

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

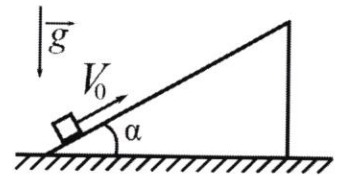
(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
- 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

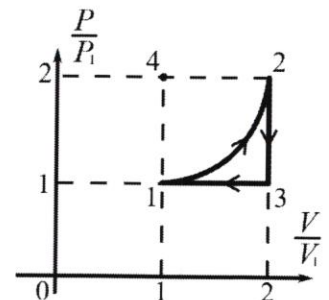
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Задача

Дано:
 $m = 1 \text{ кг}$
 $T = 3 \text{ с}$
 $k = 1800 \text{ Дж}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

1) H - ?

2) T

Решение:



1) Из кинематики следует:

$$H = v_0 T + \frac{g T^2}{2}, \text{ где } v_0 - \text{ начальная пусковая скорость}$$

Из кинематики следует:

$$v = v_0 - gT, \text{ где } v - \text{ конечная скорость}$$

$v = 0$, так когда реперверк достигает вершину траектории при вертикальном полёте (90° с горизонтом) он выше не может лететь.

$$\Rightarrow 0 = v_0 - gT \quad v_0 = gT = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3 \text{ с} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$H = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 3 \text{ с} - \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3^2 \text{ с}^2}{2} = (90 - 45) \text{ м} = 45 \text{ м}$$

2) Самый первый сканок будет тот, который имел \vec{v}_k (скорость одного кустика реперверка) $\parallel \vec{g}$, так:



если v_k будет иметь $\alpha \rightarrow 0$ к вертикали $\Rightarrow v_k^2 = v_{kx}^2 + v_{ky}^2$, где v_{kx} ; v_{ky} - горизонтальные и вертикальные составляющие скорости v_k соответственно. И логично, что здесь

$v_{kx} \neq 0$ даже при $\alpha \rightarrow 0$

$\Rightarrow v_{ky} < v_k$, а при $\vec{v}_k \parallel \vec{g}$ $v_k = v_{ky}$

Из кинематики
 $H = v_k T + \frac{g T^2}{2}$

Из условия определения K и количества атомов в пучке:

$$K = \sum_{i=1}^N E_{ki}, \text{ где } E_{ki} - \text{кинетическая энергия}$$

$$K = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_k^2}{2} = \frac{v_k^2}{2} \sum_{i=1}^N m_i = \frac{m v_k^2}{2}$$

$$v_k^2 = \frac{2K}{m} \quad v_k = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Из Кинематики

$$H = +v_k T + \frac{gT^2}{2} \quad \frac{v_k^2}{2} + v_k T + H = 0$$

$$T_{1,2} = \frac{-v_k \pm \sqrt{v_k^2 - 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot H}}{2 \cdot \frac{g}{2}} = \frac{-60 \pm \sqrt{3600 + 4 \cdot 10 \cdot 45}}{10} =$$

$$= \frac{-60 \pm \sqrt{4500}}{10} = \begin{cases} -6 - \frac{10}{10} \sqrt{45} < 0 \Rightarrow \text{не принимаем} \\ -6 + \frac{10}{10} \sqrt{45} = -6 + 3\sqrt{5} = 3(\sqrt{5} - 2) = 3 \cdot 0,2 = 0,6 \text{ с} \end{cases}$$

$$\sqrt{5} \approx 2,2$$

$$2 \leq \sqrt{5} \leq 3$$

$$2,2 \leq \sqrt{5} \leq 2,3$$

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$ 2) $T = 0,6 \text{ с}$

№2 Задача

Дано:
 $\cos \alpha = 0,6$
 $H = 0,2 \text{ м}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Решение

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

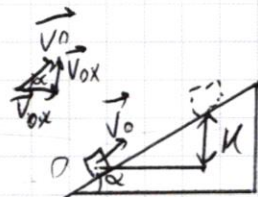
$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - 0,6^2} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

из векторов:

$$v_{ox} = v_0 \cdot \cos \alpha, \text{ где } v_{ox} - \text{горизонтальная составляющая}$$

$$v_{oy} = v_0 \cdot \sin \alpha, \text{ где } v_{oy} - \text{вертикальная составляющая } v_0$$



1) v_0 - ?

2) v - ?

Из Кинематики:

$$H = v_{oy} t - \frac{gt^2}{2}, \text{ где } t - \text{время подъема на МАХ ВЫСОТУ: H}$$

$$v_y = v_{oy} - gt, \text{ где } v_y - \text{конечная вертикальная скорость} \Rightarrow v_y = 0$$

$$0 = v_{oy} - gt \Rightarrow v_{oy} = gt \Rightarrow t = \frac{v_{oy}}{g}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\mu = \frac{V_{0y}^2}{g} - \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$V_0^2 = \frac{\mu \cdot 2g}{\sin^2 \alpha} = \frac{0,2 \cdot 20}{0,64} = 6,25$$

$$V_0 = \sqrt{6,25} = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) при подлете по касательной к шайбе передняя скорость и после небольшого отскока
и продолжения движения $\Rightarrow \frac{mV^2}{2} = \frac{mV_{\text{ш}}^2}{2}$, где $V_{\text{ш}}$ - скорость шайбы в касание

$$\Rightarrow V = V_{\text{ш}}$$

$$E_{\text{кв}} = E_{\text{кш}}$$

из кинематики

$$\mu = \frac{gt_{\text{ш}}^2}{2}, \text{ где } t_{\text{ш}} - \text{время соприкосновения шайбы}$$

$$t_{\text{ш}} = \sqrt{\frac{2\mu}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2}{10}} = \sqrt{0,04} = 0,2 \text{ с}$$

$$V = V_{\text{ш}} = gt_{\text{ш}} = 10 \cdot 0,2 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 1) $V_0 = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ 2) $V = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

N3

Дано:

$$N = 2mg$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\mu = 0,8$$

$$R = 1 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

1) α - ?

2) $V_{\text{мин}}$ - ?

Решение:

1) $F = ma$ $F_{\text{тр}}$ - сила трения

$F_{\text{тр}} = ma$ - III закон Ньютона

$F_{\text{тр}} = \mu N = 2\mu mg$

$\alpha = 2\mu g = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

2) по т. о. кинематической энергии

энергии: $A_{\text{тр}} - \text{работа } F_{\text{тр}}$

$$\frac{mV_{\text{мин}}^2}{2} = \sum A = A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} L = F_{\text{тр}} \pi R$$



$R_1 = 0$ при $\alpha_1 = 0$

$R_1 = R$ при $\alpha_1 = 90^\circ$

$\Rightarrow R_1 = \frac{R}{2}$ при $\alpha = \frac{\alpha_1}{2} = 45^\circ$

$R_1 = \text{радиус окружности, по которой ездит машина}$

$L = 2\pi R_1 = \pi R$

$$V_{min}^2 = \frac{2\pi R f_{min}}{m} = \frac{2\pi R m \alpha}{m} = 2\pi R \alpha = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 16$$

$$V_{min} = \sqrt{6,28 \cdot 4^2} = 4\sqrt{6,28} \approx 10 \frac{m}{c}$$

$$2 \leq 6,28 \approx 2,5^2 \leq 3$$

$$2,5 \leq \leq 2,6$$

Ответы: 1) $\alpha = 16 \frac{m}{c^2}$ 2) $V_{min} = 10 \frac{m}{c}$

№4

Дано:

p_1
 V_1

μ -число
оборотов

и 1-2-го
этажа

этажа

1) Q ?

2) A ?

3) η ?

Решение

$$Q = \Delta U_{1,2} + A_{1,2}, \text{ где } \Delta U_{1,2}; A_{1,2}$$

изменение внутренней энергии
и работа на участке 1-2

$$\Delta U = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 1,5 p_2 V_2 - 1,5 p_1 V_1 =$$

где i - число
степеней
свободы
(для $i=3$)

$$= 1,5 \cdot 2 p_1 V_1 - 1,5 p_1 V_1 = 6 p_1 V_1 - 1,5 p_1 V_1 =$$

$$= 4,5 p_1 V_1$$

по числу оборотов в ч. = $V_2 - V_1$ или $p_2 - p_1$

$$A_{1,2} = \text{площадь под графиком процесса 1-2} = p_2 (V_2 - V_1) - \frac{\pi}{4} (p_2 - p_1) (V_2 - V_1) =$$

$$= 2 p_1 V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1$$

$$\pi \approx 3,14 \approx 3$$

$$Q = 4,5 p_1 V_1 + \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1 = 4,5 p_1 V_1 + 1 \frac{1}{4} p_1 V_1 = 5,75 p_1 V_1$$

$$2) A = \text{площадь в процессе 1-2-3 по графику} = (V_2 - V_1)(p_2 - p_1) - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 =$$

$$= p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \approx \frac{1}{4} p_1 V_1$$

$$3) \eta = \frac{A_{полез.}}{Q_{вх.}}$$

где $Q_{вх.}$ - количество из нагревателя и выт она подается
в процессе 1-2

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{0,25 p_1 V_1}{5,75 p_1 V_1} = \frac{1 p_1 V_1}{23} = \frac{4}{92} \approx 0,04\%$$

Ответы: 1) $Q = 5,75 p_1 V_1$; 2) $A = \frac{1}{4} p_1 V_1$ 3) $\eta = 0,04\%$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5

Дано:
R q; Q > 0
k

1) $F_1 = ?$

2) $F_2 = ?$

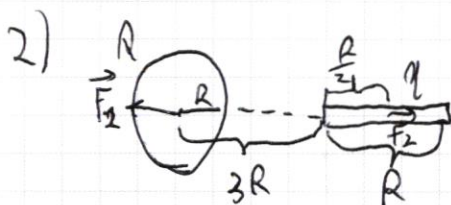
Решение:



$$F_1 = \sum_{i=1}^N F_{ki} = k \frac{Qq}{(3R)^2} = k \frac{Qq}{9R^2}$$

F_{ki} - сила кулона

но если рассмотреть infinitesimal зарядов, вычислив дадут Q
но они из-за симметрии попарно компенсируют друг друга получаем F_1 из центра сферы.



аналогично F_1 считаем для середины и середины из центра из-за симметрии

$$F_2 = k \frac{Qq}{(3+0,5)^2 R^2} = k \frac{Qq}{3,5^2 R^2} = k \frac{Qq}{12,25 R^2}$$

Ответ: 1) $F_1 = k \frac{Qq}{9R^2}$; 2) $F_2 = k \frac{Qq}{12,25R^2}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



$$F = m a$$

$$F_{mg} = m a \quad \alpha = \mu \cdot 2g = 0,8 \cdot 2 \cdot 10 = 16 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{mg} = \mu N$$

$$N = 2mg$$

$$\frac{mV^2}{2} = A_{F_{mg}}$$

$$\frac{mV^2}{2} = m a \cdot 2\pi R \Rightarrow \frac{V^2}{2} = \alpha \pi R$$

$$V^2 = 2\pi R a \quad 6,28 \cdot 4^2$$

$$V = \sqrt{2\pi R a} = \sqrt{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 16} =$$

$$= 4\sqrt{6,28} = 10 \frac{m}{s}$$

$$\sqrt{6,28}$$

$$2 \leq \leq 3$$

$$2,5 \leq \leq 2,6$$

$$3,5^2 = 3,5 \cdot 3,5 = 10,5 + 1,85 = 12,25$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $NЧ$

$$Q_{1,2} = \Delta U_{1,2} + A_{1,2} = \int S(\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1) + \rho_2 V_2 - \rho_1 V_1 - \frac{\pi}{4}(\rho_2 V_2 - \rho_2 V_1 - \rho_1 V_2 + \rho_1 V_1)$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}(\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1) A_{1,2} = (V_2 - V_1) \cdot \rho_2 - \frac{\pi}{4}(V_2 - V_1)(\rho_2 - \rho_1)$$

$$= 6\rho_1 V_1 - \rho_1 V_1 + 4\rho_2 V_1 - 2\rho_1 V_1 - \frac{\pi}{4}\rho_1 V_1 + \frac{\pi}{2}\rho_1 V_1 + \frac{\pi}{2}\rho_1 V_1 = \frac{\pi}{4}\rho_1 V_1 =$$

$(V_2 - V_1) = (\rho_2 - \rho_1)$

$$= 7\rho_1 V_1 = \frac{\pi}{4}\rho_1 V_1$$

2) $A_{\text{изм}} = (V_2 - V_1)(\rho_2 - \rho_1) - \frac{\pi}{4}\rho_1 V_1 = \rho_1 V_1 - \frac{\pi}{4}\rho_1 V_1 = \rho_1 V_1(1 - \frac{\pi}{4})$

$$\eta = \frac{A_{\text{изм}}}{Q_{1,2}} = \frac{\rho_1 V_1(1 - \frac{\pi}{4})}{7\rho_1 V_1} = \frac{1 - \frac{3}{4}}{7 - \frac{3}{4}} = \frac{0,25}{6,25} = \frac{1}{25} = 4\%$$

$\pi \approx 3,14 \approx 3$

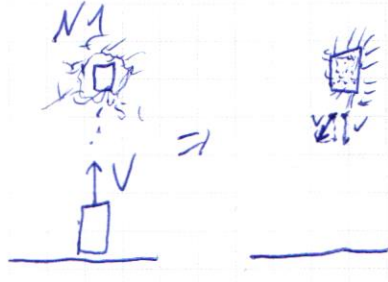
NS

$$F_1 = \sum_{i=1}^N F_{km_i} \stackrel{N \gg 0, N}{=} \sum_{i=1}^N k \frac{q \frac{Q}{N}}{r_{i,2}} = k \frac{qQ}{9R^2}$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^N F_{km_i} = \sum_{i=0}^N k \frac{q \frac{Q}{N}}{r_i} = k \frac{qQ}{3,5R^2}$$

N_2
1) $m_{\text{ш}} = \frac{1}{2} m_{\text{к}}$

N_1
 $t_{\text{ш}} = t_{\text{к}}$



$t = T$ у з г к

$K = \sum_{i=0}^N \frac{m_i V^2}{2} = \frac{V^2}{2} \sum_{i=0}^N \frac{m_i}{g} = \frac{V^2}{2} m$

$\Delta m = m \cdot \mu = \frac{m \cdot K \mu}{c^2}$

$V^2 = \frac{2K}{m} = \frac{1800 \cdot 2}{1} = 3600$

$V = 60 \frac{m}{c}$

1) $H = V_0 t + \frac{gt^2}{2}$

$H = 30 \cdot 3 + \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 90 + 45 = 135 \text{ м}$

$V = V_0 + gt$
 $Q = V_0 = gt$

$V_0 = gt = 30 \frac{m}{c}$

~~$H = Vt + \frac{gt^2}{2}$~~

$T_{\text{згк}} \neq T_{\text{у з г к}}$

$F = \frac{-V \pm \sqrt{V^2 + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot H}}{2 \cdot \frac{g}{2}} = \frac{-60 \pm \sqrt{60^2 + 2 \cdot 10 \cdot 135}}{10} =$

$2 \approx \sqrt{5} \approx 2,2$

$\sqrt{7}$

$2,2$

~~$2,2 \cdot 2,2 = 4,84$~~
 $= 6,96$

$2,2 \cdot 2,2 = 4,84$
 $= 4,84$

$2,3 \cdot 2,3 = 5,29$

$= \frac{-60 \pm \sqrt{3600 + 2700}}{10} = \frac{-30 \pm 10\sqrt{5}}{10} =$

$= -6 + 3\sqrt{5} = 3(\sqrt{5} - 2) \approx 3 \cdot 2,2 - 6 = 0,6 \text{ с}$

N_2

$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_k^2}{2}$

$V_k = 2mrc \downarrow \vec{g}$



$V_k = V$
 $V = gt^2$
 $V_k = V_0 \cdot \cos \alpha$

$V_y = V_0 \cdot \sin \alpha$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$t^2 = \frac{2H}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{0,04} = 0,2 \text{ с}$

$H = V_0^2 \cdot \frac{0,64}{10} - \frac{V_0^2 \cdot 0,64}{20}$

$H = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$

$Q = V_0 \sin \alpha - gt$

$t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$

~~$V_k = V_0 \cos \alpha$~~

$V_0^2 = H \cdot \frac{20}{0,64} = 0,2 \cdot \frac{20}{0,64} = \frac{400}{64} = \frac{100}{16} = \frac{50}{8} = \frac{25}{4} = 6,25$
 $V_0 = 2,5 \frac{m}{c}$