

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

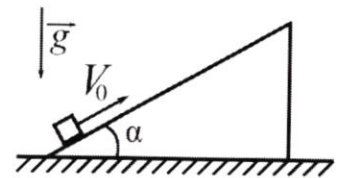
1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

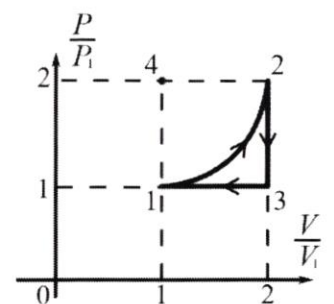
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

- 1) П.к. фреерверк взорвался в высшей точке, то его скорость в ней будет равна нулю.

$$\Rightarrow v_0 = gT$$

$$H = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$$

~~$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\cancel{v}^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \text{ м/с}$  — начальная скорость каждого осколка.~~

Макс. время будет лететь осколок, который полетит вверх, а мин. время будет лететь осколок, который полетит вертикально вниз.



$$Oy: \begin{cases} H = v\tau_1 + g\frac{\tau_1^2}{2} \\ H = -v\tau_2 + g\frac{\tau_2^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5\tau_1^2 + 60\tau_1 - 45 = 0 \\ 5\tau_2^2 - 60\tau_2 - 45 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau_1^2 + 12\tau_1 - 9 = 0 \\ \tau_2^2 - 12\tau_2 - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tau_1 = \frac{-12 + 6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5} - 6 \\ \tau_2 = \frac{12 + 6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5} + 6 \end{cases} \quad \text{Когда } \Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 = 12 \text{ с}$$

Ответ:  $H = 45 \text{ м}$ ;  $\Delta\tau = 12 \text{ с}$ .

- 2)  $\tau$  — время, чрез которое упадет первый осколок.

$\Delta\tau = 10 \text{ с}$  — время между падением первого и последнего.

Первый упадет тот, который падает вертикал. вниз, а послед. — вверх.

$$Oy: \begin{cases} H = v\tau + \frac{g\tau^2}{2} \\ H = -v(\tau + \Delta\tau) + \frac{g(\tau + \Delta\tau)^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 45 = v\tau + 5\tau^2 \\ 45 = -v\tau - 10v + 5(10 + \tau)^2 \end{cases}$$

↓ продолжение на след. стр.



$$v = \frac{45 - 5t^2}{2}$$

$$45 = -45 + 5t^2 - \frac{10(45 - 5t^2)}{2} + 5(100 + 20t + t^2)$$

$$0 = 5t^2 - \frac{450 - 50t^2}{2} + 500 + 100t + 5t^2$$

$$450 - 50t^2 = t(410 + 10t^2 + 100t)$$

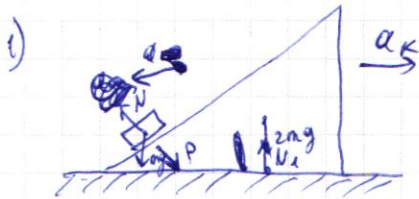
$$450 - 50t^2 = 410t + 10t^3 + 100t^2$$

$$t^3 + 15t^2 + 41t - 45 = 0$$

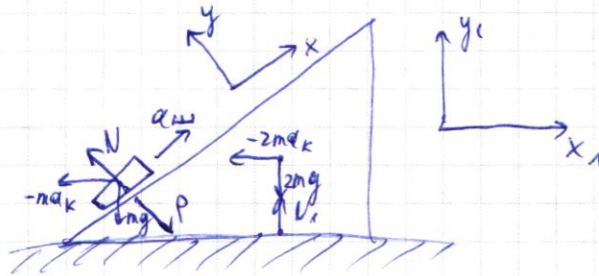
Ответ:  $K = 45$  м;  $t =$  корни уравнения  $t^3 + 15t^2 + 41t - 45 = 0$ .

↓ продолжение

№ 2



Перейдем в КМСО отн. клина:



2 з.д.:

$$Ox_1: 2ma_k = P \sin \alpha$$

$$3 \text{ з.д.}: P = N \Rightarrow N \sin \alpha = 2ma_k$$

2 з.д.:

$$Oy: mg \cos \alpha = N$$

$$Ox: ma = ma_k \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$ma = \frac{N \sin \alpha \cos \alpha}{2} + mg \sin \alpha = \frac{mg \cos^2 \alpha \sin \alpha}{2} + mg \sin \alpha$$

$$a = g \sin \alpha \left( \frac{\cos^2 \alpha}{2} + 1 \right)$$

$$\begin{cases} s = \frac{H}{\sin \alpha} \\ s = \frac{v_0^2}{2a} \end{cases} \Rightarrow v_0^2 = \frac{2aH}{\sin \alpha} = 2g \left( \frac{\cos^2 \alpha}{2} + 1 \right) H = \frac{118}{25} \text{ м}^2/\text{с}^2$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{\sqrt{118}}{5} \text{ м/с}$$

2) Аналогично в КМСО отн. клина, только теперь масса равна:

$$Ox_1: P \sin \alpha = ma_k = N \sin \alpha$$

$$Oy: mg \cos \alpha = N \Rightarrow ma_k = mg \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow a_k = g \sin \alpha \cos \alpha$$

Система  
продолжение  
на другой стороне ↓

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

↓ продолжение

$$0x: m\ddot{x} = m\ddot{x} \cos^2 \alpha + mg \sin \alpha = mg \cos^2 \alpha \sin \alpha + mg \sin \alpha$$

$$\Rightarrow a = g \sin \alpha (\cos^2 \alpha + 1)$$

$$\sin \alpha = \frac{H}{S} \Rightarrow S = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{v_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{2aH}{\sin \alpha} = 2g (\cos^2 \alpha + 1) H$$

$$t = \frac{v_0}{a} - \text{время до верхней точки}$$

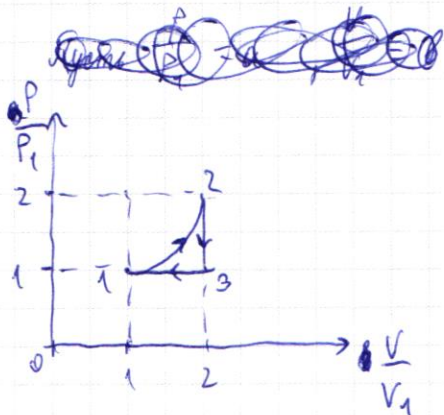
$$t = \frac{\sqrt{2gH(\cos^2 \alpha + 1)}}{g \sin \alpha (\cos^2 \alpha + 1)}$$

$$v = 2t \cdot a_k = \frac{2\sqrt{2gH(\cos^2 \alpha + 1)}}{g \sin \alpha (\cos^2 \alpha + 1)} \cdot g \sin \alpha \cos \alpha = \sqrt{\frac{8gH \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 9 \cdot 25}{25 \cdot 17}} \frac{m}{c} = \sqrt{\frac{8 \cdot 9}{17}} \frac{m}{c} = 6 \sqrt{\frac{2}{17}} \frac{m}{c}$$

Ответ:  $v_0 = \frac{\sqrt{118}}{5} \frac{m}{c}$ ;  $v = 6\sqrt{\frac{2}{17}} \frac{m}{c}$ .

№ 3



$$1) Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$$

$$A_{12} = p_1 V_1 + \frac{4p_1 V_1 - p_1 V_1}{4} = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} (\nu p V) = \frac{3}{2} \cdot (4p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$Q_{12} = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} + 4,5\right) = p_1 V_1 \left(6,5 - \frac{\pi}{4}\right)$$

2)  $A =$  за цикл - площадь 1-2-3 на графике.

$$A = \frac{4p_1 V_1 - p_1 V_1}{4} = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

↓ продолжение  
на след. стр.



$$3) \eta = \frac{A}{Q_{\pi}}$$

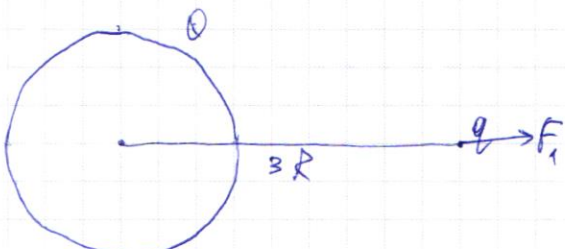
$Q_{\pi} = Q_{12}$ , м.к. на участках 2-3 и 3-1 газ не получает, а отдаёт всю энергию.

$$\eta = \frac{p_1 V_1 \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)}{p_1 V_1 \left(6,5 - \frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{1 - \frac{p_2}{p_1}}{6,5 - \frac{p_2}{p_1}} \approx \frac{1}{2,3}$$

Ответ:  $Q = p_1 V_1 \left(6,5 - \frac{p_2}{p_1}\right)$ ;  $A = p_1 V_1 \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)$ ;  $\eta \approx \frac{1}{2,3}$ .

№5

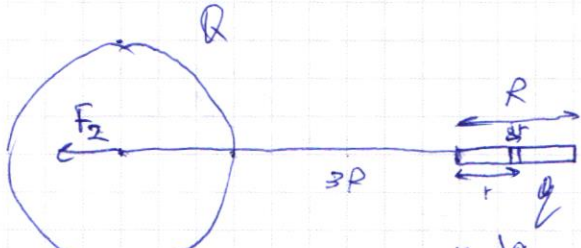
1)



$$E_{\text{сф}} = \frac{kQ}{r^2} = \frac{kQ}{(3R)^2} = \frac{kQ}{9R^2}$$

$$F_1 = E_{\text{сф}} \cdot q = \frac{kqQ}{9R^2}$$

2)



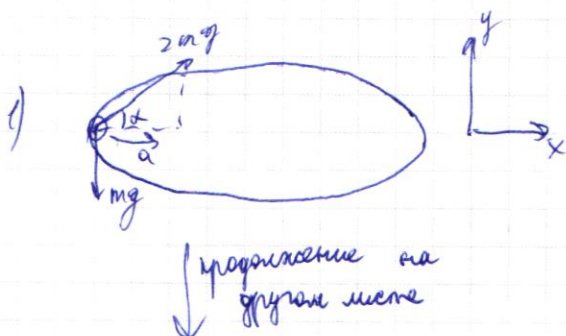
Найдём напряжённость, создаваемую ~~элементами~~ элементарным кусочком стержня, в центре сферы:

$$dE = \frac{k \cdot dq}{(3R+r)^2} = \frac{k \cdot \lambda \cdot dr}{(3R+r)^2} = \frac{k \cdot \frac{q}{R} \cdot dr}{(3R+r)^2} = \frac{kq \cdot dr}{R \cdot (3R+r)^2}$$

$$\Leftrightarrow E = \int dE = \frac{kq}{R} \cdot \int_0^R \frac{dr}{(3R+r)^2}$$

$$\Rightarrow F_2 = QE = \frac{kqQ}{R} \cdot \int_0^R \frac{dr}{(3R+r)^2}$$

Ответ:  $F_1 = \frac{kqQ}{9R^2}$ ;  $F_2 = \frac{kqQ}{R} \cdot \int_0^R \frac{dr}{(3R+r)^2}$



№3

$$Q = 2mg$$

з.к.:  $Oy: mg = 2mg \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}$

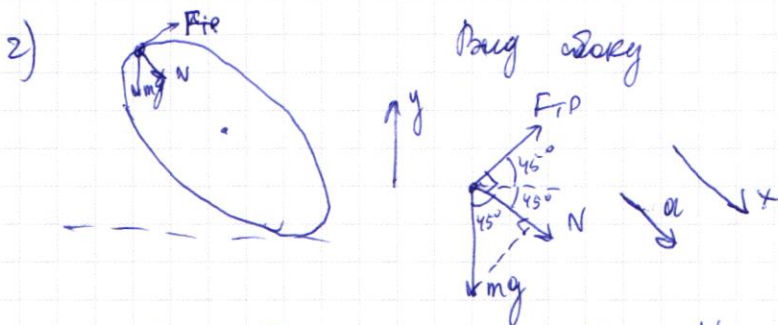
$Ox: ma = 2mg \cos \alpha = 2mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = mg \sqrt{3}$

$$\Rightarrow a = \sqrt{3} g = 10 \sqrt{3} \frac{m}{c^2}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

↓ направление



$$\Sigma F_y: mg = F_{\text{тр}} \sin 45^\circ = \mu N \sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow N = \frac{mg}{\mu \sin 45^\circ}$$

$$\Sigma F_x: m\alpha = N \sin 45^\circ + mg \cos 45^\circ = \frac{mg}{\mu \sin 45^\circ} \sin 45^\circ + mg \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = g \left( \frac{1}{\mu \sin 45^\circ} + \cos 45^\circ \right) = \frac{v_{\text{min}}^2}{R}$$

$$\Rightarrow v_{\text{min}}^2 = gR \left( \frac{1}{\mu \sin 45^\circ} + \cos 45^\circ \right) = 10 \cdot 1 \left( \frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 5 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{35\sqrt{2}}{2} \text{ м}^2/\text{с}^2$$

$$\Rightarrow v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{35\sqrt{2}}{2}} \text{ м/с}$$

Ответ: ~~а = 10 м/с; v\_min = ...~~  $\alpha = 10\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{35\sqrt{2}}{2}} \text{ м/с}$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$T = 30$$

$$v_0 = gT$$

$$H = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} = \frac{g^2 T^2 - 0}{2g} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

$$K = N \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = \sqrt{3600} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



$$\begin{cases} H = v\tau_1 + \frac{g\tau_1^2}{2} \\ H = -v\tau_2 + \frac{g\tau_2^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5\tau_1^2 + 60\tau_1 - 45 = 0 \\ 5\tau_2^2 - 60\tau_2 - 45 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau_1^2 + 12\tau_1 - 9 = 0 \\ \tau_2^2 - 12\tau_2 - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 180 &= 45 \cdot 4 = \\ &= 9 \cdot 4 \cdot 5 \end{aligned}$$

$$D = 144 + 36 = 180$$

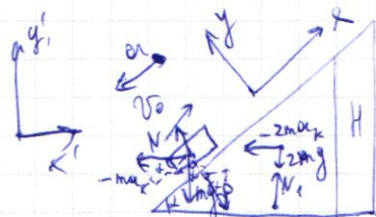
$$\tau_1 = \frac{-12 + 6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\Delta t = \tau_2 - \tau_1 = 12 \text{ с}$$

$$\tau_2 = \frac{12 + 6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5} + 6$$

№2

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{3}{5} \\ \Rightarrow \sin \alpha &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$



$$\text{Кинем: } O_x: 2ma_k = P \cdot \sin \alpha = N \sin \alpha$$

$$\text{Динамика: } O_y: mg \cos \alpha = N$$

$$O_x: ma = ma_k \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$ma = \frac{N \sin \alpha}{2} \cos \alpha + mg \sin \alpha = \frac{mg \cos^2 \alpha \sin \alpha}{2} + mg \sin \alpha$$

$$a = g \left( \frac{\cos^2 \alpha \sin \alpha}{2} + \sin \alpha \right) = 10 \cdot \left( \frac{9}{25} \cdot \frac{4^2}{5 \cdot 2} + \frac{4}{5} \right) =$$

$$= 10 \cdot 2 \frac{18 + 40}{5 \cdot 25} = \frac{2 \cdot 118}{25} = \frac{236}{25}$$

$$\begin{array}{r} 118 \\ 10 \overline{) 118} \\ \underline{118} \\ 0 \end{array}$$

$$\sin \alpha = \frac{H}{S} \Rightarrow S = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{v_0^2}{2a}$$

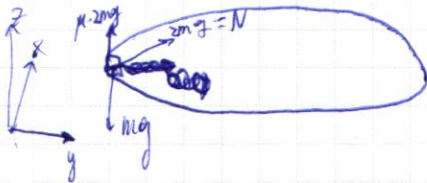


$$v_0^2 = \frac{2aH}{\sin \alpha} = \frac{2g \sin \alpha (\frac{\cos^2 \alpha}{2} + 1) H}{\sin \alpha} = gH(\cos^2 \alpha + 2) =$$

$$= 10 \cdot 0,2 \cdot \left( \frac{9}{25} + \frac{50}{25} \right) = 2 \cdot \frac{59}{25} = \frac{118}{25}$$

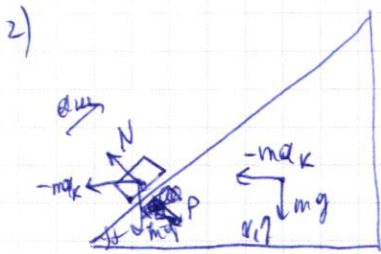
$$v_0 = \frac{\sqrt{118}}{5}$$

№3



$$D_x: ma_r = \mu N = 2\mu mg \Rightarrow a_r = 2\mu g$$

№2



$$N = mg \cos \alpha = P$$

$$P \sin \alpha = ma_k = mg \cos \alpha \sin \alpha$$

$$a_k = g \cos \alpha \sin \alpha = 10 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{5}$$

$$ma = ma_k \cos \alpha + mg \sin \alpha = mg \cos^2 \alpha \sin \alpha + mg \sin \alpha$$

$$a = g \sin \alpha (\cos^2 \alpha + 1) = 10 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left( \frac{9}{25} + 1 \right) = 8 \cdot \frac{34}{25}$$

$$\sin \alpha = \frac{H}{S} \Rightarrow S = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{v_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{2aH}{\sin \alpha} = \frac{2g(\cos^2 \alpha + 1)H}{\sin \alpha} = 20 \cdot 0,2 \cdot \left( \frac{9}{25} + 1 \right) =$$

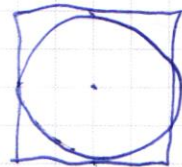
$$= 4 \cdot \frac{34}{25} = \frac{136}{25}$$

$$v_0 = \frac{2}{5} \sqrt{34}$$

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{\frac{2}{5} \sqrt{34}}{8 \cdot \frac{34}{25}} = \frac{2 \sqrt{34} \cdot 25}{5 \cdot 8 \cdot 34} = \frac{5 \sqrt{34}}{136}$$

$$\Rightarrow V = a_k \cdot 2t = \frac{24}{5} \cdot 2 \cdot \frac{5 \sqrt{34}}{136 \cdot 2} = \frac{6 \sqrt{34}}{17}$$

$$\rho = \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{\rho_2 V_2 (1 - \frac{v_0}{4})}{\rho_1 V_1 (6,5 - \frac{11}{4})} = \frac{1 - \frac{v_0}{4}}{6,5 - \frac{11}{4}} \approx \frac{1 - 0,75}{6,5 - 2,75} \approx \frac{0,25}{3,75} \approx \frac{1}{15}$$



$$5 \cdot \frac{3}{4}$$

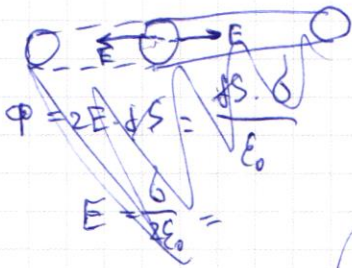
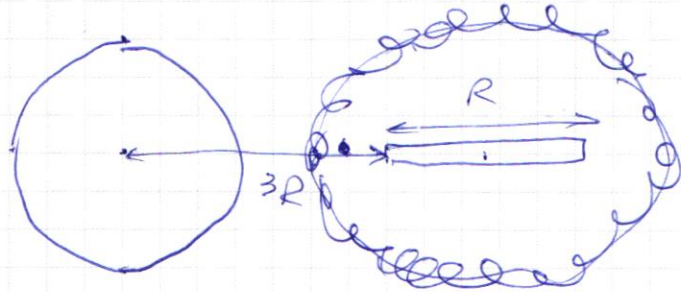
$$\frac{23}{4}$$

$$5,75$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$E_c = \frac{kQ}{(3R)^2}$$

$$F_1 = E_c q = \frac{kqQ}{9R^2}$$



$$E_c = \frac{kQ}{r^2}$$

$$dF = E_c \cdot dq = \frac{kQ}{(3R+l)^2} + \frac{q}{R} \cdot dl$$

$$dE = \frac{k \cdot dq}{(3R+l)^2} = \frac{k \cdot \frac{q}{R} \cdot dl}{(3R+l)^2} = \frac{kq \cdot dl}{R(3R+l)^2}$$

~~$$dE = \frac{kq \cdot dl}{(3R+l)^2}$$~~

$$F = E \cdot Q = \int dE \cdot Q = Q \cdot \frac{kq}{R} \cdot \int_0^R \frac{dl}{(3R+l)^2} = \frac{kqQ}{R} \cdot \int_0^R \frac{dl}{(3R+l)^2}$$



$$\varphi = \frac{q}{\epsilon_0} = 2E \cdot 2R$$

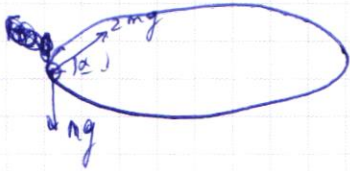


$$\varphi = 2E \cdot 2R$$

$$\varphi = \frac{q}{\epsilon_0}$$



№3



$$F_{TP} = \mu N = 2\mu mg$$

$$mg = F_{TP} = 2\mu mg \Rightarrow \mu = \frac{1}{2}$$

$$mg = 2mg \sin \alpha = mg$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$a_x = m a_n = 2mg \cos \alpha = 2mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} mg$$

$$\Rightarrow a_n = \sqrt{3} g$$



$$F_{TP} = \mu N = mg$$

$$m a_n = m \frac{v_{min}^2}{R} = N = \frac{mg}{\mu}$$

$$\Rightarrow v_{min} = \sqrt{\frac{Rg}{\mu}} = \sqrt{\frac{10}{0.8}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 25}{8 \cdot 2}} = \dots$$



$$F_{TP} = \mu N$$

$$\mu N \sin 45^\circ = mg$$