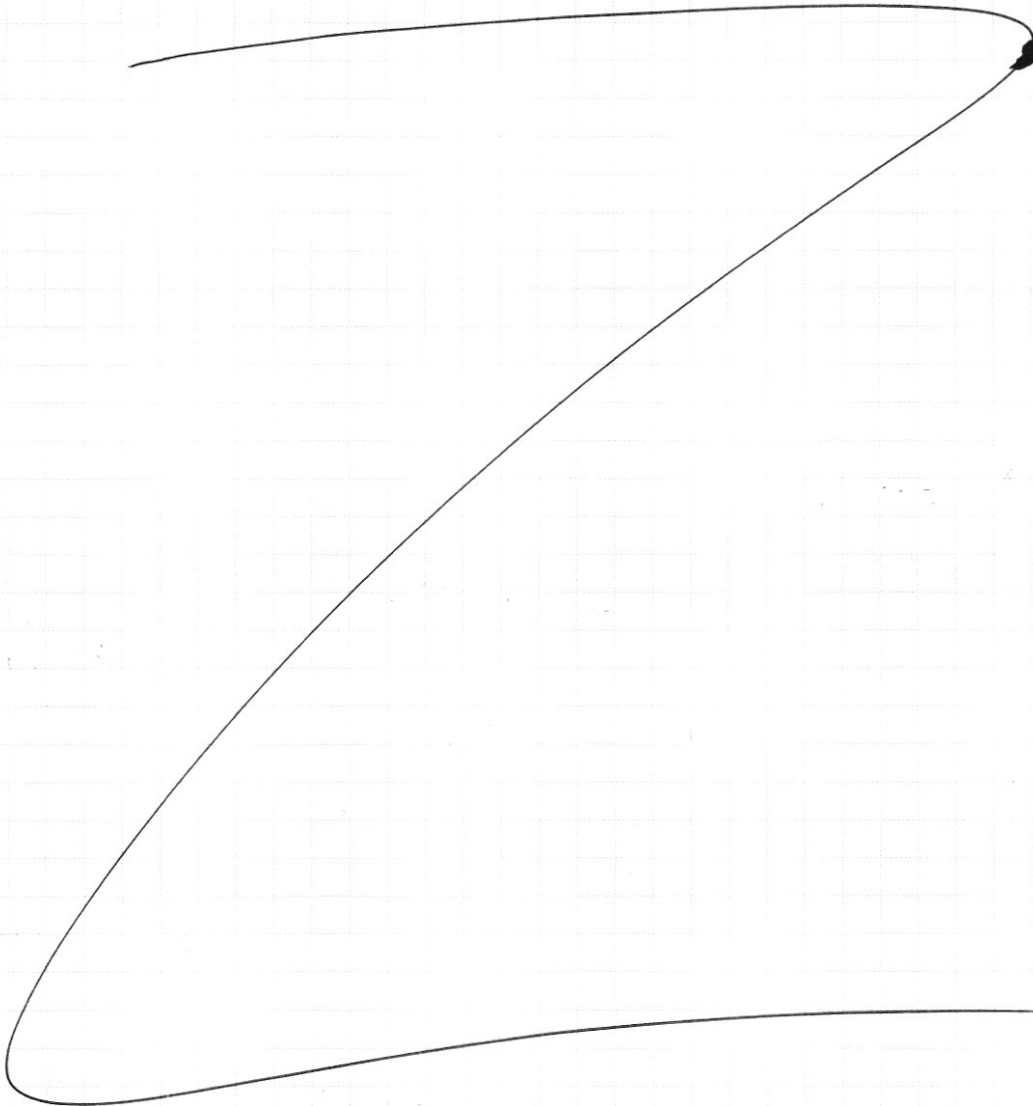
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)