Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

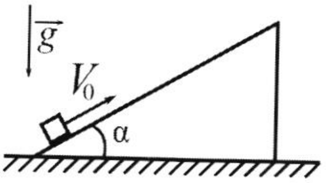
1. Фейерверк массой $m = 1$кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3$ с разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800$ Дж. На землю осколки падают в течение ~~$\tau = 10$ с~~. 1) На какой высоте H взорвался?

1) ~~На какой высоте H взорвался фейерверк?~~ 2) Через какое τ_1 после взрыва первый

2) ~~В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?~~ осколок упадёт на землю

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2$ м. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы. $(M = 2m)$

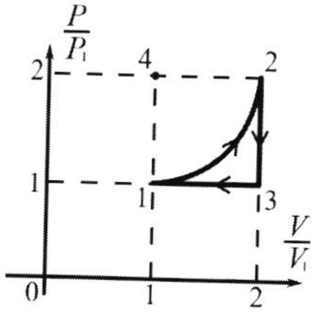
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. $(M = m)$

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1$ м. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

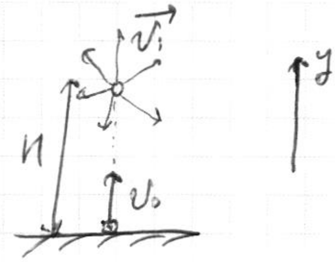
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 Т.к. фейерверк взорвался в высшей точке траектории:



$$mgH = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

Т.к. в высшей точке $v = 0$:

$$0 = v_0 - gT; \quad v_0 = gT$$

$$H = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$$

Учитывая то, что после взрыва осколки имели одинаковые по модулю скорости, и то, что сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала, можно утверждать, что время движения ~~фейервер~~ осколка фейерверка от точки взрыва до земли зависит только от проекции его скорости на ось Oy.

Тогда первыми коснутся земли те осколки, скорость которых после взрыва была направлена вертикально вниз, а последними — вертикально вверх.

$$K = \frac{n\cdot \Delta m\, v_1^2}{2} \quad \text{(где } n \text{ — кол-во осколков)}$$

$$K = \frac{m v_1^2}{2}; \quad v_1 = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$0 = H - v_1\tau_1 - \frac{g\tau_1^2}{2}; \quad \frac{g}{2}\tau_1^2 + \sqrt{\frac{2K}{m}}\,\tau_1 - \frac{gT^2}{2} = 0$$

$$\tau_1 = \frac{-\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{\frac{2K}{m} + g^2T^2}}{g} = 3(\sqrt{5}-2)\text{ с}$$

$$\cancel{0 = H + v_1\tau_2 - \frac{g\tau_2^2}{2}}$$

$$\tau_2 = \frac{\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{\frac{2K}{m} + g^2T^2}}{g} = 3(\sqrt{5}+2)\text{ с}$$

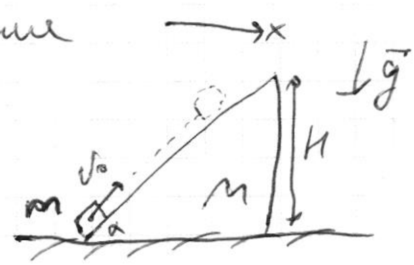
(τ_1 – время, за которое падает осколок, скорость которого после взрыва была направлена вертикально вниз, τ_2 – время падения осколка, скорость которого была направлена вертикально вверх)

$$\cancel{\tau = \tau_2 - \tau_1 = \frac{2\sqrt{\frac{2K}{m}}}{g} = 12\text{ с}}$$

~~Ответ: 1) $\tau_1 = 3(\sqrt{5}-2)$ с; 2) $\tau = 12$ с~~

Ответ: 1) $H = 45$ м; 2) $\tau_1 = 3(\sqrt{5}-2)$ с

$\boxed{2}$ ЗСЭ, если учесть, что изменение энергии земли пренебрежимо:



$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{(m+M)v'^2}{2}$$

ЗСИ на ось Ox, т.к. вдоль этой оси система шайба–клин замкнута:

$$m v_0 \cos\alpha = (m+M)v', \quad v' = \frac{m v_0 \cos\alpha}{m+M}$$

$$m v_0^2 = 2mgH + \frac{(m v_0 \cos\alpha)^2}{m+M}$$

$$v_0^2 = 2gH + \frac{m(v_0\cos\alpha)^2}{m+M}; \quad v_0^2\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{1+\frac{M}{m}}\right) = 2gH$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH\left(1+\frac{M}{m}\right)}{1+\frac{M}{m}-\cos^2\alpha}}; \text{ при } \frac{M}{m}=2: \ v_0 = \sqrt{\frac{50}{11}}\ \frac{м}{с}$$

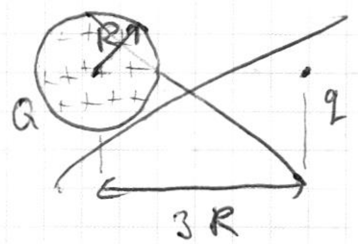
$$A_ц = A_{12} + A_{31} = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\eta = \frac{A_ц}{Q_{12}} = \frac{1-\frac{\pi}{4}}{\frac{13}{2}-\frac{\pi}{4}} = \frac{4-\pi}{26-\pi}$$

Ответ: 1) $Q_{12} = p_1 V_1 \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$; 2) $A_ц = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

3) $\eta = \frac{4-\pi}{26-\pi}$

$\boxed{5}$ Посчитаем напряжённость поля сферы на эквипотенциальной поверхности большей сферы радиуса $3R$ с центром в той же точке, что и центр малой сферы, по теореме Гаусса:



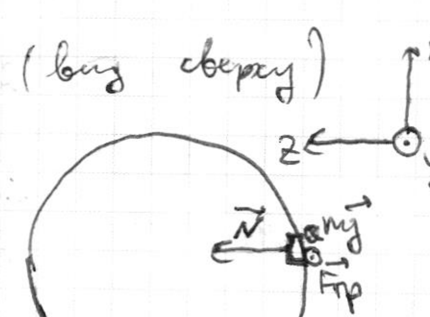
$$E_{3R} \cdot S = \frac{Q}{\varepsilon_0}; \quad S = 4\pi \cdot 9R^2$$

$$E_{3R} = \frac{Q}{4\pi \cdot 9R^2 \cdot \varepsilon_0} = k\frac{Q}{9R^2}$$

Т.к. шарик небольшой, то его можно принять за точечный заряд, помещённый в данную точку. Тогда:

$$F_1 = E_{3R} \cdot q = k\frac{Qq}{9R^2}$$

(вид сверху)



$\boxed{3}$ Т.к. модель движется равномерно: $F_{px} = 0 \Rightarrow$ Сила, с которой сфера действует на модель на ось $0x$ равна 0 ($F_{gx} = 0$)

$$F_{тр} = mg$$
$$N = ma_{ц.с.}$$

$$\begin{cases} F_g = \sqrt{N^2 + F_{тр}^2} \\ F_g = 2mg \end{cases} \Rightarrow N^2 + F_{тр}^2 = 4(mg)^2$$

$$N^2 + (mg)^2 = 4(mg)^2$$
$$N = \sqrt{3}\, mg$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. движение шайбы относительно клина симметрично, её скорость относительно клина, когда она вернётся в точку старта по модулю равна v_0.

ЗСИ на ось ox:

$$mv_0\cos\alpha = Mv + m(v - v_0\cos\alpha)$$

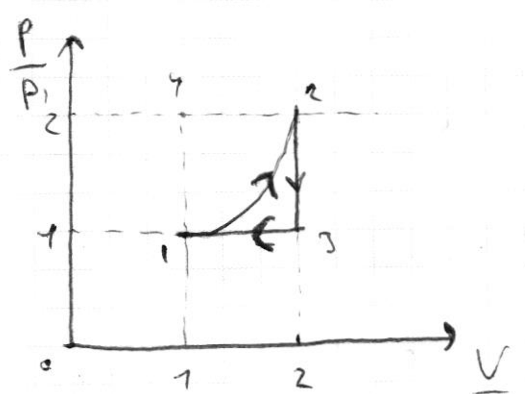
$$2mv_0\cos\alpha = (M+m)v$$

$$2\cos\alpha\cdot\sqrt{\frac{2gh(1+\frac{M}{m})}{1+\frac{M}{m}-\cos^2\alpha}} = \left(\frac{M}{m}+1\right)v$$

$$v = \frac{2\cos\alpha\sqrt{2gh(1+\frac{M}{m})}}{(\frac{M}{m}+1)\sqrt{1+\frac{M}{m}-\cos^2\alpha}}$$; При $\frac{M}{m}=1$: $v = 1{,}2\sqrt{\frac{50}{41}}$ $\frac{м}{с}$

Ответ: 1) $v_0 = \sqrt{\frac{50}{11}}$ $\frac{м}{с}$; 2) $v = 1{,}2\sqrt{\frac{50}{41}}$ $\frac{м}{с}$

$\boxed{4}$ $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$



$A_{12} = A_{42} - A_{1421}$

$A_{42} = p_2\cdot(V_2 - V_1) = 2p_1V_1$

$A_{1421} = A_{42}\cdot\frac{\pi}{8}$ (отношение площадей)

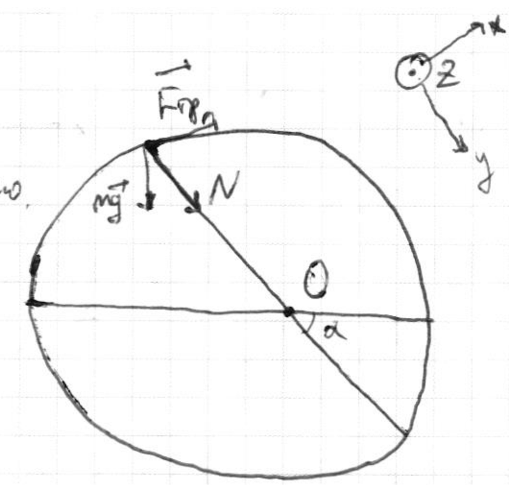
$A_{12} = 2p_1V_1\left(1-\frac{\pi}{8}\right)$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{9}{2}p_1V_1$

$Q_{12} = p_1V_1\left(2 - \frac{\pi}{4} + \frac{9}{2}\right) = p_1V_1\left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$N = ma_{ц.с.} \Rightarrow a_{ц.с.} = \sqrt{3}\, g$



Т.к. модель движется равномерно, $F_{тр z} = 0$.

$mg\cos\alpha = F_{тр}$; $F_{тр} = \mu N$

$N = \dfrac{mg\cos\alpha}{\mu}$

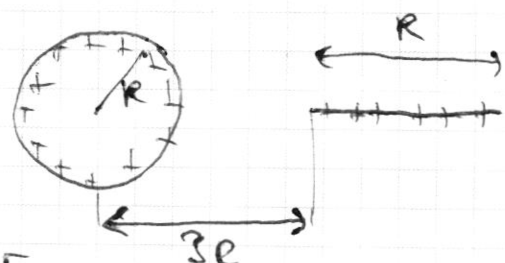
$mg\sin\alpha + \dfrac{mg\cos\alpha}{\mu} = m a_{ц.с.}$

$g\sin\alpha + \dfrac{g\cos\alpha}{\mu} = \dfrac{v_{min}^2}{R}$; $v_{min}^2 = gR\left(\sin\alpha + \dfrac{\cos\alpha}{\mu}\right)$

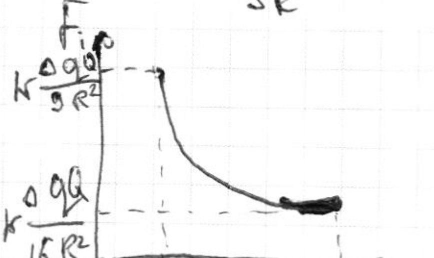
$v_{min} = \sqrt{gR\left(\sin\alpha + \dfrac{\cos\alpha}{\mu}\right)} = \sqrt{11{,}25\sqrt{2}}$ м/с

Ответ: 1) $a = \sqrt{3}\, g$ 2) $v_{min} = \sqrt{11{,}25\sqrt{2}}$ м/с

$\boxed{5}$ $F_2' = \Sigma F_i$, где F_i — сила, с которой сфера действует на точечный заряд на стержне (Δq)



Т.к. заряд на стержне распределён равномерно, можно взять среднее значение силы и умножить на кол-во точечных зарядов.



$F_{сред} = \dfrac{k\Delta q Q}{R^2}\left(\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{16}\right)\dfrac{1}{2} = \dfrac{25}{288}\,\dfrac{k\Delta q Q}{R^2}$

$$F_2' = F_{сред} \cdot n = \frac{25}{288} \frac{k \overset{Q}{\cancel{o}} q}{R^2} \cdot n \leftarrow q$$

$$F_2' = \frac{25}{288} \frac{kqQ}{R^2}$$

Т.к. точечные заряды сферы действуют на точечные заряды стержня с равными силами, то сила, с которой стержень действует на сферу равна силе, с которой сфера действует на стержень.

$F_2 = F_2'$; $F_2 = \frac{25}{288} \frac{kqQ}{R^2}$

Ответ: 1) $F_1 = k \frac{Qq}{9R^2}$; 2) $F_2 = \frac{25}{288} \frac{kQq}{R^2}$

$\frac{1200}{269}$

$(m+M)v' = MV + mv''$; $v'' = -v_0\cos\alpha + V$

$(m+M)v' = MV + m(V - v_0\cos\alpha)$

$g\sin\alpha = \frac{V^2}{R}$

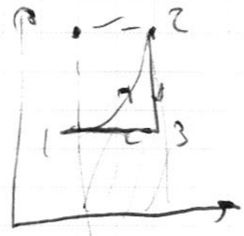
$mg\sin\alpha + \frac{g\cos\alpha}{M} = ma_{ц.с.}$

$N = \frac{mg\cos\alpha}{M}$

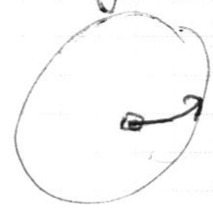
$\frac{4\cdot 2}{1{,}64} = \frac{800}{164} = \frac{400}{82} = \frac{200}{\sqrt{41}} = \frac{4\sqrt{\frac{50}{41}} + 0{,}6}{2} = 1{,}2\sqrt{\frac{50}{41}}$

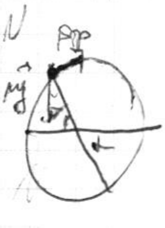
$mg\cos\alpha = MN$

$Q = A + \Delta U$



mg

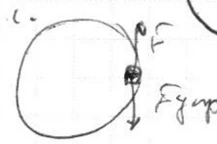




$A = p_2V_2 - p_1V_1 = \nu R(T_2 - T_1)$

$mg\sin\alpha = ma_{ц.с.}$

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$



$\cancel{mg\sin\alpha =}$

$Q = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1)$

$p_1V_2 - p_2V_2$

$= V_2(p_1 + p_2)$

$p_2 = 2p_1$, $V_2 = 2V_1$ $p_2V_2 = 4p_1V_1$

$F_{тр} = mg$

πR^2

$N = ma$

$A = A_1 - A_2$; $A_1 = 2p_1V_1$; $\frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi r^2}{4\cdot 2V^2}$

$\sqrt{N^2 + F_{тр}^2} = 2mg$

$A = A_1\left(1 - \frac{\pi}{8}\right)$

$A_2 = A_1\cdot\frac{\pi}{8}$

$N^2 + F_{тр}^2 = 4m^2g^2$

$\Delta U = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}($

$\eta = \frac{A}{Q_{пол}}$

$N^2 = 3m^2g^2$

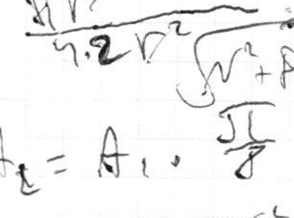
$v_{min} = \sqrt{10\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(1 + 1{,}25)}$

$N = \sqrt{3}mg$

$\cancel{2p_1V_1(}$

$v_{min} = \sqrt{5\cdot 2{,}25\cdot\sqrt{2}} = \sqrt{11{,}25\sqrt{2}}$

$p_1V_1\left(2 - \frac{\pi}{4}\right) - p_1V_1$

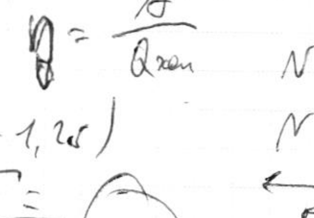


$\eta = \frac{A_{пол}}{Q_{затр}}$; $Q_{затр} = \frac{3}{2}($ $22{,}5$

$= \sqrt{\ }$

$\frac{kQ\Delta q}{r_i^2}$; $F = kk\sum\frac{\Delta q}{R_i^2}$

$x/5$ $1/5$ $\frac{\sqrt{2}}{20}$



2π

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{\Delta m V_i^2}{2} = E_{k_i}$

$E_0 = \Sigma E_{k_i} = \frac{1}{2}\Sigma \Delta m V_i^2 = \frac{1}{2} m \Sigma V_i^2$

$\frac{N \Delta m V_i^2}{2} = \frac{m V_i^2}{2}, \; V_i = \sqrt{\frac{2K}{m}}$

$D = \frac{2K}{m} + g^2 \tau^2$

$\frac{-\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{D}}{g}$

$\sqrt{3600+900} = \sqrt{4500} = 3\sqrt{500} = 6\sqrt{125} = 30\sqrt{5}$

$\frac{4 \cdot 3}{3-0{,}36} = \frac{12}{2{,}64}$

$3(\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+2)$

$5 \cdot 4$

$\sqrt{3600} = 60$

$\frac{1200}{264} =$

$\frac{-60+30\sqrt{5}}{10} = 3\sqrt{5}-6 = 3(\sqrt{5}-2)$

$= \frac{600}{132} = \frac{300}{66} =$

$0 = H + \sqrt{\frac{2K}{m}}\tau - \frac{g\tau^2}{2}$

$\frac{m V_0^2 \cos^2\alpha}{2} = \frac{(m+M)V^2}{2}$

$0 = 45 + 60 \cdot 10 - \frac{1000}{2}$

$\frac{m V_0^2}{2} = mgH + \frac{(M+m)U'^2}{2}$

$\tau_2 = \frac{\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{D}}{g} =$

$\frac{60+30\sqrt{5}}{10} = 6+3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}+6$

$m V_0^2 = mgH + MV^2$

$m V_0 = (m+M)V'$

$= \frac{150}{33} =$

$= \frac{50}{11}$

$m V_0 \cos\alpha = MV$

$V = \frac{m}{M} V_0 \cos\alpha$

$\frac{m V_0^2}{2} = mgH + \frac{(m+M)V'^2}{2}$

$\frac{m V_0^2}{2} = mgH$

$H = \frac{V_0^2}{2g}$

$0 = V_0 - g\tau; \; V_0 = g\tau$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

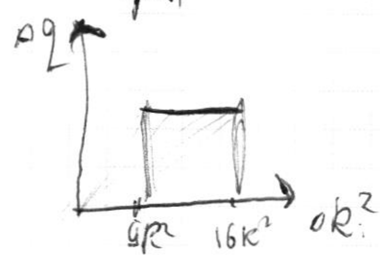
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

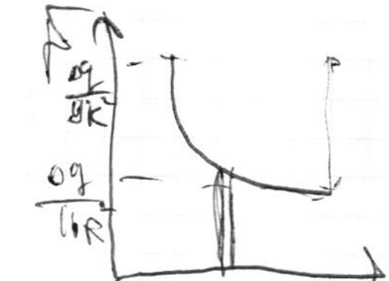
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$F_i = \frac{kQ\Delta q}{(3R+l_i)^2}$; $F = \sum F_i$; $F = kQ \sum \frac{\Delta q}{R_i^2}$



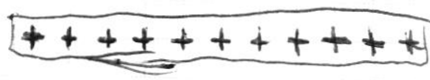
18-9



$\Delta q\left(\frac{1}{9R^2} - \frac{1}{16R^2}\right) =$

$=$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sum$



$\times\begin{array}{r}9\\16\\\hline 144\end{array}$ $\frac{16-9}{144} = \frac{7}{144}$

$18+7 = \frac{25}{288}$ $\frac{7}{288}$